

三维介质体及薄理想导体曲面的 FDTD 建模

谢袁春, 高本庆, 邓次平

(北京理工大学电子工程系, 北京 100081)

摘要: 提出了一种基于场量位置的平均网格电参数法建模任意形状的介质体, 引入辅助磁场和电场分量建模薄理想导体曲面的三维 FDTD 建模方法. 采用提出的方法计算了介质谐振器和圆锥喇叭天线. 与已发表文献中的结果比较, 表明了计算结果的正确性, 也验证了提出的建模方法的可靠性.

关键词: D-FDTD; 介质及薄理想导体建模; 网格平均电参数; 辅助电磁场

中图分类号: TM154.1; TM801 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 06-0835-04

Modeling 3D Dielectric and Perfect Thin Conductor Surface by FDTD Method

XIE Yuan-chun, GAO Ben-qing, DENG Ci-ping

(Department of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: 3D FDTD methods to model dielectric with arbitrary shapes and thin perfect conductor surface were put forward in this paper. Dielectric was modeled by the average electrical parameters corresponding with component location in mesh. By introducing auxiliary electric and magnetic fields, the modeling of thin metal curved surface was implemented. Dielectric resonators and a conical horn antenna were calculated by the presented methods. The correctness of the methods were showed by comparing the results with those reported in the published papers, and the validity of the modeling methods were also justified.

Key words: D-FDTD; modeling of dielectric and thin perfect conductor; mesh average perfect electrical parameter; add electromagnetic field

1 引言

传统的台阶近似 FDTD 法建模复杂形状的误差很大, 因此出现了各种共形算法, 其中包括非正交坐标系 FDTD 法^[1]、曲线坐标系法^[2]、回路积分法^[3-5]、混合网格法^[6]、建模介质的网格体平均电参数法^[7]. 非正交坐标系 FDTD 法可精确建模复杂对象, 但涉及协变分量与逆变分量间的转换, 应用比较复杂, 且网格变形范围受限, 开放域非正交网格吸收边界条件也很难实现. 因此多数研究集中在回路法及其变形方法上, 包括 CP-FDTD, A-FDTD 和 D-FDTD 等^[8]. CP-FDTD 由于不满足因果关系, 且采用了最近邻近或插值, 存在后续时间不稳定性^[8]. 与 CP-FDTD 不同, D-FDTD 对电场回路不做任何处理, 仅对磁场回路采用共形网格, 采用了比正常网格小的“收缩”变形网格^[9]. 这种方法简单, 不涉及最近邻近或插值, 所以保持了因果关系和不存在后续时间不稳定性, 精度略高于 CP-FDTD.

本文基于面积分形式的 FDTD 法, 通过对介质边界附近的不同场分量引入与其位置相关的平均电参数, 完成对介质的 FDTD 建模, 并应用到介质谐振器的分析中. 在 D-FDTD 的基础上, 通过引入辅助电场和磁场分量, 得到了薄理想导体曲面的建模方法, 并分析了圆锥喇叭天线. 数值计算结果与已发表

的文献中的结果符合很好.

2 三维介质的建模

Kaneda 基于有限体元法^[6], 利用体积分形式的安培和法拉第定律, 采用网格体平均电参数建模介质, 并分析了介质谐振器, 得到了很好的结果. 但是对于一般介质, 需要计算介质在网格中所占的体积, 处理比较复杂. 这里, 仍然采用公式 (1.1) 和 (1.2) 中的面积分形式的法拉第和安培定律.

$$\oint_l E \cdot dl = - \iint_s \frac{\partial B}{\partial t} ds \quad (1.1)$$

$$\oint_l H \cdot dl = \iint_s (E + \frac{\partial D}{\partial t}) ds \quad (1.2)$$

下面的推导并非仅针对直角坐标系而言, 为便于表示, 采用 u, v, w 代表坐标系中的三个向量. 对于图 1(a) 所示网格划分结构, 与 uv 面平行的截面上的第 (i, j, k) 网格处的磁场回路如图 1(b) 所示, 设 $H_w(i, j, k)$ 代表 S_1 上的平均值, 由式 (1.1) 可得,

$$\oint_l E \cdot dl = - \bar{\mu}_w(i, j, k) \iint_s \frac{\partial H_w(i, j, k)}{\partial t} ds \quad (2)$$

其中
$$\bar{\mu}_w(i, j, k) = \frac{1}{S_1(i, j, k)} \iint_{S_1(i, j, k)} \mu(i, j, k) ds \quad (3.1)$$

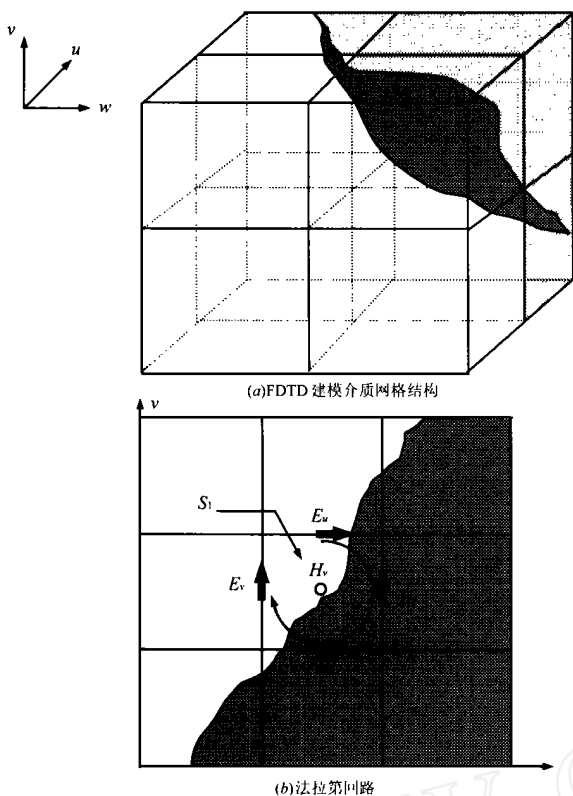


图1 FDTD 建模介质网格结构

$\bar{\mu}_w(i, j, k)$ 为 $H_w(i, j, k)$ 在第 (i, j, k) 网格中的平均磁导率, $S_1(i, j, k)$ 为网格 $S_1(i, j, k)$ 的面积. 对应图中网格 $S_1(i, j, k)$ 中心的磁场分量 $H_w(i, j, k)$, 只需要将迭代式中的 $\mu_w(i, j, k)$ 换成 $\bar{\mu}_w(i, j, k)$ 就可以了. 对于其它分量 $H_u(i, j, k)$ 、 $H_v(i, j, k)$ 同样只须将 $\mu_u(i, j, k)$ 或 $\mu_v(i, j, k)$ 换成 $\bar{\mu}_u(i, j, k)$ 或 $\bar{\mu}_v(i, j, k)$ 就可以得到相应的迭代式.

对于电场回路, 利用公式(1.2)同理可以得到平均电导率和介电常数表达式.

$$\bar{\epsilon}_p(i, j, k) = \frac{1}{S_p(i, j, k)} \iint_{s(i, j, k)} ds \quad (3.2)$$

$$\bar{\epsilon}_p(i, j, k) = \frac{1}{S_p(i, j, k)} \iint_{s(i, j, k)} ds \quad (3.3)$$

p 为 u, v, w 中的任何一个, $S_p(i, j, k)$ 为对应场分量所在第 (i, j, k) 个网格的面积. 这样, 通过引入平均电参数 ($\bar{\mu}, \bar{\epsilon}$), 将介质的形状考虑到迭代式中. 在 FDTD 处理时, 只须在进行迭代运算之前进行预处理, 按(3.1)~(3.3)式分别求出不同分量在不同网格位置上的平均电参数, 就完成了对介质的建模. 由于只要计算各网格面截介质体所得到的介质面积, 不涉及介质在网格中的体积, 预处理相对简单. 由于不同方向上的电场或磁场分量在同一下标网格中的位置不同, 其对应的网格平均电参数也不同, 因此在各场分量的迭代式中必须代入各自相应的平均电参数. 否则, 将增大建模误差.

3 薄理想导体的建模

D-FDTD 法是针对封闭金属体处理提出的, 建模时只要考

虑金属体的外部或内部, 而另一部分则认为填充理想金属. 如图3所示, 区域2为需要计算的区域, 区域1为理想金属导体. 处理时, 只需要计算部分或全部处于区域2中的分量(图中实心点所在的网格), 完全处于区域1中的分量值为零^[9]. 磁场采用共形网格处理, 电场仍按一般的 FDTD 进行计算. 但是对于一边放置源的开口薄理想导体, 如图3所示区域2中含有源, 如果采用原 D-FDTD 法, 计算 L_{e2} 回路中的电场分量时, 要用到实心箭头对应的磁场分量 $H_v^{n+1/2}(i+1, j, k)$; 计算 L_{h2} 回路中的磁场分量时, 要用到实心箭头对应的电场分量 $E_u^n(i, j, k)$. 而这两个量均与对应要计算的场量在金属曲面的不同边, 如果直接采用 D-FDTD 法, 将人为地加大区域2泄漏到区域1中的场值, 造成较大的误差.

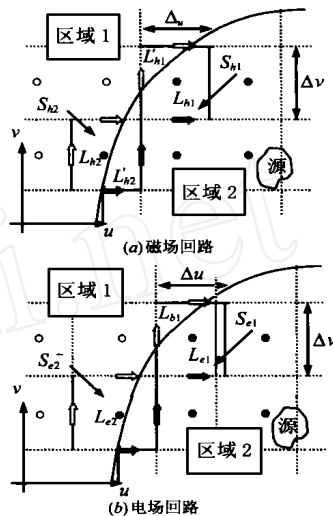


图3 薄金属建模法网格结构

这里采用一种新的处理方法. 由于相对于区域1来说, 区域2是隔离的, 因此对于区域1可以认为曲面向区域2延伸为理想导体, 可以采用 D-FDTD 方法处理. 同样处理区域2时, 则认为区域1为理想导体填充区域, 也采用 D-FDTD 方法处理. 这样通过引入辅助电场和磁场分量, 得到薄理想导电曲面的处理方法:

3.1 磁场分量

对于被薄金属隔断的网格, 引入辅助磁场分量, 并认为辅助磁场分量的位置与正常磁场分量相同, 均处于网格中心, 且均按照 D-FDTD 方法进行迭代. 不同的是, 正常磁场分量与辅助磁场分量分别代表被金属曲面隔断的两个变形回路中的磁场平均值. 如果使用的电场分量与磁场分量不在金属曲面的同一边, 则用辅助电场分量取代. 如图3(a)所示磁场回路, 对于网格 S_{h2} , 正常磁场分量在回路 L_{h2} 中进行迭代. 而辅助分量则在回路 L_{h2} (图中阴影部分) 计算. 当回路 L_{h2} 的面积与不变形的网格的面积之比或回路 L_{h2} 最大边长与其面积比不满足 D-FDTD 法的条件时(见参考文献[9]), 认为其值为零. 如果 L_{h2} 回路满足 D-FDTD 条件, 按 D-FDTD 法计算. 因此, 对于网格 S_{h2} , 正常磁场分量和辅助磁场分量的计算式为:

$$H_w^{n+1/2}(i, j, k) = H_w^{n-1/2}(i, j, k) - \frac{1}{\mu_0 A_{k2}} (-E_u^n(i, j, k)) l_{v2}$$

$$- E_u^n(i, j+1, k) l_{u1} + E_{u\text{add}}^n(i, j, k) l_{u2} \quad (4.1)$$

$$H_{w\text{add}}^{n+1/2}(i, j, k) = H_{w\text{add}}^{n-1/2}(i, j, k) - \frac{t}{\mu_0 A_{k2}} (E_v^n(i+1, j, k)) l_{v1} - E_{u\text{add}}^n(i, j+1, k) l_{u1} + E_u^n(i, j, k) l_{u2} \quad (4.2)$$

式中 $A_{h2}, l_{v2}, l_{u1}, l_{u2}$ 对应回路 L_{h2} 的面积和各边长度; $A_{h1}, l_{v1}, l_{u1}, l_{u2}$ 对应回路 L_{h1} 的面积和各边长度. 下标 add 表示辅助场分量.

3.2 电场分量

对于被薄金属隔断的网格, 引入辅助电场分量, 并认为辅助电场与正常电场分量在网格中的位置相同. 电场回路仍然采用正常的网格. 正常电场分量和辅助电场分量也是在金属曲面截断的不同回路中进行迭代. 同样如果回路边上的磁场分量与电场分量在曲面的同一边, 迭代式不变. 否则, 相应的磁场分量用辅助分量代替. 这样, 对于图 3(b) 中 L_{e2} 回路, 正常电场分量和辅助电场分量的迭代式为:

$$E_w^{n+1}(i, j, k) = E_w^n(i, j, k) + \frac{t}{u} (H_{w\text{add}}^{n+1/2}(i+1, j, k) - H_v^{n+1/2}(i, j, k)) - \frac{t}{v} (H_u^{n+1/2}(i, j+1, k) - H_u^{n+1/2}(i, j, k)) \quad (5.1)$$

$$E_{w\text{add}}^{n+1}(i, j, k) = E_{w\text{add}}^n(i, j, k) + \frac{t}{u} (H_v^{n+1/2}(i+1, j, k) - H_v^{n+1/2}(i, j, k)) - \frac{t}{v} (H_u^{n+1/2}(i, j+1, k) - H_u^{n+1/2}(i, j, k)) \quad (5.2)$$

开口端面可采用上述方法或奇异性建模法处理. 如果要进一步减小误差, 对于不满足 D-FDID 法收敛条件的网格可以采用传统的 CP-FDID 法.

4 数值结果

为了验证上面提出介质建模和薄理想导体建模方法的可行性和正确性, 计算了矩形腔加载介质圆柱谐振器的谐振频率和圆锥喇叭的 E 面电场分布及远场方向图.

4.1 介质谐振器

采用本文中的介质建模方法, 计算了如图 4 中矩形金属腔中的介质谐振器的谐振频率. 采用直角坐标系, 网格尺寸为 $x = y = z = \rho/25, f_0 = 4\text{GHz}$, 激励源为正弦波, 设置在介

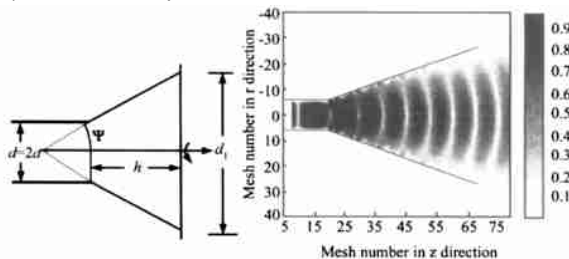


图 6 圆锥喇叭的几何形状 图 7 圆锥喇叭 E 面归一化场分布灰度图 (E 面)

5 总结

本文给出了一种介质和薄金属曲面的建模方法, 并分别分析了矩形封装圆柱介质谐振器和圆锥喇叭天线. 通过引入与各场分量对应的等效网格电参数完成介质的建模, 只要在

质内. 介质谐振器参数为 $2a = 25.4\text{mm}, b = 25.4\text{mm}, h = 6.985\text{mm}, l = 23.368\text{mm}, r = 38, 2r = 0$. 得到谐振器频谱如图 5 所示. 表 1 中给出了对应不同 R 及 t 时的介质谐振器 HEM_{11} 模的谐振频率, 同时也给出了其它方法得到的结果^[6]. 从表 1 中可以看到, 采用本文中的方法得到的结果与其它方法得到的结果吻合很好, 精度比台阶近似有明显提高, 与测量值相比, 误差在 0.3% 以内.

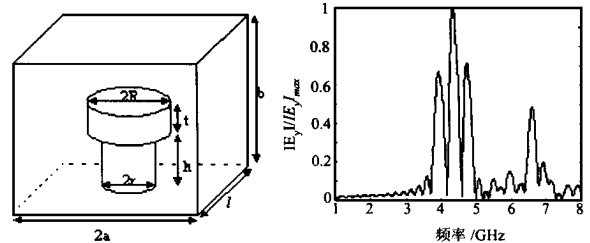


图 4 矩形腔中的介质谐振器 图 5 介质谐振器频谱图 (E_y)

表 1 矩形腔中介质谐振器 HEM_{11} 模的谐振频率

尺寸		谐振频率 (GHz)				
$2R$ (inch)	t (inch)	本文方法	FVID	模式匹配法	台阶近似*	测量值
0.654	0.218	4.376	4.40	4.388	4.429	4.382
0.689	0.230	4.152	4.17	4.1605	4.144	4.153
0.757	0.253	3.768	3.78	3.721	3.888	3.777

*台阶近似使用的网格参数与本文使用的方法完全一样.

4.2 圆锥喇叭天线

圆锥喇叭几何参数定义见图 6. 其中 $d = 124\text{mm}, d_1 = 548\text{mm}, h = 500\text{mm}$, 喇叭张角约为 23° . 采用圆柱坐标系, 考虑到结构的对称性, 只计算了 $1/4$ 空间, 网格数为 $40(r) \times 20(\phi) \times 60(z)$, 网格尺寸为: $r = z = 10.3\text{mm}, \phi = /40, \text{TE}_{11}$ 模激励, 吸收边界为圆柱坐标系下的 PML. 计算得到的远场 E 面和 H 面方向图如图 8. 图中还给出了 Borenenman 的测量结果^[10]. 可见计算结果和测量值基本吻合, 比台阶近似的误差更小, 特别是 E 面的远场方向图. 数值实验证明本文采用的薄金属建模方法是可行的, 具有较高精度. 通过运行 20000 时间步, 没有出现后续时间不稳定性, 且结果在 6000 步以后基本上达到稳定.

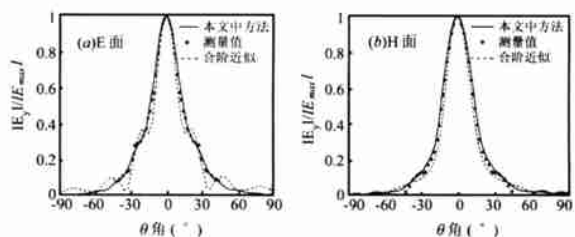


图 8 圆锥喇叭天线方向图

迭代之前, 进行等效电参数的预处理, 不需要改变迭代式. 除了需要存储等效电参数外, 处理相对简单. 同已发表文献中的结果比较, 采用本文中的介质建模方法简单且计算精度较高, 误差在 0.3% 以内. 薄金属的建模采用类似 D-FDID 方法, 在计算中引入了辅助电场和磁场分量. 同 CP-FDID 相比,

采用了“收缩”变形网格,避免了场分量的借用或插值,电场处理相对简单,且不存在后续时间不稳定性。通过对圆锥喇叭的分析,与实验数据比较,证明对薄金属建模方法的可靠性和正确性,且精度比台阶近似高。由于受到网格尺寸的限制,满足收敛的时间步长比 CP-FDTD 法要小,同时由于需要单独计算辅助场分量,增加了一定的存储空间要求并需要更长的计算时间。满足收敛的时间步长与网格的尺寸有关,可参考文献 [9] 确定时间步长值。由于减小了处理的复杂性和增加了计算的稳定性,存储空间和时间的花费还是值得的。所提出的方法适用与任意正交坐标系,因此可以用来建模比较复杂的目标,且满足一定的精度。

参考文献:

- [1] Lee J F, Palandech R and Mittra R. Modeling Three dimensional discontinuities in waveguides using nonthogonal FDTD algorithm [J]. IEEE Trans. on MTT, 1992, 40(2) :346 - 351.
- [2] Fusco M, Smith M V and Gordon L W. A three-dimensional FDTD algorithm in curvilinear coordinates [J]. IEEE Trans. on AP, 1991, 39(10) :1463 - 1471.
- [3] Jurgens T G, Taflove A. Finite-difference time-domain of scattering from single and multiple Bodies [J]. IEEE Trans. on AP, 1993, 41(12) : 1703 - 1708.
- [4] Jurgens Thomas G, Taflove Allen, Umashakar Korada, and Moore Thomas G. Finite-difference time-domain modeling of curved surfaces [J]. IEEE Trans. on AP, 1992, 40(4) :357 - 365.
- [5] 宋述显, 高本庆, 孙明云. 时域有限差分法的三维曲面共形技术及其在卡塞格伦天线系统中的应用 [J]. 电子学报, 1996, 24(9) :48 - 52.
- [6] Yee Kane S, Chen Jei Shuan, and Chang Albert H. Conformal finite-difference time-domain (FDTD) with overlapping grids [J]. IEEE Trans. on AP, 1992, 40(9) :1068 - 1073.
- [7] Kaneda Noriaki, Houshmand Bijan and Itoh Tatsuo. FDTD analysis of dielectrical resonators with curved surfaces [J]. IEEE Trans. on MTT, 1997, 45(9) :1645 - 1648.
- [8] Ralton Chris J and Schneider John B. An Analytical and numerical analysis of several locally conformal FDTD schemes [J]. IEEE Trans. on MTT, 1999, 47(1) :56 - 65.
- [9] Supriyo Dey and Raj Mittra. A locally conformal finite-difference time-domain (FDTD) algorithm for modeling three-dimensional perfectly conducting objection [J]. IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 1997, 7(9) :273 - 275.
- [10] Borenemann Jens. Modified analysis of conical horns [J]. Microwave and Optical Technology Letters, 1995, 10(2) :91 - 94.

作者简介:



谢袁春 1972 年 12 月出生云南省昆明市, 1995 年毕业于北京理工大学电子工程系, 1997 年获北京理工大学电子工程系硕士学位, 1997 年提前攻读博士学位, 1997 年~2000 年北京理工大学电子工程系博士生。主要从事毫米波前端系统的研究和电磁场的数值计算。

高本庆 1936 年生, 1959 年毕业于北京工业学院, 现为北京理工大学电子工程系教授、博士生导师。长期从事电磁场理论研究、天线和微波技术等方面的教学和科研工作。研究方向包括毫米波技术与系统、计算电磁学、电磁兼容与生物电磁学等方面。