

# 考虑海谱分布的动态分形海面的电磁散射

郭立新, 吴振森

(西安电子科技大学理学院, 陕西西安 710071)

**摘要:** 本文采用考虑了 Pierson-Moskowitz 谱的归一化带限 Weierstrass 分形函数来模拟动态分形海面. 利用基尔霍夫近似研究了该粗糙面的电磁散射, 讨论了后向散射截面随入射角的变化, 给出了后向散射截面时间序列的分维与分形海面分维间的关系. 计算了散射场幅值, 结果表明该分形海面散射场幅值分布服从  $K$ -分布.

**关键词:** 分形海面; 基尔霍夫近似; 电磁散射

**中图分类号:** O451 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 09-1287-03

## Electromagnetic Scattering from Time-Varying Fractal Sea Surface Considering the Distribution of Sea Power Spectrum

GUO Li-xin, WU Zhen-sen

(School of Science, Xidian University, Xi'an, Shanxi 710071, China)

**Abstract:** In this paper, a normalized band-limited Weierstrass fractal model is presented for modeling the time-varying rough sea surface. In particular, the Pierson - Moskowitz spectrum is incorporated into this model to represent a fully developed sea surface. The solution of the scattering field from this fractal surface is studied based on Kirchhoff theory, and the effect of the incident angle on the backscattering cross section is discussed. The relationship between the fractal dimension of the time series of the the backscattering cross section and the fractal dimension of the sea surface is given. The numerical results of the scattering fields show that the distribution of the scattering amplitude satisfies the  $K$ -distribution.

**Key words:** fractal sea surface; Kirchhoff approximation; electromagnetic scattering

### 1 引言

随机粗糙表面电磁散射的理论和实验研究近年来发展很快, 尤其在雷达探测、材料物理、光学、天文学等领域有广泛应用. 利用分形理论对粗糙面进行模拟<sup>[1,2]</sup>, 它可集周期函数和随机函数的特性于一体, 其几何特征可以方便地被几个分形量来控制. 同传统的统计模拟方法比较<sup>[3]</sup>, 用分形函数模拟海面有许多优点. 首先海面分形模型能很好地反映海面的不规则性, 其次在海面分形模型基础上计算海面的电磁散射场, 有时在数学上是很方便的. 如采用带限 Weierstrass 函数模拟海面, 就可得到海面在 Kirchhoff 近似下电磁散射场的闭合解析表达式, 据此可较方便地计算出海面散射场.

近年来有关分形粗糙面散射研究越来越多, 如 Jaggard 等人利用 Kirchhoff 近似研究了带限分形粗糙面的散射<sup>[2]</sup>; Sanchez 等人对具有自仿射结构的金属分形粗糙面的极化效应和场增强效应做了研究<sup>[4]</sup>; Ji.Chen 等人在 Jaggard 的基础上推广了分形粗糙面的散射<sup>[5-7]</sup>, 他们研究了随时间变化的动态分形粗糙面的散射回波与分维的关系, 但未与实际粗糙面紧密结合在一起, 并未考虑实际粗糙面的谱分布. 本文主要研究的是分形海面的电磁散射, 我们知道对于海面目标情况和空基雷达情况, 雷达照射到的是运动的且具有一定谱分布的

海表面, 因此建立海洋表面模型时, 不仅要考虑海面的动态变化, 还应考虑其谱分布. 我们在文献[5~7]的基础上研究了考虑风速及谱分布的动态分形海面的电磁散射.

### 2 考虑了 Pierson-Moskowitz 谱分布的动态海面分形模型

已知重要的一维动态(含时)分形函数是带限 Weierstrass 曲线<sup>[1,2]</sup>, 该曲线满足自仿射的性质. 在此函数的基础上定义考虑了海谱分布的一维归一化带限 Weierstrass 分形海面模型为:

$$F(x, t) = \frac{\sqrt{2}\delta [D(2-D)]^{1/2}}{[1-(D-1)^{2N}]^{1/2}} \sum_{m=1}^M P_{PM}(f_m) \sum_{n=N_1}^{N_2} (D-1)^n \cdot \sin[Kb^n f_m(x + Vt) + \omega_n t + \phi_n(t)] \quad (1)$$

式(1)中  $\delta$  为粗糙面的高度起伏均方根. 归一化可以使我们可以给出具有任意  $\delta$  的粗糙面  $F(x, t)$ ,  $b$  为空间基频 ( $b > 1$ ),  $D$  为分维 ( $1 < D < 2$ ),  $K$  为海表面的空间波数, 它决定空间频谱的位置,  $V$  为探测雷达平台或海杂波的传播速度.  $\omega_n$  为第  $n$  个谱分量的角速度, 初始相位  $\phi_n(t)$  满足以下关系:

$$\phi_n(t) = \begin{cases} \varphi_n, & N_1 < n < n_0 - 1 \\ \theta_n(t), & n_0 < n < N_2 \end{cases} \quad (2)$$

收稿日期: 2000-07-18; 修回日期: 2001-03-15

基金项目: 高等学校优秀青年教师教学和科研奖励基金资助项目

其中  $\varphi_n$  和  $\theta_n(t)$  均为  $(-\pi, \pi)$  上均匀分布的随机相位, 且二者是相互独立的. 在低频段 ( $N_1 < n < n_0 - 1$ ), 相位稳定, 代表了海面的大的起伏轮廓或长程有序性. 而在高频段 ( $n_0 < n < N_2$ ), 相位随时间变化, 代表了海面上的精细波纹或短程不确定性. 因此用分形函数重构的海面能很好地反映海面的非线性, 它既能显示海面大尺度的周期有序又能体现小尺度的随机性, 是描述海面的一种很好的方法. 值得注意的是式(1)中的  $P_{PM}(f)$  为海面的 Pierson-Moskowitz 谱(简称 PM 谱)<sup>[8]</sup>, 此项的增加是对文献[5~7]中分形模型的进一步推广, 它在以往用分形函数模拟海面轮廓的基础上, 充分考虑了海谱分布, 所模拟的海面更接近于实际. PM 谱通常可以表示为:

$$P_{PM}(f) = \frac{\alpha_p g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp[-1.25(\frac{f_{PM}}{f})^4] \quad (3)$$

其中 Philips 常数  $\alpha_p = 0.0081$ , 而频率  $f_{PM} = 0.13g/u_w$ , 这里  $g = 9.8m/s^2$ ,  $u_w$  为海面上的风速. 根据上式可知, 无论风速的取值大小, PM 谱中总有一个峰值, 其对应的频率为  $f_p$ , 风速越大,  $f_p$  越小. 这表明海表面受两种波谱共同影响, 当  $f < f_p$  时, 表面的相关长张力波起主要作用, 而当  $f > f_p$  时, 由于风力的混沌效应而引起的短重力波起主要作用. 事实上当  $f > f_p$  时,  $P_{PM}(f) \propto f^{-q}$ , 即满足负幂律谱, 其中  $q > 0$ , 它同样是与分维  $D$  有关的物理量<sup>[1]</sup>. 式(1)所描述的粗糙海面具有零均值, 其无标度区间一般取  $[2\pi/(Kb^{N_1}), 2\pi/(Kb^{N_2})]$ .  $N = N_2 - N_1 + 1$  (代表谐波次数). 当分维  $D$  增加时, 高频分量比重加大, 低频分量作用减小. 这一函数在  $M$  和  $N$  不太大时是各向异性的, 它有自仿射结构和较大的偏导数, 该分形粗糙表面为多尺度表面. 由于实际海表面一般既不是纯随机的也不是完全纯周期的, 且经常是各向异性的, 因此式(1)所给的分形函数能较好地反映海面的物理特性, 是较好的物理模型.

### 3 基尔霍夫近似下动态分形海面的散射特征

有关粗糙面电磁散射的方法有多种, 这里采用基尔霍夫近似方法<sup>[9]</sup>. 在该近似方法中粗糙表面上任意点的散射场是以该点切平面的场近似获得的, 这就要求表面上任意点的曲率半径要大于入射波长, 同时粗糙面的相关长度  $\rho$  满足  $k\rho > 2\pi$  (即  $\rho > \lambda$ ,  $k_i$  为入射波数), 在入射角越小的情况下, 利用该方法计算的结果越准确. 为了进一步首先确定基尔霍夫近似方法的使用范围, 图1给出了不同空间基频和风速情况下海面相关长度(以  $\lambda$  为单位)随分维的变化情况, 图中粗糙海面有关参数取值如下

$\delta = 0.05\lambda$ ,  $K = 1/(2\lambda)$ ,  $N_1 = 0$ ,  $N_2 = 9$ ,  $M = 30$ . 从图中可以看出随着分维的增加, 相关长度是单调下降的, 且空间基频  $b$  和风速越大, 相关长度越小, 这与粗糙面粗糙度越大, 所对应的相关长度越小

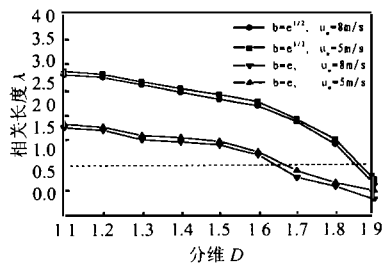


图1 不同空间基频和风速下海面相关长度与分维的关系

是相符合的. 从图中还可以看出, 在  $b = \sqrt{e}$  时, 基尔霍夫近似所对应的分维段为  $1 < D < 1.85$ , 而当  $b = e$  时, 基尔霍夫近似所对应的分维段为  $1 < D < 1.65$ .

考虑一具有单位幅度的平面电磁波入射到由式(1)所描述的一维粗糙海面上, 照射范围从  $x = -L$  到  $x = L$ . 若满足基尔霍夫近似条件, 则距散射点  $R_0$  处的远区标量场可以表示为<sup>[9]</sup>:

$$E_q^{(s)}(R_0, t) = \frac{ik \exp(ikR_0)}{4\pi R_0} \int_{-L}^L (pF'_x(x, t) - q) \exp i[v_x x + v_z F(x, t)] dx \quad (4)$$

其中

$$p = (1 - R) \sin \theta_i + (1 + R) \sin \theta_s \quad (5)$$

$$q = (1 + R) \cos \theta_s - (1 - R) \cos \theta_i \quad (6)$$

$$v_x = k(\sin \theta_i - \sin \theta_s) \quad (7)$$

$$v_z = k(\cos \theta_i + \cos \theta_s) \quad (8)$$

$\theta_i$  和  $\theta_s$  分别为入射角和散射角. 对于后向散射,  $\theta_s = -\theta_i$ .  $R$  为 Fresnel 反射系数, 对于垂直极化和水平极化, 可表示为:

$$R_{\perp} = \frac{\epsilon_r \cos \theta_i - (\epsilon_r - \sin^2 \theta_i)^{1/2}}{\epsilon_r \cos \theta_i + (\epsilon_r - \sin^2 \theta_i)^{1/2}}$$

$$R_{//} = \frac{\cos \theta_i - (\epsilon_r - \sin^2 \theta_i)^{1/2}}{\cos \theta_i + (\epsilon_r - \sin^2 \theta_i)^{1/2}} \quad (9)$$

$\epsilon_r$  为海水的相对介电常数. 海面的散射截面可以表示为<sup>[9]</sup>:

$$\sigma = \lim_{R_0 \rightarrow \infty} \frac{4\pi R_0^2 \langle |E_q^{(s)}|^2 \rangle}{\langle |E_q^{(i)}|^2 \rangle} \quad (10)$$

利用式(4)~(10), 我们计算了式(1)给出的海面模型的后向散射截面  $\sigma^0$  角分布. 为便于计算, 一般取式(1)中的  $Kb^N f_m V > \omega_n$ ,  $\omega_n t$  这一项可以忽略<sup>[5-7]</sup>,  $b = \sqrt{e}$ ,  $K = 1/(2\lambda)$ ,  $u_w = 8m/s$ ,  $\delta = 0.1\lambda$ . 粗糙海面的照射尺度  $L = 40\lambda$ ,  $\epsilon_r = (48.3, 34.9)^{[9]}$ . 图2给出了  $t = 0$  时不同分维下海面模型的后向散射截面角分布. 从图中很容易看出, 海面的后向散射截面随入射角的增大而逐渐减小, 对于同一入射角, 分维越大, 对应的粗糙度也越大,  $\sigma^0$  也越大, 这一结论与有关文献是吻合的<sup>[9]</sup>. 在文献[5~7]的基础上我们同时计算了不同入射角下,  $V = 10m/s$ , 海面分维  $D = 1.7$  时动态分形海面后向散射截面随时间的变化关系, 结果发现这些曲线仍满足统计意义上的自相似, 具有分形特征. 利用一维随机分形曲线的分维估计方法 - 局部方差累积法<sup>[10]</sup>, 我们对这些曲线的分维  $D_s$  做了估计, 发现  $D_s$  和  $D$  是相接近的且  $D_s > D$ . 对于确定的海面分维  $D$ , 入射角越大,  $D_s$  越小. 我们在表1中给出了动态粗糙海面分维与后向散射截面随时间变化曲线分维的关系, 当然这一关系在动态粗糙海面的有关参数和入射角发生变化时是在改变的, 但后向散射截面随时间变化曲线的分形特征是不变的.

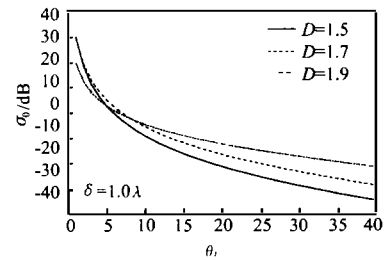


图2 不同分维下海面的后向散射截面角分布

表 1 不同入射角下  $D_s$  与  $D$  的关系

$D$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
$D_s(\theta_s = 15^\circ)$	1.171	1.235	1.382	1.479	1.543	1.697	1.791	1.858	1.959
$D_s(\theta_s = 30^\circ)$	1.130	1.216	1.365	1.433	1.529	1.661	1.787	1.833	1.912

以下我们利用式(4)计算了时不同高度起伏均方根海面的后向散射场的幅值分布,粗糙海面的其它有关参数选取同图 2 一致。图 3 给出了计算结果。从图 3 可以看出,无论动态海面的高度起伏均方根取多少(在

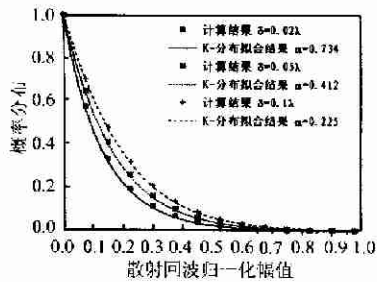


图 3 海面散射回波的归一化幅值分布

满足基尔霍夫近似范围内),后向散射场的归一化幅值其概率分布非常接近  $K$ -分布。 $K$ -分布是一种适应于雷达海杂波幅度统计分布的新模型,已被广泛用于海杂波的分析<sup>[11]</sup>。它不仅能很好地满足实际海杂波的幅值测量,而且还包括了杂波的时间和空间相关特性。从数学角度出发,它可以看作是二维随机游动过程。其具体数学表达式为:

$$p(x) = \frac{2\beta}{\Gamma(\alpha)} \cdot \left(\frac{\beta x}{2}\right)^\alpha \cdot K_{\alpha-1}(\beta x) \quad (11)$$

其中  $x$  为幅值,  $K_{\alpha-1}$  为  $\alpha-1$  阶的修正的 Bessel 函数。 $\beta$  称为标度参数,仅与杂波的均方根值有关,这里取  $\beta = \sqrt{e}$ 。 $\alpha$  称为形状因子,它规定了  $K$ -分布曲线的形状,取值范围为  $0 < \alpha \leq \infty$ 。当  $\alpha \rightarrow \infty$  时,  $p(x)$  将退化为 Rayleigh 分布。 $\alpha$  越小,表示海杂波的起伏越大,  $\alpha$  为很小值时(如  $\alpha = 0.2$ ),意味着将有尖峰海杂波。图 3 表明海杂波回波信号的归一化幅值分布用  $K$ -分布拟合的很好,当海面的高度起伏均方根越大时,所对应的形状因子越小。因此一旦具有某一确定分维的动态海面的回波幅值分布形状因子确定下来,该散射回波的归一化幅值分布也就确定下来了。

图 4 给出了不同高度起伏均方根下形状因子  $\alpha$  与分维  $D$  的关系。从图中可以看出,当分维值较小时,粗糙海面相对较为光滑,这时无论高度起伏均方根  $\delta$  的大小,形状因子  $\alpha$  均很大,显然散射场幅值分布满足 Rayleigh 分布。随着分维和高度起伏均方根的增加,  $\alpha$  迅速减小,因此  $\alpha$  随粗糙度的变化是非常敏感的。我们发现当  $1.6 < D < 1.9$  时,相对较小,散射场幅值分布能较好的满足  $K$ -分布,这也是图 3 中  $D$  取 1.7 的原因。

#### 4 结论

本文采用考虑了 Pierson-Moskowitz 谱的归一化带限 Weierstrass 分形函数

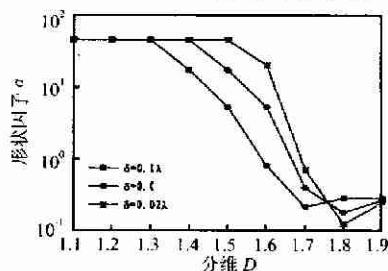


图 4 不同高度起伏均方根下形状因子与分维的关系

来模拟动态分形海面。利用基尔霍夫近似研究了该海面的电磁散射,结果发现其后向散射截面时间序列信号也是分形的,它的分维  $D_s$  近似等于海面的分维  $D$  且  $D_s > D$ 。对于确定的海面分维  $D$ ,入射角越大,  $D_s$  越小。因此可以利用散射波的分维数检测目标和遥感海面。我们同时计算了该动态海面散射场的幅值,结果发现后向散射场幅值分布服从  $K$ -分布,且分维  $D$  和  $K$ -分布中的形状因子间有一定的关系,这对反演海面的分维有一定意义。本文将有关文献的分形模型结合实际做了推广,所得结果可应用于粗糙面重建的逆散射问题,也可用于粗糙表面的分类和遥感,也可以推广到陆地杂波散射分析。

#### 参考文献:

- [1] K Falconer. Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Application [M]. Wiley, New York, 1990.
- [2] D L Jaggard, et al. Scattering from fractally corrugated surfaces [J]. J. Opt. Soc. Am., 1987, A7(6):1131-1139.
- [3] E I Thorsos. The validity of the Kirchhoff approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum [J]. J. Acoust. Soc. Am. 1988, 83(1):78-91.
- [4] J A Sanchez-Gil, J V Garcia-Ramos. Strong surface field enhancements in the scattering of p-polarized light from fractal metal surfaces [J]. Opt. Communications, 1997, 134:11-15.
- [5] Ji Chen, et al. Scattering of electromagnetic waves from a time-varying fractal surface [J]. Microwave and Opt. Tech. Lett., 1993, 6(1):87-91.
- [6] F Berizzi, et al. Fractal analysis of the signal scattered from the sea surface [J]. IEEE Trans. on AP, 1999, 47(2):324-338.
- [7] 谢文录,陈彦辉,谢维信. 动态分形表面的电磁散射 [J]. 电子学报, 1998, 26(12):49-51.
- [8] E I Thorsos. Acoustic scattering from a "Pierson-Moskowitz" sea surface [J]. J. Acoust. Soc. Am. 1990, 88(1):335-349.
- [9] F T Ulaby, et al. Microwave Remote Sensing [M]. Addison-Wesley Publishing Company, 1982, II.
- [10] 吴振森,郭立新. 一维随机分形曲线的分维估计 [J]. 计算物理, 1992, 9(4):687-692.
- [11] E Jakeman, et al. Non-Gaussian models for statistics of scattered waves [J]. Adv. Phys., 1988, 37:417-529.

#### 作者简介:



郭立新 男, 1968 年生于陕西西安, 1993 年在西安电子科技大学获理学硕士学位, 1999 年在中国科学院陕西天文台获理学博士学位, 现为西安电子科技大学理学院副教授, 硕士生导师。发表学术论文 30 余篇, 获国家科技进步三等奖一项, 电子部科技进步一、二等奖各一项。目前主要从事电磁波和光波在随机介质中的传播和散射、军用目标激光散射特性研究及计算机电磁成像和非线性物理研究。

吴振森 男, 1946 年生于湖北沙市, 现为西安电子科技大学理学院教授, 博士生导师。近几年主要从事随机介质、非均匀介质中电磁(光)波的传播与散射、目标激光散射特性和电磁散射等方面的研究。