

基于子空间的阵元间互耦校正方法

林 敏, 龚铮权

(总参第63研究所, 江苏南京 210016)

摘 要: 本文基于子空间基本原理, 提出了一种均匀线阵或均匀圆阵单元间互耦的校正方法. 该方法的优点在于只需要一个辅助校正源, 并且它的方向可以未知. 计算机模拟结果证明了这种方法的正确性和有效性.

关键词: 阵列信号处理; 子空间原理; 互耦; 误差校正

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 09-1176-03

Subspace-Based Calibration Approach for Mutual Coupling Among Sensors

LIN Min, GONG Zheng-quan

(The 63rd Research Institute of PLA General Staff Headquarters, Nanjing, Jiangsu 210016, China)

Abstract: Basing on subspace principle, the paper provides a calibration approach for mutual coupling among sensors of uniformly spaced linear arrays or circular arrays. The benefit of this new method is that only one calibration signal is needed, whose angle may be unknown. The computer simulation results demonstrate that this approach is correct and effective.

Key words: array signal processing; subspace principle; mutual coupling; error calibration

1 引言

众所周知, 基于阵列信号处理技术来突破瑞利极限, 从而实现超分辨测向已经成为电子对抗、移动通信、声纳等领域的一个研究热点^[1]. 尽管以 MUSIC (Multiple Signal Classification) 法^[2]为代表的各种信号 DOA (Direction Of Arrival) 估计算法, 在理想情况下较常规的测向方法有着许多的优势, 如分辨精度高、能同时测出多个信号的来向、适用于小信噪比和相干信号源场合, 但在实际应用过程中, 天线阵各个单元之间的互耦总是存在的, 这使得实际的阵列流形与理想的阵列流形有所不同, 从而导致测向性能急剧下降甚至完全失效^[4-10], 因此阵元间互耦的校正是超分辨测向能否投入实用的关键技术之一.

自八十年代中期以来, 国内外一些学者对天线阵单元间互耦的校正问题作了一定的研究, 并得到了多种解决问题的办法. 其中文献[5]提出了一种对互耦进行补偿的思路, 但它要求必须事先准确已知互阻抗矩阵; 文献[6, 7]提出了最小平方方法, 文献[8]提出了最大似然法, 但它们均要求校正信号源的个数必须大于阵元个数; 文献[9]提出了基于阵元移相的方法, 但它需要准确已知辅助校正源的方向. 而文献[10]提出的自校正法有两大缺点: 一是只能应用于非线性阵, 并且信号源的数目必须足够多; 二是计算量大、收敛速度慢, 最终结果很容易落入局部最小点. 跟它们有所不同, 针对超分辨测向系统中应用得最多的均匀线阵和均匀圆阵, 本文提出了一种新的校正方法, 该方法的优点在于只需要一个辅助校正源, 并且

它的方向可以未知. 本文首先介绍数学模型的建立和子空间原理, 接着对新方法进行理论分析和公式推导, 最后通过计算机模拟结果来证明这种方法有着较好的校正效果.

2 问题的描述

根据天线阵基本理论, 阵元间互耦的影响可通过输出端的互阻抗加以描述. 对于图1所示的由 N 个无方向性点元组成的平面天线阵, 可以将它等效成响应于一个外部源的 $N+1$ 端线性双向网络^[3]. 假设有 M 个来自远场的窄带信号入射到该天线阵上, 那么在第 k 次快拍, 阵列的输出信号矢量:

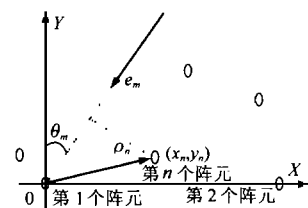


图1 任意排列的平面天线阵示意图

$$\mathbf{X}(k) = \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{S}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1)$$

$\mathbf{X}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_N(k)]^T$, $\mathbf{S}(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_M(k)]^T$, $\mathbf{n}(k) = [n_1(k), n_2(k), \dots, n_N(k)]^T$, $n_i(k)$ 为第 i 个阵元中零均值且方差等于 σ^2 的高斯加性白噪声. 互阻抗矩阵 \mathbf{Z} 为 $N \times N$ 阶复矩阵, 它有下列的式子:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{z_{11}}{z_L} & \frac{z_{12}}{z_L} & \dots & \frac{z_{1N}}{z_L} \\ \frac{z_{21}}{z_L} & 1 + \frac{z_{22}}{z_L} & \dots & \frac{z_{2N}}{z_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{z_{N1}}{z_L} & \frac{z_{N2}}{z_L} & \dots & 1 + \frac{z_{NN}}{z_L} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \frac{z_{11}}{z_L} & \frac{z_{12}}{z_L} & \dots & \frac{z_{1N}}{z_L} \\ \frac{z_{21}}{z_L} & \frac{z_{22}}{z_L} & \dots & \frac{z_{2N}}{z_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{z_{N1}}{z_L} & \frac{z_{N2}}{z_L} & \dots & \frac{z_{NN}}{z_L} \end{bmatrix} \quad (2)$$

收稿日期: 2000-05-24; 修回日期: 2001-01-25

其中 z_u 和 $z_v (i \neq j)$ 分别表示第 i 个阵元的自阻抗以及它与第 j 个阵元之间的互阻抗. 方向矩阵 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_M)]$, $\mathbf{a}(\theta_m)$ 为天线阵对于第 m 个信号的引导矢量, 它的第 n 个元素:

$$a_n(\theta_m) = \exp(-jk \rho_n \cdot \hat{e}_m) = \exp[jk_c(x_n \sin \theta_m + y_n \cos \theta_m)]$$

于是阵列的输出协方差矩阵:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}(k)\mathbf{X}(k)^H] = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{R}_{SS}(\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{A})^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{R}_{SS} = E[\mathbf{S}(k)\mathbf{S}(k)^H]$ 是信号复包络的协方差矩阵. 对 \mathbf{R} 进行特征值分解后, 它的 M 个大特征值和 $N - M$ 个小特征值对应的特征向量分别构成信号子空间 \mathbf{E}_S 和噪声子空间 \mathbf{E}_N , 即 $\mathbf{E} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_M; \mathbf{u}_{M+1}, \dots, \mathbf{u}_N] = [\mathbf{E}_S; \mathbf{E}_N]$, 那么可以得到下面的关系式:

$$\text{span}\{\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{A}(\theta)\} = \text{span}\{\mathbf{E}_S\} \perp \text{span}\{\mathbf{E}_N\} \quad (4)$$

这就是广泛应用于阵列信号处理的子空间基本原理. 很显然, 考虑到阵元间互耦的影响后, MUSIC 算法的空间谱函数应该是:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\|\mathbf{E}_N^H \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{a}(\theta)\|^2} \quad (5)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示矩阵的 Frobenius 范数. 因此, 校正的关键在于求得互阻抗矩阵 \mathbf{Z} .

3 阵元间互耦的校正原理

当只有一个来自 θ_1 方向的信号入射到天线阵上时, 根据子空间基本原理可以得到:

$$\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{a}(\theta_1) = \beta\mathbf{E}_S = \beta\mathbf{u}_1 \Leftrightarrow \beta\mathbf{v} \quad (6)$$

去掉不影响结果的常数 β , 并经过简单的运算上式变为:

$$\mathbf{a}(\theta_1) = \mathbf{Z}\mathbf{v} \quad (7)$$

尽管对于一般形式的天线阵, \mathbf{Z} 没有特殊的结构, 但在实际应用过程中通常采用均匀线阵或均匀圆阵, 此时 \mathbf{Z} 为一个 $N \times N$ 的复对称 Toeplitz 矩阵, 它的第一行(或第一列)含有矩阵中的所有元素. 于是经过变换之后, 进一步可得到:

$$\mathbf{a}(\theta_1) = \mathbf{T}(\mathbf{v})\mathbf{z} \quad (8)$$

其中: $\mathbf{z} = [z_{11}, z_{12}, \dots, z_{1N}]^T$ 以及 $\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2$

$$[\mathbf{T}_1]_{pq} = \begin{cases} v_{p+q-1}, & \text{for } p+q \leq N+1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$[\mathbf{T}_2]_{pq} = \begin{cases} v_{p-q+1}, & \text{for } p \geq q \geq 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

由于 $\mathbf{T}(\mathbf{v})$ 是非奇异的, 因此矢量 \mathbf{z} 有下面的式子:

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{v})\mathbf{a}(\theta_1) \quad (9)$$

显然直接利用上式就可求得互阻抗矩阵 \mathbf{Z} . 但是这种方法要求必须准确已知 θ_1 的值, 而在一般情况下仅已知 θ_1 落在某一区间 $[\theta_L, \theta_U]$ 内, 不妨构造代价函数:

$$J = \int_{\theta_L}^{\theta_U} \|\mathbf{T}(\mathbf{v})\mathbf{z} - \mathbf{a}(\theta)\|^2 p(\theta) d\theta \quad (10)$$

其中 $p(\theta)$ 表示 θ 在 $[\theta_L, \theta_U]$ 内的概率密度函数, 于是求 \mathbf{Z} 转化为解下面的最小化问题:

$$\mathbf{z} = \arg \min_{\mathbf{z}} \int_{\theta_L}^{\theta_U} \|\mathbf{T}(\mathbf{v})\mathbf{z} - \mathbf{a}(\theta)\|^2 p(\theta) d\theta \quad (11)$$

即使在校正信号方向未知的情况下, 借助于常规的测向方法或者其他方法, 也能得到 θ_L 和 θ_U 的值, 从而求得互阻抗矩阵. 此外由上式还可看出 $\theta_U - \theta_L$ 的值过大会造成较大的误差, 在这种情况下可将求得的互阻抗矩阵代入式(5)来估计出校正信号源的方向, 然后缩小式(11)的积分区间, 经过几次迭代之后, 就可得到较为准确的互阻抗矩阵值. 由于在实际应用时得到的是信号子空间 \mathbf{E}_S 的估计值 $\hat{\mathbf{E}}_S$, 因此只能求得互阻抗矩阵的估计值 $\hat{\mathbf{Z}}$. 定义校正误差:

$$\epsilon = \frac{\|\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}}\|}{\|\mathbf{Z}\|} \quad (12)$$

4 计算机模拟结果及结论

在超分辨率测向领域, 圆形阵具有角分辨能力各向独立、不会出现左右模糊问题、更加适用于宽带场合等多种优点, 因此它比直线阵有着更强的实用性, 我们着重对这种形式的天线阵进行计算机模拟. 另外还假设 $\text{SNR} = 20\text{dB}$ 的校正信号位于 30° , \mathbf{Z} 取对称振子平行排列且中心共面时的互阻抗矩阵.

例 1: 均匀圆形阵、信号不相干的情况. 天线阵为一个均匀分布的 8 元圆形阵, 圆的半径为 0.65λ . 2 个待测信号分别从 -3° 和 3° 入射到天线阵上, 它们的 SNR 均为 20dB . 图 2(a) 表示没有经过校正得到的空间谱曲线, 图 2(b) 表示以 $[25^\circ, 35^\circ]$ 为误差平均区间进行校正之后得到的 MUSIC 空间谱曲线, 可以看出后者能分辨出信号的方向, 而前者则不能. 更进一步, 图 2(c) 和 2(d) 还画出了校正误差随校正信号的 SNR 和快拍数的变化情况, 这些曲线都是对 30 次 Monte-Carlo 实验结果取平均值后得到的, 可见在这些参数超过门限值的条件下, 本文方法有着很高的校正精度.

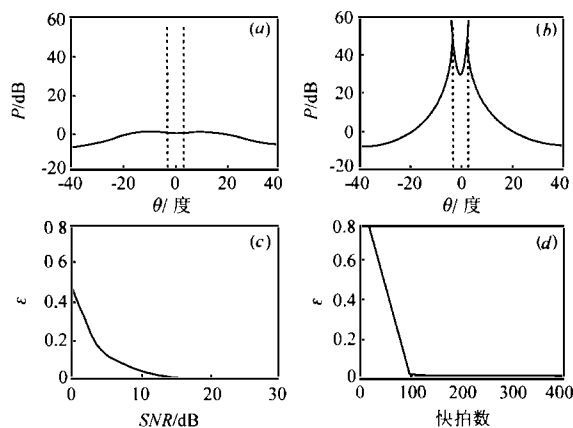


图 2 例 1 的计算机模拟结果

例 2: 均匀直线阵、信号不相干的情况. 天线阵为一个以 0.5λ 等距均匀分布的 8 元直线阵. 在其他参数跟例 1 相同的条件下, 对两个来自 -3° 和 3° 的信号进行计算机模拟后, 得到校正前后的空间谱曲线如图 3(a) 和 3(b) 所示, 很显然校正之后的效果是非常明显的, 这也证明了这种校正方法适用于均匀直线阵.

例 3: 均匀直线阵、信号相干的情况. 假设 2 个待测信号互为相干且相干系数为 $0.8e^{j0.6}$, 在其他条件跟例 1 完全相同的情况下, 将天线阵分成均包含 7 个阵元的 2 个子阵, 然后采

用空间平滑技术^[11]后,得到校正前后的 MUSIC 空间谱曲线如图 4(a)和 4(b)所示,可见校正之后的空间谱线在信号方向上出现了尖峰,而校正前的谱线则没有,这就说明了这种方法适用于相干信号源的场合。

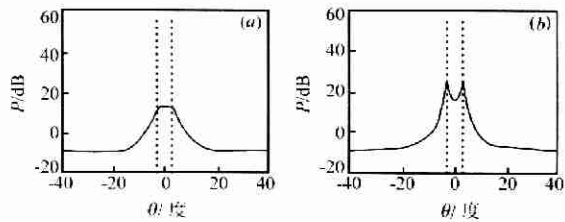


图 3 均匀直线阵校正前后的 MUSIC 空间谱

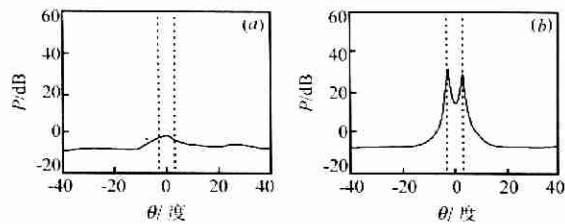


图 4 相干信号源的 MUSIC 空间谱比较

5 结束语

如何校正天线阵单元间互耦引起的模型误差,是阵列天线领域急需解决的一个技术难题,尤其是对于超分辨率测向具有非常重要的现实意义.本文基于子空间基本原理,提出了一种适用于均匀线阵和均匀圆阵的校正方法,该方法的优点在于只需要一个辅助校正源,并且它的方向可以未知,从而大大方便了工程应用.文中最后给出的计算机模拟结果证明了这一点.

参考文献:

- [1] S Haykin, J P Kely. Some aspects of array signal processing [J]. IEE Proc-F, 1992, 139(1): 1 - 26.
- [2] R O Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans. on AP, 1986, 34(2): 276 - 280.
- [3] I J Gupta, A A Ksienski. Effect of mutual coupling on the performance of adaptive arrays [J]. IEEE Trans. on AP, 1983, 31(6): 785 - 791.

- [4] A J Weiss, B Friedlander. Mutual coupling effects on phase - only direction finding [J]. IEEE Trans. on AP, 1992, 40(5): 535 - 541.
- [5] C C Yeh, et al. Bearing estimations with mutual coupling present [J]. IEEE Trans. on AP, 1989, 37(10): 1332 - 1335.
- [6] J Pierre, M Kaveh. Experiment performance of calibration and direction-finding algorithm [A]. Proc. IEEE ICASSP [C], Toronto, Canada, Jun. 1991: 1365 - 1368.
- [7] C M S See. Method for array calibration in high-resolution sensor array processing [J]. IEE Proc. Radar, Sonar, Navig., 1995, 142(3): 90 - 96.
- [8] B C Ng, et al. Sensor-array calibration using a maximum-likelihood approach [J]. IEEE Trans. on AP, 1996, 44(8): 827 - 835.
- [9] 刘宏伟, 张守宏. 多源空间馈电阵列误差校正 [J]. 电子学报, 1999, 27(9): 105 - 107.
- [10] B Friedlander, A J Weiss. Direction finding in the presence of mutual coupling [J]. IEEE Trans. on AP, 1991, 39(3): 273 - 284.
- [11] T J Shan, et al. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals [J]. IEEE Trans. on ASSP, 1985, 33(4): 806 - 811.

作者简介:



林 敏 男, 1972 年 10 月出生于浙江台州, 1993 年获国防科技大学电子技术系工学学士学位, 2000 年获中国人民解放军理工大学通信工程学院工学硕士学位. 现为总参 63 所工程师, 曾获国家和军队科技进步二等奖各一项, 国家专利 1 项, 已发表文章十余篇. 主要研究领域为: 阵列信号处理、智能天线等.



龚铮权 男, 1937 年 6 月出生于江苏昆山, 1961 年毕业于哈尔滨军事工程学院, 1985 年获美国密西西比大学博士学位. 现为总参 63 所研究员, 总参高级保留专家, 曾获国家科技进步二等奖一项, 军队科技进步二等奖二项、三等奖一项, 国家专利三项, 已经在国内外核心期刊和重要会议上发表有关论文几十篇. 主要研究领域为: 无线通信、电磁场理论等.