

针对模糊需求的 VRP 的两种 2-OPT 算法

祝崇隽¹, 刘 民¹, 吴 澄, 吴晓冰²

(1. 清华大学自动化系, 北京, 100084; 2. 中兴通讯有限公司上海二所, 上海 200233)

摘 要: 本文研究了一类客户需求不确定的 VRP(车辆路径问题). 在算法中, 引入了伪出发点和新的聚类判定规则, 将聚类 and 排序有机的结合起来, 有效地处理了全局采样和局部搜索之间的矛盾. 给出了基于可能性分布的 2-OPT 算法和基于需求上界的 2-OPT 算法, 并用模糊模拟技术进行了实验. 大量的实验结果表明, 这两种方法明显优于这个领域现有的算法, 可以大幅度减少总行程和所需要的车辆.

关键词: VRP 问题; 可能性分布; 伪出发点; 需求上界; 2-OPT

中图分类号: O 223 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 08-1035-03

Two Kinds of 2-OPT Algorithm for VRP with Fuzzy Demand

ZHU Chong-jun¹, LIU Min¹, WU Cheng¹, WU Xiao-bing²

(1. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Shanghai 2nd Institute, ZhongXing Telecom Ltd., Shanghai 200233, China)

Abstract: A kind of vehicle routing problem with uncertain client demand is discussed. False depot and new clustering determination rules are introduced, clustering and taxis are syncretized completely, and the conflict of global sampling and local search is effectively solved. 2-OPT algorithm based on possibility and 2-OPT algorithm based on demand upper bound are presented, and simulated with fuzzy simulation methods. It is proved by large numbers of experimental (4000 experiments) results show that the two algorithms are much better than existing algorithms in this field, and that the total distance and vehicle required are sharply reduced.

Key words: vehicle routing problem (VRP); possibility distribution; false depot; demand upper bound; 2-OPT

1 引言

VRP(车辆路径问题)问题作为供需链研究领域的一个重要内容, 是 NP 问题. 它是由 G. Dantzig^[1]首先提出的. 对于带不确定性需求的 VRP, 多数研究者将不确定性需求作为随机变量来处理^[2]. 但是, 上述方法难于处理以下类型的 VRP: 如果客户不固定(包括位置和数量), 而且对客户信息没有长期积累, 或客户所提供的信息描述不清晰. 对这类问题, D. Teodorovic^[3]利用模糊数学来处理这类问题中不确定性信息, 并结合人工智能手段, 初步开展了这方面的研究.

D. Teodorovic 的算法是从 Gillett^[4]等人提出的 Sweep 算法派生而来, 属于先聚类后优化. 它用启发式方法将节点分为若干条路径, 然后按 TSP 的方法对它们进行排序. 它只对聚类后各路径分别进行了优化. 而未从全局的角度进行优化. D. Teodorovic 算法的另外一个局限性在于, 在聚类过程中, 是否将下一个节点聚类到当前路径只取决于当前车辆可容纳的负荷, 以及决策的偏好, 而与下一个节点本身的需求无关. 没有充分利用已有的信息.

针对现有算法在处理这类问题时的缺陷, 通过引入伪出

发点, 将聚类 and 排序有机地结合起来, 同时在寻优过程中充分利用节点的需求信息, 从而可有效解决这类问题.

2 问题描述

已知客户网络里待服务的客户和出发点的位置, 车辆的最大负荷 Q , 以及客户需求的近似值(用三角模糊数 $\tilde{d} = (d_1, d_2, d_3)$ 来表示), 设计车辆路径, 使运输成本最小化. 若 y_{ik} 表示第 k 辆车是否访问第 i 个客户, 而 α 和 β 是预先给定的置信度, 则对上述问题的解必然满足约束条件—每辆车的总负荷不超过车辆载重量的可能性不小于 α , 或是每辆车的总负荷超过车辆载重量的可能性不大于 β :

$$\text{poss} \left(\sum_i \tilde{d}_i y_{ik} \leq Q \right) \geq \alpha \quad (1a)$$

$$\text{poss} \left(\sum_i \tilde{d}_i y_{ik} > Q \right) \leq \beta \quad (1b)$$

3 针对带模糊需求的 VRP 的算法

3.1 算法机理

该算法的思路是这样的:

(1) 随机产生一个可行解 S .

(2) 通过某种转换操作试图找到比 s 更好的可行解 s' ;

(3) 若找到更好的可行解 s' , 用 s 取代 s' , 然后跳到 (2);

(4) 如果满足终止条件, 则停止运算。

在此引入伪出发点的定义: 它具有出发点的所有性质, 而且伪出发点之间以及它们与出发点之间的距离为 ∞ . 它在后面的可行解里起到“占位”作用。

这里的可行解包含了所有需要访问的节点. 可行解中的各路径之间分别引入了一个伪出发点作为分隔点. 该可行解的行程就是各路径总行程之和. 这为从整体角度实现优化提供了可能. 可行解是指: 由出发点(含伪出发点)分隔开的所有路径都满足预先设定的置信度/可行性要求. 关于置信度/可行性方面的内容, 请参见 3.2.1 和 3.3.1.

本文采用的转换操作就是 2-OPT 运算^[5]. 假设 $(i, i+1)$ 和 $(j, j+1)$ 是当前可行解的两条边, 则 2-OPT 运算后得到两条新边 $(i, j+1)$ 和 $(j, i+1)$, 并对原来 $i+1$ 和 j 之间的路径进行翻转, 就得到了新的解. 参见图 1.

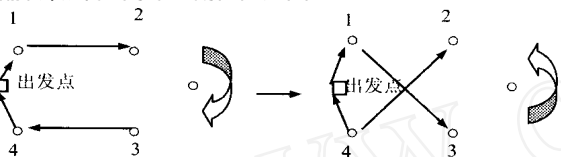


图 1 对 $(1,2)$, $(3,4)$ 边进行 2-OPT 运算

显然, 只有当 $c_{i,i+1} + c_{j,j+1} > c_{i,j+1} + c_{j,i+1}$ (c_{ij} 为客户 i 到客户 j 的距离; $c_{ii} = \infty$), 而且满足置信度/可行性设定时, 得到的解才是新的可行解。

本文中, 采用的方法作为算法终止条件. 即从当前解的第一条边开始遍历进行 2-OPT 运算, 遍历完后仍然无法找到比当前解更好的可行解, 则终止. (如果遍历过程中找到更好的可行解, 则需要把该可行解置为当前解, 重新进行遍历)。

3.2 基于可能性分布的 2-OPT 算法

3.2.1 置信度的计算

假设每辆车的最大载重量为 Q , 第 i 个客户的需求为三角模糊数 $\tilde{d}_i = (d_{i1}, d_{i2}, d_{i3})$, 在某辆车服务了 k 个客户后, 其可用的载重能力为 $\tilde{R}_k$, 于是有下式成立:

$$\tilde{R}_k = Q - \sum_{i=1}^k \tilde{d}_i \quad (2)$$

由 $Q = (Q, Q, Q)$, 动用模糊理论, 可以很方便地得到 $\tilde{R}_k$ 也是三角模糊数, 即:

$$\tilde{R}_k = (Q - \sum_{i=1}^k d_{i3}, Q - \sum_{i=1}^k d_{i2}, Q - \sum_{i=1}^k d_{i1}) \quad (3)$$

那么, 由模糊数学的可能性理论, 对于两个模糊数 $\tilde{a}, \tilde{b}$, 其二元函数为 $\tilde{c} = f(\tilde{a}, \tilde{b})$, 那么其隶属度函数为^[6]:

$$\mu_{\tilde{c}}(z) = \sup(\min(\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)) | x, y \text{ 满足 } R, z = f(x, y)) \quad (4)$$

$$\text{poss}(\tilde{R}_k \geq 0) = \begin{cases} 1, & R_{k2} \geq 0 \\ R_{k3} / (R_{k3} - R_{k2}), & R_{k2} < 0 < R_{k3} \\ 0, & R_{k3} \leq 0 \end{cases} \quad (5a)$$

$$\text{poss}(\tilde{R}_k \leq 0) = \begin{cases} 0, & R_{k1} \geq 0 \\ R_{k1} / (R_{k1} - R_{k2}), & R_{k1} < 0 < R_{k2} \\ 1, & R_{k2} \leq 0 \end{cases} \quad (5b)$$

所以, 能否访问第 k 个客户, 取决于 $\text{poss}(\tilde{R}_k \geq 0) \geq \alpha$ 或 $\text{poss}(\tilde{R}_k \leq 0) \leq \beta$ 是否成立. 满足该条件则可以访问该客户, 反之, 则不行。

3.2.2 基于可能性分布 2-OPT 算法及流程

Step1 假设每个客户跟自然数是一一映射关系, 则随机生成一个序列, 保证其中每个客户对应的自然数都只出现一次。

Step2 根据式 (5) 计算置信度, 在满足预先设定的置信度的前提下, 将序列顺序聚类成 m 条子路径, 子路径起点和终点用代表出发点的 0 来填充. 从而成为一条单一路径, 将该路径设定为当前路径. 同时给出该路径经过的节点数 N .

例如: 假设随机序列为: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 分为两条子路径: 1, 2, 3, 4 和 5, 6, 7; 所得到的当前路径的形式为: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 0. 经过节点数为 10. 4 与 5 之间的 0 即为伪出发点。

Step3 从第一条边开始, 以遍历方式, 对 $(i, i+1)$ 和 $(j, j+1)$ 进行了 2-OPT 操作, (其中, $j \geq i+2$). 在进行 2-OPT 操作时, 如果新路径满足置信度要求, 且路径长度小于原来的路径长度, 将该路径置为当前路径, 则当前路径即为最优路径。

3.3 基于模糊需求上界的 2-OPT 算法

3.3.1 解的可行性判定

假设每辆车的最大载重量为 Q , 第 i 个客户的需求的模糊数右边界(上界)为 d_{i3} , 在某辆车服务了 k 个客户后, 其可用的载重能力为 R_k , 于是有下式成立:

$$R_k = Q - \sum_{i=1}^k d_{i3} \quad (6)$$

能否访问第 k 个客户取决于 $R_k \geq 0$ 是否成立。

3.3.2 基于模糊需求上界的 2-OPT 算法流程

其算法流程跟基于可能性分布的 2-OPT 算法相似, 不同之处在于进行可行性判定的时候, 所用的准则不同。

3.4 模糊模拟和行程的确定

3.4.1 模糊模拟

由于本文的前面已指出客户的需求是三角模糊数, 也就是说, 第 i 个客户的需求的可能性分布 $h_i(x)$ 是三角形形式, 即跟其隶属度函数相同. 所以, 可按照如下方式模拟客户需求。

首先在某客户

需求所对应的三角模糊数的下界(左边界)和上界(右边界)

对应的区间内, 按均匀分布随机生成一个数 D 代表该客户

的实际需求(参见图 2). 计算该客户的需求等于 D 的可能性 $\text{poss}_h D$. 然后在区间 $[0, 1]$ 按均匀分布生成随机数 r , 当

$$r \leq \text{poss}_h D \quad (7)$$

成立时, 以为该客户的实际需求为 D , 反之, 不接受这时的 D 值, 并重复上述步骤, 直到式 (7) 成立。

3.4.2 行程的确定

通过模拟的方法, 可以确定每个客户的需求为清晰值. 从而可以确定“出错”返回的位置和次数. 这里假定一旦“出错”,

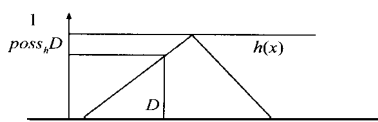


图 2 客户需求 D 在可能性分布 $h(x)$ 下对应的可能性 $\text{poss}_h D$

立即返回出发点,然后再从出发点到该客户处,为该客户提供服务,并为剩下的客户提供服务。(即若在第 i 个客户处发现剩余的载荷无法为该客户提供服务,则增加行程 $2 \times c_{i0}$ 。)因此总行程包括两部分:原来所规划的行程和“出错”所导致的额外的行程。

4 实验结果及其分析

4.1 实验结果

本文实验数据是通过随机方式生成。生成的数据共有 4000 组,有 10 种不同规模,限于篇幅,这里给出四种。列表表中的平均值是指同种规模的 400 种不同实验的均值。 β 为本文所提出的算法中设定的置信度, $pref$ 是 D. Teodorovic 的算法中预置的偏好值。 β 对算法的影响,限于篇幅,作者将另文阐述。下面的表中的 $\beta = 0.5$, $pref = 0.45$

表 1 问题的解

N	算法	MPD	MAD	MTD	$\bar{m}$	$\bar{t}(s)$
50	算法一	1661.242	0	1661.242	4.8275	0.1700
	算法二	1649.092	0.4841	1649.576	4.7325	0.3020
	算法三	2328.283	64.271	2392.554	5.1500	0*
100	算法一	2619.376	0	2619.376	9.6900	2.6525
	算法二	2611.566	0.283	2611.849	9.500	4.3600
	算法三	4377.328	118.378	4495.707	10.200	0*
150	算法一	3661.311	0	3661.311	14.9.300	11.9700
	算法二	3626.315	0.321	3626.636	14.5475	20.2250
	算法三	6673.072	156.247	6829.320	15.6000	0*
200	算法一	4629.014	0	4629.014	20.2900	345.5175
	算法二	4578.243	1.195	4579.438	19.8300	58.1725
	算法三	8859.065	214.016	9073.081	20.9500	0*

表中符号含义如下: N 为客户数;算法一、算法二、算法三分别指基于需求上界、基于可能性分布以及 D. Teodorovic 算法; MPD —平均规划行程; MAD —平均额外行程; MTD —平均总行程; $\bar{m}$ —平均车辆数; $\bar{t}$ —平均计算时间; *: 由于时间记数只能到秒,所以不到 1 秒时,得到的值为 0。

由上面的结果可明显看出,本文提出的两种方法的解明显优于 D. Teodorovic 的算法所得解,由它们所提的行程是后者的 60%—70%,所需要的车辆是为后者 95%,而且随着问题的规模增大,所要访问的客户增多,本文所提出的算法的优越性就越明显。

至于本文提出的基于模糊需求上界(算法一)和基于可能性分布(算法二)的算法,后者所得的平均总行程明显优于前者。同时后者算法所需要的车辆数比前者所需要的车辆少(0.5%),而且随着客户数量的增加,所需要的车辆数绝对差距越大。不过,相应的后者所需要的计算时间比前者长 60%。不过由于这两种算法计算的绝对速度比较快,因此后者的计算速度是完全可以接受的。

4.2 实验结果分析

之所以会出现上述结果主要基于以下原因: D. Teodorovic 的算法将排序与聚类作为两个不同的阶段进行,使得无法从全局的角度对问题进行优化求解。同时,聚类时所使用的模糊判定规则没有充分利用已知的需求信息,使得其算法本身存

在局限性。

本文提出的两种 2 - OPT 算法,通过引入新的置信度/可行性判定规则,充分利用了已知需求信息。同时,对可行解中各路径起始处用伪出发点来分隔,将多车辆路径问题转化为单路径问题,从而可以在不同的子路径间进行边的互换,有利于在全局层次进行优化。此外,用是否遍历完毕作算法终止条件也为寻求最优解提供了更好途径。

基于最大需求的 2 - OPT 算法可看作是基于可能性分布的 2 - OPT 算法的一个特例。从其可行性判定规则来看,它实质上是一个确定性算法。由于它在运算过程中把模糊信息作为确定信息来处理,因此其车辆数的优化结果不如基于可能性分布的 2 - OPT 算法。

5 结论

(1) 针对需求不确定的一类 VRP 问题,从模糊理论的角度,给出带模糊需求的 VRP 的问题描述,并提出了两种 2 - OPT 算法求解。

(2) 这两种算法的解远远优于现有算法的解(是原来解的 60%),其计算速度也比较快,对于较大规模问题(200 个客户)计算时间通常不超过两分钟,完全可以满足实际问题的需要。

参考文献:

- [1] Dantig G, Ramser J. The truck dispatching problem[J]. Management Science, 1959, 6: 80 - 91.
- [2] D J Bertsma, Simchi-Levi. A new generation of vehicle routing research: robust algorithms, addressing uncertainty[J]. Operations Research, 1996, 44: 286 - 303.
- [3] D Teodorovic, Gpavlovic. The fuzzy set theory approach to the vehicle routing problem when demand at nodes is uncertain[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 82: 307 - 317.
- [4] Billy E Gillett, Leland R Miller. A heuristic algorithm for vehicle dispatch problem[J]. Operations Research, 1974, 22: 340 - 349.
- [5] S Lin, B W Kernighan. An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem[J]. Operations Research, 1973, 21: 498 - 516.
- [6] L A Zadeh. Fuzzy sets as a basis for the theory of possibility[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1: 3 - 28.

作者简介:



祝崇隽 男, 1973 年 4 月生于四川省。清华大学自动化系国家 CIMS 工程技术研究中心博士研究生, 目前感兴趣的领域为复杂系统调度, 供需链建模优化, 复杂制造系统智能优化理论与方法等。

刘 民 男, 1965 年生于浙江省。清华大学自动化系国家 CIMS 工程技术研究中心讲师、博士, 现为中国自动化学会名词委员会副主任委员, 已在国内外刊物和会议上发表学术论文 30 篇, 目前感兴趣的领域为复杂制造系统智能优化理论与方法、人工生命、进化计算等。