

# 一种基于信号局部统计量的自适应 L 滤波器

郭炳庆, 卢 强, 黎 雄

(清华大学电机系, 北京 100084)

摘 要: 本文提出一种新的自适应 L 滤波器算法, 并分析了该算法的主要确定性性质. 与已提出的几种基于信噪比的自适应 L 滤波器算法不同, 该算法根据信号的时变性质, 自适应的调节 L 滤波器的参数. 理论分析与仿真结果表明, 该算法对于保持信号边缘是非常有效的.

关键词: 自适应; L 滤波器; 非平稳信号; 复杂分布

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2001) 07-0909-03

## An Adaptive L-Filter Based on Signal Local Statistics

GUO Bing-qing, LU Qiang, LI Xiong

(Dept. of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In this paper, An adaptive L filtering algorithm and its deterministic properties are discussed. Differentiating from the several proposed adaptive L filtering algorithms based on the signal to noise ratio, the new algorithm adjusts parameters of the L filter adaptively according to properties of time varying signals. Theoretical analysis and simulation show that the algorithm is very efficient for edge preservation.

Key words: adaptive; L filter; non stationary signal; complicated distribution

### 1 引言

建立在线性系统理论基础上的线性滤波理论在信号处理领域占有十分重要的地位, 然而, 在诸如语音识别、图像检测等应用场合, 由于信号的时变非平稳性, 线性滤波器所产生的信号细节丢失与边缘模糊等问题增加了后续处理工作的难度. 此外, 当信号被中、长拖尾分布噪声所污染时, 线性滤波器的滤波效果也会显著下降. 以顺序统计量分析为基础的非线性中值滤波器与线性滤波器之间存在很强的互补性<sup>[1]</sup>, 因此, 在过去十几年里, 许多学者开展了兼容两者优点的混合型滤波器算法及硬件实现等研究工作, 并取得一批重要的理论与应用成果<sup>[2~4]</sup>.

L 滤波器是顺序统计量线性组合滤波器的泛化形式. 在利用线性滤波器与非线性中值滤波器的互补性以及样本数据的时变信息与顺序信息时, 因侧重不同而衍生出许多特殊结构的 L 滤波器算法. 其中, 自适应 L 滤波器因能够根据信号的时变性质适应地调整滤波器参数, 有效地抑制不同分布噪声, 保持信号细节及边缘而受到研究者特别关注<sup>[5~8]</sup>. 但是, 已提出的几种自适应 L 滤波器均按照信号局部方差(平稳假定下)与噪声方差(先验假定或由信号的平坦区域估计)的关系来确定滑动滤波窗所处的区域(平坦区或边缘区)性质, 从而在线性滑动均值与非线性中值滤波器间做出权系数调整.

由于在复杂分布噪声情况下, 单纯由噪声方差并不能较好地描述噪声的分布性质, 并且由含噪声的信号计算出的局部方差理论上大于噪声方差<sup>[1]</sup>, 因此, 这种建立在方差关系上的自适应 L 滤波器其适应性并不理想. 本文中, 作者提出一种新的基于信号局部统计量的自适应 L 滤波器算法, 该算法特别强调利用信号的时变信息, 不需对噪声的统计参数做任何先验假定或估计. 理论分析和仿真结果表明, 本文提出的算法在细节保护与边缘保持、抑制复杂分布干扰噪声方面均具有良好的性能. 为便于分析和比较, 在第 2 节里简要介绍文[6]中的典型自适应 L 滤波器算法.

### 2 典型自适应 L 滤波器算法分析

设为  $N = 2n + 1$  ( $N$  为自然数) 的滑动窗中心在位置  $i$  的窗内时序样本构成向量  $X = [x_{i-n}, \dots, x_i, \dots, x_{i+n}]$ , 其升序排列形成的顺序样本向量  $X_o = [x_{(i-n)}, \dots, x_{(i)}, \dots, x_{(i+n)}]$ . 假定加性干扰噪声方差  $\sigma_n^2$  已知, 由  $X$  计算信号局部均值  $m_i$  和方差  $v_i^2$  如下:

$$m_i = \frac{1}{N} \sum_{j=i-n}^{i+n} x_j \quad (1)$$

$$v_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=i-n}^{i+n} (x_j - m_i)^2 \quad (2)$$

文[6]中提出的自适应 L 滤波器输出  $y_i$  为

$$y_i = m_i + k_i(x_{(i)} - m_i) = k_i x_{(i)} + (1 - k_i) m_i \quad (3)$$

其中, 系数  $k_i$  由信号局部方差按下式估计

$$k_i = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \sigma_n^2} \quad (4)$$

而  $\sigma^2$  则为

$$\sigma^2 = \begin{cases} v_i^2 - \sigma_n^2, & v_i^2 \geq \sigma_n^2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式(4)可进一步表示为

$$k_i = \begin{cases} \frac{v_i^2 - \sigma_n^2}{v_i^2}, & v_i^2 \geq \sigma_n^2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

由式(3)和(6)可以看出, 当滑动窗位于低信噪比区域(信号平坦部分)时, 信号波动主要系由噪声引起, 此时  $v_i^2$  与  $\sigma_n^2$  相当接近, 输出  $y_i$  主要依赖于均值  $m_i$ ; 而当滑动窗位于高信噪比区域(边缘区域)时,  $v_i^2$  大于  $\sigma_n^2$ , 输出  $y_i$  中中值  $x_{(i)}$  的比重增大. 极端情况下, 式(3)将退化为均值滤波器或标准中值滤波器算法. 根据加权中值滤波器的研究结论, 文[6]的自适应 L 滤波器可对信号边缘进行有效保持, 并对复杂分布噪声予以有效抑制.

### 3 新算法及其性质

上述算法的一个主要缺陷是没能有效利用信号的时序信息. 比如, 考虑正弦波采样序列  $X_1$  和单调递减序列  $X_2$

$$X_1 = [10, 4, 7, -10, -1, 8, 8, -1, -10, -7, 4]$$

$$X_2 = [10, 8, 8, 4, 4, -1, -1, -7, -7, -10, -10]$$

尽管这两个向量具有根本不同的模式, 但其统计参数  $m_i$ 、 $x_{(i)}$  和  $v_i^2$  却完全相同, 这势必造成信号细节的丢失. 为更充分地利用信号的时变信息, 本文引入几个依赖于信号时序和顺序统计量的新参数, 以构造新的自适应 L 滤波器算法.

对于输入时序样本向量  $X = [x_{(i-n)}, \dots, x_i, \dots, x_{(i+n)}]$  进行升序和降序排列, 形成升序样本向量  $X^I$  和降序样本向量  $X^D$

$$X^I = [x_{(i-n)}, \dots, x_{(i)}, \dots, x_{(i+n)}] \quad (7)$$

$$\begin{aligned} X^D &= [x_{(i+n)}, \dots, x_{(i)}, \dots, x_{(i-n)}] \\ &= [x_{(i-n)}^D, \dots, x_{(i)}^D, \dots, x_{(i+n)}^D] \end{aligned} \quad (8)$$

进一步, 计算下述三个向量

$$X_d = [x_{(i-n)} - x_{(i)}, \dots, x_i - x_{(i)}, \dots, x_{(i+n)} - x_{(i)}] \quad (9)$$

$$X_d^I = [x_{(i-n)} - x_{(i)}, \dots, 0, \dots, x_{(i+n)} - x_{(i)}] \quad (10)$$

$$X_d^D = [x_{(i-n)} - x_{(i)}, \dots, 0, \dots, x_{(i+n)} - x_{(i)}] \quad (11)$$

其中,  $x_{(i)}$  为样本中值. 根据式(9) - (11), 计算如下三个参数

$$s_i^I = |< X_d, X_d^I >|^{1/2} / \|X_d\|_2 \quad (12)$$

$$s_i^D = |< X_d, X_d^D >|^{1/2} / \|X_d\|_2 \quad (13)$$

$$k_i = \max\{s_i^I, s_i^D\} \quad (14)$$

当样本为恒值信号时, 依线性向量空间约定,  $s_i^I$  与  $s_i^D$  取值为 0. 当时序样本单调递增时, 由上述定义易知,  $k_i = s_i^I = 1$ , 而当时序样本单调递减时, 则有  $k_i = s_i^D = 1$ . 总之, 在信号时序样本为非恒值单调序列时, 参数  $k_i = 1$  且达到其最大值. 由于式(12)与(13)的相似性, 为简化讨论, 假定  $X_i^I$  和  $X_i^D$  均为归一化的规范样本序列, 仅就式(12)进行分析. 此时, 式(12)可展开为

$$\begin{aligned} s_i^I &= |x_{(i-n)} - x_{(i)}| (x_{(i-n)} - x_{(i)}) + \dots \\ &\quad + (x_{(i+n)} - x_{(i)}) (x_{(i+n)} - x_{(i)})|^{1/2} \end{aligned} \quad (15)$$

由此表达式可以看出, 因  $x_{(i-n)} - x_{(i)}, \dots, x_{(i-1)} - x_{(i)}$  均小于等于 0, 而  $x_{(i+1)} - x_{(i)}, \dots, x_{(i+n)} - x_{(i)}$  均大于等于 0, 因此,  $s_i^I$  的值取决于  $x_{(i-n)} - x_{(i)}, \dots, x_{(i+n)} - x_{(i)}$  的极性与绝对值. 时序样本的单调递增性, 保证了诸乘项因子的同号性质, 并由于  $x_j - x_{(i)} = x_{(j)} - x_{(i)}$  ( $j = i-n, \dots, i+n$ ), 从而保证了  $s_i^I$  取最大值. 当时序样本非单调时, 式(15)中诸乘项因子或极性相反或虽然极性相同但不再成立  $x_j - x_{(i)} = x_{(j)} - x_{(i)}$  ( $j = i-n, \dots, i+n$ ). 由线性空间理论知道, 此两项性质均导致  $s_i^I$  取值变小.

根据对  $k_i$  的分析, 本文提出如下自适应 L 滤波器算法

$$\begin{aligned} y_i &= \frac{1}{(N-1)(1-k_i) + 1} [ (1-k_i)x_{(i-n)} + \dots \\ &\quad + x_{(i)} + \dots + (1-k_i)x_{(i+n)} ] \\ &= \frac{(1-k_i)N}{(N-1)(1-k_i) + 1} m_i + \frac{k_i}{(N-1)(1-k_i) + 1} x_{(i)} \end{aligned} \quad (16)$$

其中,  $m_i$  为局部样本均值.

由于(16)各顺序统计量的系数和为 1, 因此,  $y_i$  是一无偏估计子. 时变因子  $k_i$  给出了时变样本序列与由此序列构成的升序序列及降序序列之间的相似性度量. 在信号平坦区域,  $k_i$  值较小, 算法近似以加权平均估计其输出, 而在信号边缘区域, 由于总体呈现单调趋势,  $k_i$  取值增大, 输出中中值比重增加. 由此可见, 该算法继承了 L 滤波器保护信号细节、保持信号边缘、抑制复杂分布噪声的能力. 尤其需要指出的是, 该算法继承了标准中值滤波器的零脉冲响应与阶跃根信号特性.

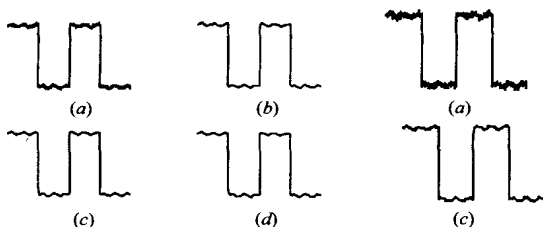


图 1 (a) 污染信号; (b) 标准中值滤波器结果; (c) 文[6]的自适应滤波器结果; (d) 本文自适应滤波器结果

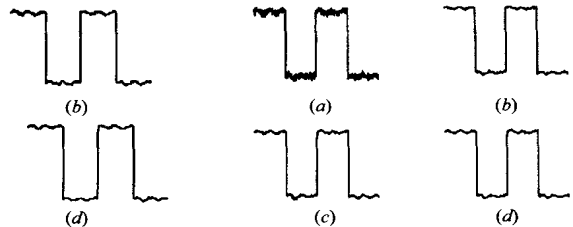


图 2 (a) 污染信号; (b) 标准中值滤波器结果; (c) 文[6]的自适应滤波器结果; (d) 本文自适应滤波器结果

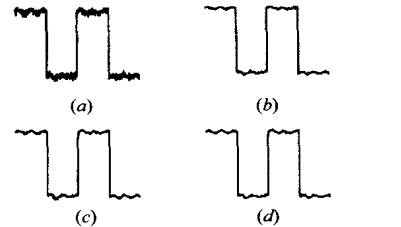


图 3 (a) 污染信号; (b) 标准中值滤波器结果; (c) 文[6]的自适应滤波器结果; (d) 本文自适应滤波器结果

## 4 仿真比较

为比较所提出算法的实际效果,作者对滑动均值、文[6]的自适应 L 滤波器与本文算法进行了仿真实验.理想信号由周期方波与正弦信号迭加而成,正弦信号的频率为周期方波基频的 5 倍,加性噪声为  $N(0, \sigma^2)$  分布,其方差分别为理想信号平坦区域局部方差的 1 倍、1.5 倍和 2 倍.表 1 为对应三种噪声方差下三种滤波方法由 500 次滤波结果计算得到的绝对均差,图 1~ 图 3 则为三种噪声方差下三种滤波方法的典型滤波效果.从中可以看出,本文算法的滤波效果由明显的改善.

表 1 不同噪声下三种滤波方法的绝对均差

	1 倍方差	1.5 倍方差	2 倍方差
标准中值滤波器(绝对均差)	0.4612	0.5436	0.6476
文[6]的自适应滤波器(绝对均差)	0.4328	0.4888	0.5733
本文自适应滤波器(绝对均差)	0.2765	0.3410	0.4557

### 参考文献:

- [1] 程存学,朱晓昆.计算机视觉:低层处理技术[M].北京:电子工业出版社,1993.
- [2] A C Bovik, T S Huang, et al. A generalization of median filtering using combinations of order statistics [J]. IEEE Trans., 1983, ASSP 31(6): 1342-1349.
- [3] G R Arce, R E Foster. Detail preserving rank order based filters for image processing [J]. IEEE Trans., 1989, ASSP 37(1): 83-98.
- [4] P Heinonen, Y Neuvo. FIR median hybrid filter [J]. IEEE Trans., 1987, ASSP 35(6): 832-838.
- [5] J S Lee. Digital image enhancement and noise filtering by using local statistics [J]. IEEE Trans., 1980, PAM A-2(2): 165-168.

- [6] T Sun, M Gabbouj, et al. Adaptive Lr filters with applications in signal and image processing [J]. Signal Processing, 38(1994): 331-344.
- [7] I Pitas, A N Venetsanopoulos. Adaptive filters based on order statistics [J]. IEEE Trans., 1991, SP 39(2): 518-522.
- [8] T Sun, M Gabbouj, et al. Adaptive Lr filters based on local statistics [A]. Proc. IEEE Winter Workshop on Nonlinear Digital Signal Processing [C], Tampere, Finland, 1993: 2. 1-2. 3.

### 作者简介:



郭炳庆 男, 1962 年出生, 工学博士. 现为清华大学电机工程系博士后. 研究兴趣主要为计算机控制技术、模式识别与信号处理.



卢强 男, 1936 年出生, 中国科学院院士, 清华大学电机工程系教授, 国家重点实验室主任, 主要研究领域为电力系统自动控制, 特别是电力系统非线性控制理论与技术.

黎雄 男, 1970 年出生, 清华大学电机工程系博士, 讲师. 主要研究领域为电力系统控制, 大型发电机组励磁控制.