

波导中模式吸收边界条件的计算方法

李思敏¹,张德琨¹,林为干²

(1. 桂林电子工业学院电子工程系,广西桂林 541004;2. 电子科技大学应用物理所,四川成都 610054)

摘 要: 本文对基于波导中模式冲击响应构造,并应用于时域有限差分(FDTD)方法的模式吸收边界条件,进行了详细地计算和分析.本文应用高阶插值方法,显著地提高模式吸收边界条件计算的精度,采用点匹配法鉴别模式幅度,加快了计算模式吸收边界条件的速度.计算结果表明,采用模式吸收边界条件可以有效地减少 FDTD 方法中的节点数目,从而提高了 FDTD 方法的效率.

关键词: 模式吸收边界条件;冲击响应;FDTD方法;波导

中图分类号: TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2001)09-1256-03

Method of Calculating Modal Absorbing Boundary Condition for Waveguide Problems

LI Si-min¹, ZHANG De-kun¹, LIN Wei-gan²

(1. Department of Electronic Engineering, Guilin Institute of Electronic Technology, Guilin, Guangxi 541004, China;

2. Institute of Applied Physics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: Based on impulse response of modes in a uniform waveguide, a modal absorbing boundary condition, employed in finite difference-time-domain(FDTD) method, is specially calculated and investigated in this paper. The high order interpolated method is used to significantly improve the accuracy of modal absorbing boundary condition, and computing speed is accelerated by applying point matched method to identify the amplitude of modes. The numerical simulation shows that the number of nodes of FDTD can be dramatically reduced by applying the modal absorbing boundary condition that leads to the improvement of the efficiency of FDTD method.

Key words: modal absorbing boundary condition; impulse response; FDTD method; waveguide

1 引言

使用时域有限差分方法对诸如波导滤波器等窄带波导部件进行计算时,采用分块计算策略,计算分块接头的广义散射矩阵,是解决这类复杂问题的有效方法^[1].当用 FDTD 方法计算分块部件时,需要应用尽可能靠近接头处的吸收边界条件,使计算被限制在有限的计算区域内.人们已经找到一些用于这类问题的吸收边界条件(ABC)^[2-6].最近,为了进一步地减小由于非理想吸收边界条件引入的误差,提出了基于频域格林函数的模吸收边界条件^[7],波导中模式冲击响应的吸收边界条件^[8],前一种方法十分繁琐,需要对均匀波导,做预先仿真来提取吸收边界条件.后者认为基于模式冲击响应解析结果的吸收边界条件存在精度问题,而采用预先仿真计算策略,获得离散的模式冲击响应,这就需要额外的存储开销.我们认为用模式冲击响应解析结果构造吸收边界条件时,可以预先根据精度要求,设置计算参数,获得满足误差要求的结果.同时可以使用统一的公式处理传输模和截止模,无需考虑用短路传输线来配置截止模的计算参数.实际上,提高计算模式冲击响应精度的方法并不复杂,本文提出采用二阶插值方法,有

效地提高了计算精度,从而避免了额外的存储开销.

在吸收边界处,波导横向截面上的场由主模与高次模的横向场迭加得到.本文中,我们提出用点匹配法来鉴别所有模式的幅度.这避免了通常需要插入一定长度的均匀波导,衰减截止模场幅度的计算策略,达到了压缩 FDTD 计算区域,提高算法效率的目的.

2 基本公式与算法

2.1 模式吸收边界条件的算法

对于波沿 z 方向传播的波导,波导中横向电场可以用波导正交模展开为:

$$E_t(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^N V_n(z, t) e_n(x, y) \quad (1)$$

在式(1)中, n 为模式指数, N 为模的总数, $e_n(x, y)$ 为模式特征矢量. $V_n(z, t)$ 为模式电压幅度,可由下式计算:

$$V_n(z, t) = \int_S E_t(x, y, z, t) \cdot e_n(x, y) ds \quad (2)$$

假设 $V_n^+(z, t)$ 为沿 z 向传播的电压波幅度,模式吸收边界条件的算法是利用均匀波导中的冲击响应 $h_n(d, t)$,使得波在

收稿日期:2000-08-01;修回日期:2001-03-11

基金项目:电子科学研究所基金(No.57.6.3.10, No.57.6.3.21)

传播距离 d 后,在 $V_n^+(z+d, t)$ 与 $V_n^+(z, t)$ 之间有:

$$V_n^+(z+d, t) = V_n^+(z, t) \otimes h_n(d, t) \quad (3)$$

符号 \otimes 表示卷积, $h_n(d, t)$ 为

$$h_n(d, t) = L^{-1} [e^{-\gamma d} - (e^{-\gamma d} - e^{-\tau\sqrt{p^2 + \omega_c^2}})] = \delta(t - \tau) - \frac{\omega_c \tau}{\sqrt{t^2 - \tau^2}} J_1(\omega_c \sqrt{t^2 - \tau^2}) u(t - \tau) \quad (4)$$

其中 $\tau = \frac{d}{c}$, c 为波导填充介质中的光速, ω_c 为截止角频率.

方程(4)可在文献[9,10]中查到,人们通常认为文献[11]给出了式(4)一般的推导,实际上,文献[10]比文献[11]更早地给出了简明、严格和更一般的证明方法.至此,利用式(3)和式(4)就可以构造出模式吸收边界条件:

$$V_n^+(z+d, t) = V_n^+(z, t - \tau) - \omega_c \tau \int_0^{t-\tau} V_n^+(z, \lambda) \frac{J_1(\omega_c \sqrt{(t-\lambda)^2 - \tau^2})}{\sqrt{(t-\lambda)^2 - \tau^2}} d\lambda \quad (5)$$

式(5)给出的模式吸收边界条件跟模的传输,或截止状态无关,唯一出现的问题是时延项 τ 与 FD-TD 中的取样时间 Δt 不成整数倍,这可以通过插值解决,设 τ 与 Δt 的关系写为:

$$\begin{aligned} \tau &= (l_d + \alpha)\Delta t \\ l_d &= \text{int}(\tau/\Delta t) \\ \alpha &= \tau/\Delta t - l_d \end{aligned} \quad (6)$$

给定 $m\Delta t$ 时刻的 $V_n^+(z, m\Delta t)$, $V_n^+(z, m\Delta t - \tau)$ 由下面的插值公式给出:

$$V_n^+(z, m\Delta t - \tau) = \sum_{i=1}^k V_n^+(z, (m - l_d + 1 - i)\Delta t) \times P_i(m\Delta t - \tau) \quad (7)$$

当 $k=2$ 时,为线性插值,此时文献[9]给出了由式(7)计算的模式吸收边界条件,存在大约 -50dB 的虚假反射的结论.当 $k=3$ 时,式(7)即为拉格朗日二阶插值公式,在本文中,采用二阶插值,简单有效地提高了模式吸收边界条件的计算精度.

2.2 点匹配用于模式鉴别的算法

直接用式(2)来鉴别模式电压幅度是十分耗时的,在波导横截面上,采用点匹配法可以快速地鉴别各个模式电压幅度.给定波导截面,例如矩型波导,由于模式特征矢量已知 $e_n(x,$

$y)$,取一离散点集 $\{(x_i, y_j), (i, j) \in (m, l)\}$ 尽可能地使 $|e_n(x_i, y_j)|_{\max}$ 或 $|e_n(x_i, y_j)|_{\min}$, 则有代数方程组:

$$E_{ix}^{(x_i, y_j)}(z, t) = \sum_{n=1}^N V_n^+(z, t) e_{nx}(x_i, y_j) \quad (8)$$

$$E_{iy}^{(x_i, y_j)}(z, t) = \sum_{n=1}^N V_n^+(z, t) e_{ny}(x_i, y_j)$$

当取 $m+l=N$ 时,就可以通过求解方程(8),鉴别出各个模式的瞬时电压幅度.

3 数值计算结果

为检验高阶插值方法和点匹配法的有效性,我们选择波导截面为 $22.4 \times 10.8\text{mm}^2$, 在 10GHz 频率下,长度为 30 波长的矩型波导,其结构如图 1 所示.

3.1 TE_{10} 主模式吸收

首先考虑仅有主模式 TE_{10} 模时,模式吸收边界条件的吸收性能.如图 1 所示,入射平面在 $z=0$ 处,模式吸收边界在 $z=4\Delta z$ 处,选取 FD-TD 运行的总步长数为 3000.依据文献[12],设入射波幅度随时间的变化关系为:

$$f(0, t) = \begin{cases} 10 - 15\cos\omega_1 t + 6\cos\omega_2 t - \cos\omega_3 t, & t \leq \tau_0 \\ 0, & t \geq \tau_0 \end{cases} \quad (9a)$$

$$\omega_n = 2\pi n/\tau_0, \tau_0 = 0.15\text{ns} \quad (9b)$$

该脉冲波型的幅频特性:在 $f=10\text{GHz}$ 以内,是平坦的,超过该频率后,幅频特性逐渐减小到零,因此有利于观察模式在截止频率以下,吸收边界的吸收性能.

计算结果如图 2 所示.其中,我们把没有应用吸收边界的 FD-TD 的仿真结果作为比较的参考值,在没有施加吸收边界条件时,可观察到来自右边金属端壁的反射.

图 3 是在无反射步长内,线性插值与二阶插值相对于参考值的误差,这个误差项对应于虚假反射.很明显,二阶插值有效地降低了虚假反射,图 4 是依据公式:

$$|R| = 20\log\left(\left|\frac{E_y(3\Delta z, \omega) - E_{yref}(3\Delta z, \omega)}{E_{yref}(3\Delta z, \omega)}\right|\right) \quad (10)$$

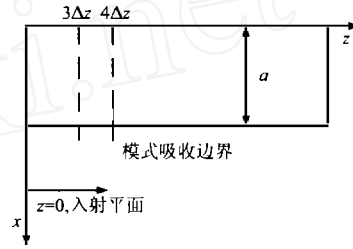


图 1 计算波导的顶视图

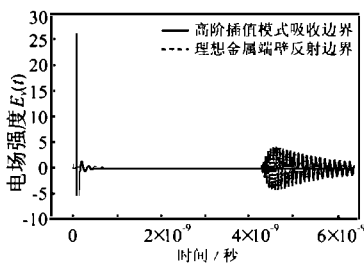


图 2 取样位置在 $z=3\Delta z$ 处 TE_{10} 模响应的比较

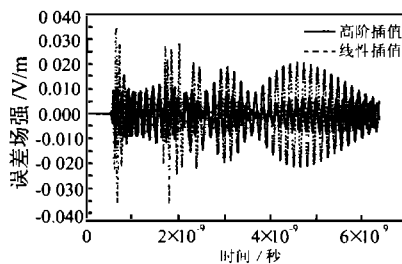


图 3 线性插值与高阶插值误差的比较

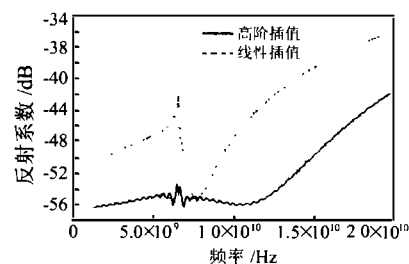


图 4 边界在 $z=4\Delta z$ 处, TE_{10} 模在取样位置 $z=3\Delta z$ 处的虚假反射系数

计算的反射系数.在使用线性插值时,虚假反射的反射系数在 -50dB 左右,使用高阶插值后,平均降低了 8dB .由公式(5)构

造的吸收边界条件,需要计算含贝塞尔函数的积分,在我们的计算中,只用了简单的 Simpson 法,因此提高精度的另一条途

径是使用更小的时间取样步长,由于模式吸收条件可以很靠近分块计算区域,使用更小的网格尺寸可以较精确地构造计算模型,这时需要更小的时间取样步长,对于图3给出的误差,如果时间步长减小一倍,虚假反射的反射系数会降到-60dB以下,因此使用模式冲击响应解析结果构造的模式吸收边界条件,误差是可以控制的。

从图4中还看到,当频率超过 $f = 10\text{GHz}$ 时,反射系数开始增大,这是由于数值背景“噪声”在全频段内均匀分布,而波

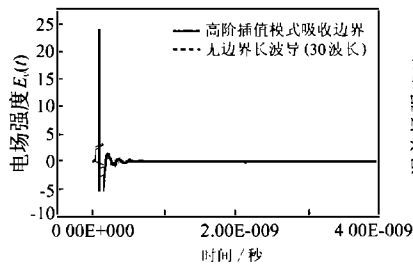


图5 取样位置在 $z = 3\Delta z$ 处 TE_{10} 模与 TE_{20} 高次模迭加时响应的比较

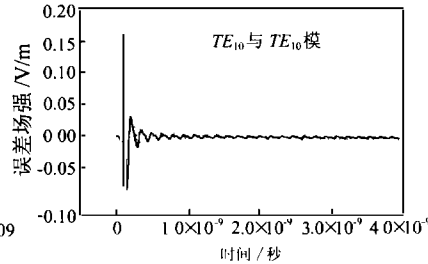


图6 TE_{10} 模与 TE_{20} 高次模迭加时的误差场强

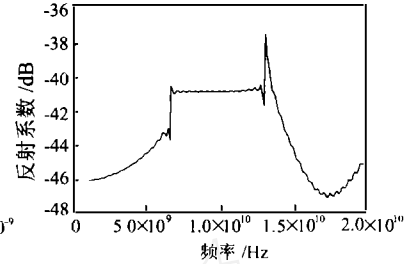


图7 TE_{10} 模与 TE_{20} 高次模迭加时的反射系数

4 结论

从上面的计算结果看到,使用高阶插值方法,在单模的情况下,能够有效地提高,基于模式冲击响应解析方法构造的模式吸收边界条件的计算精度.在多模的情况下,基于点匹配法的模式鉴别方法,能够保证FD-TD算法的收敛,但计算精度有所下降.由于它具有毋须引入直波导来衰减高次模的优点,这在使用多模腔来设计滤波器时,使用点匹配法来鉴别模式幅度,就显得十分方便.使用二阶插值,相对于线性插值方法,无疑会增加计算上的开销,但它确保了点匹配法用于鉴别模式幅度时的计算精度.在该方法中,计算区域被大大压缩,因此总的计算开销并未明显增加。

参考文献:

- [1] Mario Righi, Wolfgang J R Hoefler, Mauro Mongiardo, Roberto Sorrentino. Efficient TLM diakoptics for separable structures [J]. IEEE Trans., 1995, MTT-43(4): 854 - 859.
- [2] M Werthen, et al. FDTD-simulation of waveguide junctions using a new boundary conditions for rectangular waveguides [A]. Proc. European Microwave Conf [C], 1994: 1715 - 1719.
- [3] T Huang, B Houshmand, T Itoh. Efficient modes extraction and numerical exact matched sources for a homogeneous waveguide cross-section in a FDTD simulation [J]. IEEE Int. Microwave Symp. Dig., 1994, MTT-S: 31 - 34.
- [4] C Eswarappa, W Hoefler. Diakoptics and wideband dispersive absorbing boundaries in the 3-D TLM method with symmetrical condensed nodes [J]. IEICE Trans., 1991, E74: 1242 - 1250.
- [5] F Alimenti, P Mezzanotte, L Roselli, R Sorrentino. Efficient analysis of waveguide components by FDTD combined with time domain modal expansion [J]. IEEE Microwave Guided Wave Lett., 1995, MGWL-5 (4): 351 - 353.
- [6] Kyung-Young Jung, Hyeongdong Kim, Kwang-Cheol Ko. An improved

型谱分量幅度降低引起的。

3.2 TE_{10} 主模与 TE_{20} 高次模迭加的模式吸收

当 TE_{10} 主模与 TE_{20} 高次模迭加激励波导时,利用公式(8)进行模式鉴别,然后用式(5)构造模式吸收边界条件,取样位置在 $z = 3\Delta z$ 处计算的电场如图5所示.图6是误差场强的计算结果,此时误差增大.图7是对应的虚假反射系数的结果,绝大部分的反射系数在-40dB以下。

- unimodal absorbing boundary conditions for waveguide problems [J]. IEEE Microwave Guided Wave Lett., 1997, MGWL-7(11): 368 - 370.
- [7] Emmanouil Tentzeris, Michael Krumpolz, Nihad Dib, Jong-Gwan Yook, Linda P B Katehi. FDTD characterization of waveguide-probe structures [J]. IEEE Trans., 1998, MTT-46(10): 1452 - 1460.
- [8] Federico Alimenti, Paolo Mezzanotte, Luca Roselli, Roberto Sorrentino. Revised formulation of modal absorbing and matched modal source boundary conditions for the efficient FDTD analysis of waveguide structure [J]. IEEE Trans., 2000, MTT-48(1): 50 - 59.
- [9] M Abramowitz and I Stegun. Handbook of Mathematical Functions [M]. New York: Dover Publications, 1970.
- [10] Ander' Angot. 电工、电信工程师数学 [M], 北京: 人民邮电出版社, 1979.
- [11] S Dvorak Exact closed-form expression for the transient fields in homogeneously filled waveguides [J]. IEEE Trans., 1994, MTT-42: 2164 - 2170.
- [12] L N Trephten. Group velocity interpretation of the stability theory of Gustafsson, Kreisis and Sundström [J]. J. Comp. Phys., 1983: 199 - 217.

作者简介:

李思敏 男. 1963年9月出生于广西桂林, 1984年在南京邮电学院获学士学位. 1989年在电子科技大学硕士学位. 现在电子科技大学应用物理所攻读博士学位. 研究的主要方向有微波电路与天线、电磁场数值计算方法、超宽带电磁脉冲通信技术。

张德理 男. 1938年出生于四川. 1960年毕业于西安军事电讯工程学院雷达专业. 现为桂林电子工业学院通信与信息工程系教授. 研究的主要方向为光通信与微波通信理论与技术。

林为干 男. 1919年生于广东. 教授、博士生导师、中科院院士. 1950年在美国 Berkeley 大学获博士学位. 曾任中国电子学会微波分会主席、美国《电磁波和应用》杂志主编。