

提高并行交替式高速数字化系统分辨率的研究

解本钊, 林茂六

(哈尔滨工业大学电子与通信工程系, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 本文是关于幅度非均匀取样信号理论及其应用的第二篇论文. 本文首先分析了文献[1]中的偏置误差对输入信号频谱的影响, 说明了提高幅度分辨率的基本原理, 然后推导出了输入信号为正弦信号时附加信号的频谱表达式, 提出了两种提高该系统的幅度分辨率的方法. 最后进行了计算机仿真, 给出了系统的有效位数和输入信号频率的关系曲线.

关键词: 偏置误差; 幅度分辨率; 信噪比

中图分类号: TM932 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 09-1153-04

Research on the Improvement of the Time-Interleaved High Speed Digitizer's Resolution

XIE Ben-zhao, LIN Mao-liu

(Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: This paper is the second paper about the theory and application of amplitude non-uniformly sampled signals. In this paper, at first we analyze the effect of the offset error in paper [1] on the input signal's spectra, then explain the principle of increasing the amplitude resolution, and derive the additional signal spectra representation with sinusoid input. We present two methods to improve the system amplitude resolution. At last, computer simulation to obtain the relation curve between the system ENOB and the input signal's frequency is given.

Key words: offset error; amplitude resolution; signal-to-noise ratio

1 引言

并行时间交替式结构是利用集成单片模/数转换器提高波形数字化系统实时采样速率的唯一方法, 也是软件无线电硬件平台模/数混合单元的推荐方案^[2]. M 个模/数转换器并行工作, 可以将采样速率提高到单个模/数转换器采样速率的 M 倍, 这样达到了应用低速的模/数转换器实现高速采样的目的. 这种结构要求每个并行的模/数转换器的采样时间比前一个模/数转换器的采样时间延迟 T 秒, T 为整个系统的采样时间间隔. 对于超高速数字化系统, 各个通道之间的微小延时要做到精密均匀是难以实现的, 并且各个模/数转换器又存在不同的偏置(offset)和增益(gain)误差, 故这种结构对模拟信号的量化存在非均匀现象.

模/数转换器的偏置误差造成的幅度非均匀取样降低了系统的信噪比^[1], 但是, 从某种角度看, 这个由于偏置误差产生的附加频率分量可以看作是一种高频闪动(dither), 高频闪动是一种技术, 可以使一个系统的有效位数至少多出半位, 而且有时甚至多出一整位. 这种高频闪动很像幅度调制, 在输出频谱中产生不需要的边带, 边带的宽度和高频闪动的频率以

及输入信号的频率有关, 因此对于高频闪动的频率的选择至关重要.

在并行交替式数字化系统中, 各个模/数转换器的偏置误差可以通过调整参考电压或者直流偏置进行人为设置, 相当于调整高频闪动的频率, 这样利用模/数转换器对模拟信号量化的转换模型, 就改变了模/数转换器量化噪声的频谱结构, 使量化噪声的能量聚集到频谱的高频部分, 因此可以通过滤除频谱中的高频分量, 降低量化噪声的功率, 提高模/数转换器的信噪比, 达到提高模/数转换器幅度分辨率的目的.

美国 HP 公司的报告中给出了应用此方法提高系统的分辨率概念和实际应用效果^[3], 但是并没有给出此方法的理论推导. 因此, 本文正是基于上述思路, 首先分析模/数转换器量化噪声的特点及其频谱结构, 然后阐述利用偏置误差提高模/数转换器幅度分辨率的基本原理, 从理论上推导出偏置误差产生的附加信号的频谱表达式, 提出两种提高模/数转换器分辨率的实现方案, 最后进行计算机仿真验证上述理论的正确性.

收稿日期: 2000-08-02; 修回日期: 2001-03-28
基金项目: 国家自然科学基金(No. 69872011)

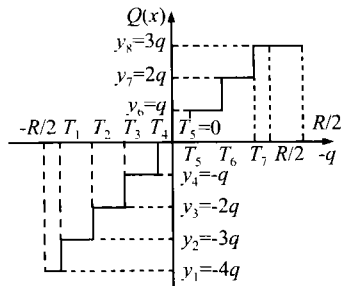
2 高频闪动提高幅度分辨率原理

在研究模/数转换器的特性时,通常假设输出值等于输入值和量化误差的和,模/数转换器的信噪比和量化误差的功率成反比,因此降低量化误差的功率是提高信噪比的一条可行方法.但是,量化误差是由于信号的模拟表示和数字表示的特点决定的,对于给定的模/数转换器,其分布范围是固定的.如果我们限制模/数转换器的输入信号的频率,使输入信号的频率低于采样频率的四分之一,那么利用低通滤波器滤除量化噪声的高频部分,即大于四分之一采样频率部分的频谱,由于量化误差的频谱均匀分布在整个频率轴上,量化噪声功率将减小一半,而输入信号的功率保持不变,可以将模/数转换器的有效位数提高半位^[3].

如果想进一步提高模/数转换器的有效位数,必须改变量化噪声的频谱结构,如果在输入信号基础上迭加一个幅度频率已知的高频闪动信号,滤除附加的频率分量之后,相对于输入信号来说,量化误差的分布范围将变小,从而降低量化噪声的功率提高信噪比.

在两路时间并行交替式结构数字化系统中,如果调整两路模/数转换器的偏置值分别为 $q/4$ 和 $-q/4$,相当于在输入信号的基础上叠加一个频率为采样频率一半的高频分量,那么模/数转换器的输出将发生变化,下面将详细分析模/数转换器的输出.

高速模/数转换器均采用“闪烁转换器”的高速设计技术,闪烁模/数转换器使用一排电阻把参考电压分割成 $2^N - 1$ (N 是模/数转换器的位数) 个分电压,用于输入比较器,然后利用编码器把比较器输出量转换成二进制数码. 图 1 模/数转换器转换特性曲线 ($N=3$) 图 1 给出了一个理想的 3 位模/数转换器的转换特性曲线.



转换特性函数 $Q(x)$ 可以由阶跃函数 $H(x)$ 经过加权得到,这里 $H(x) = 1(x \geq 0)$, 并且 $H(x) = 0(x < 0)$. 因此,如果定义转换电平为 $T_k(k = 1, \dots, 2^N - 1)$, 那么,转换特性函数 $Q(x)$ 可以由下式表示,

$$Q(x) = q \sum_{k=1}^{2^N-1} H(x - T_k) + y_1 \quad (1)$$

其中: $q = R/2^N$ 是模/数转换器的量化步长, R 是模/数转换器的满标度范围, y_1 为最小输出电平 ($y_1 = -2^{N-1}q$), $\Delta T_k = q, T_1 = -R/2 + q/2$.

如果模/数转换器的偏置值是 $q/4$, 相当于在输入信号的基础上叠加 $q/4$, 那么上式变为:

$$Q(x + q/4) = q \sum_{k=1}^{2^N-1} H(x - (T_k - q/4)) + y_1$$

$$= \begin{cases} \frac{q}{2} \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} H(x - T'_k) + y_1 + \\ \frac{q}{2} \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} H(x - T'_k) (-1)^{k+1}, & x < T'_{2^{N+1}-1} \\ \frac{q}{2} \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} H(x - T'_k) + y_1 - \frac{q}{2}, & x \text{ 为其他值} \end{cases} \quad (2)$$

$T'_k(k = 1, \dots, 2^{N+1} - 1)$ 是 $N + 1$ 位模/数转换器的转换电平, $\Delta T'_k = q/2, T'_1 = -R/2 + q/4$.

同理,如果模/数转换器的偏置值是 $-q/4$, 那么可以得到下式:

$$Q(x - q/4) = q \sum_{k=1}^{2^N-1} H(x - (T_k - q/4)) + y_1 = \begin{cases} \frac{q}{2} \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} H(x - T'_k) + y_1 - \\ \frac{q}{2} \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} H(x - T'_k) (-1)^{k+1}, & x < T'_{2^{N+1}-1} \\ \frac{q}{2} \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} H(x - T'_k) + y_1 - \frac{q}{2}, & x \text{ 为其他值} \end{cases} \quad (3)$$

考察上述两式可以看出,当 x 的值小于 $T'_{2^{N+1}-1}$ 时,模/数转换器的输出和 $N + 1$ 位模数转换器的输出相差一个大小相等、符号相反的附加值,因此可以采用下面的方法提高模/数转换器的幅度分辨率. 两路模/数转换器并行工作,使用同一个采样时钟,调整他们的偏置值,使其分别为 $q/4$ 和 $-q/4$, 数字输出值存入计算机,将两个值进行平均计算. 那么得到的值和 $N + 1$ 位模/数转换器的输出值相同,这样可以将模/数转换器的有效位数提高一整位,而且和输入信号的频率无关,但是这种方法没有提高模/数转换器的采样速率.

另外可以采用两路模/数转换器并行交替工作的方法来提高模/数转换器的幅度分辨率. 对于输入信号 $x(t)$, 输出序列为:

$$Q(nT) = \frac{q}{2} \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} H(x(nT) - T'_k) + y_1 + \frac{q}{2} (-1)^n \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} H(x(nT) - T'_k) (-1)^{k+1} \quad (4)$$

下面我们来讨论附加序列的频谱. 该序列可以看作是两个序列的乘积,两个序列分别为:

$$e_1(n) = \frac{q}{2} (-1)^n = \frac{q}{2} e^{j(2\pi/2T)nT} \quad (5)$$

$$e_2(n) = \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} H(x(nT) - T'_k) (-1)^{k+1} \quad (6)$$

附加序列的频谱可以由上面两个序列的频谱卷积得到,其中序列(5)的频谱为:

$$E_1(f) = \frac{q}{2T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi \delta(f - \frac{1}{2T} - k \frac{1}{T}) \quad (7)$$

式(7)可以看作是下式以采样速率 $1/T$ 采样得到的,

$$e_2(t) = \frac{2^{N+1}-1}{k=1} H(x(t) - T'_k) (-1)^{k+1}$$

$$= \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} \sum_{i=1}^{Z_k} \text{sgn}(x'(t_{i,k}))(-1)^{k+1}H(t-t_{i,k}) + C \quad (8)$$

式中 $\text{sgn}(\cdot)$ 是符号函数, x' 是 x 的一阶导数, Z_k 是 $x(t) - T_k = 0$ 的点的个数, $t_{i,k}$ 是 $x(t)$ 第 i 次穿过第 k 个转换电平 T_k 的时刻, 常数 C 可以由 $e_2(t_1)$ 的值确定 ($t_1 = \min(t_{i,k})$)^[4,5].

$e_2(t)$ 的傅立叶变换可以用下面的方式写出,

$$E_2(f) = \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} \sum_{i=1}^{Z_k} \text{sgn}(x'(t_{i,k}))(-1)^{k+1} \left(\frac{1}{j2\pi f} + \frac{\delta(f)}{2} \right) \cdot e^{-j2\pi f t_{i,k}} + C\delta(f)$$

$$= \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} \sum_{i=1}^{Z_k} \text{sgn}(x'(t_{i,k}))(-1)^{k+1} \cdot \frac{\exp(-j2\pi f t_{i,k})}{j2\pi f} + \left(\frac{D}{2} + C \right) \delta(f) \quad (9)$$

式中 D 为 $\text{sgn}(x'(t_{i,k}))(-1)^{k+1} > 0$ 的点的个数和 $\text{sgn}(x'(t_{i,k}))(-1)^{k+1} < 0$ 的点的个数的差值.

如果 $x(t)$ 是周期信号, 那么根据周期信号的傅立叶变换的性质, 周期信号的傅立叶变换可以由它的其中一个周期的信号的傅立叶变换得到, 即:

$$E(f) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \delta(f - n/T) \quad (10)$$

其中 $C_n = \frac{1}{T} E_0(f) \Big|_{f=n/T}$, $E_0(f)$ 是周期信号的一个周期的信号的傅立叶变换, 它可以由式(9)得到, 此时 $e_0(t)$ 在 t 位于区间 $[t_0, t_0 + T]$ 时等于 $e(t)$, t 为其它值时 $e_0(t) = 0$.

3 正弦输入时附加信号的频谱

考虑输入信号 $x(t) = A \cdot \sin(2\pi t/T)$, 由式(2), (3)的要求, 在这里限定 $A < T \cdot 2^{N+1} - 1$, 由于正弦信号的对称性, 此时 $C = D = 0$. 由于 $x(t)$ 是周期信号, 因此 $e_2(t)$ 也是周期信号, 可以只考虑其中一个周期的情况. 设 t 位于区间 $[0, T)$, 那么

$$C_n = \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} \sum_{i=1}^{Z_k} \text{sgn}(x'_0(t_{i,k}))(-1)^{k+1} \frac{\exp(-j2\pi n t_{i,k}/T)}{j2\pi n}, n \neq 0$$

$$C_0 = -\frac{1}{T} \sum_{k=1}^{2^{N+1}-1} \sum_{i=1}^{Z_k} \text{sgn}(x'_0(t_{i,k})) t_{i,k} (-1)^k \quad (11)$$

对于正的转换电平 T_k , 零点 $t_{i,k}$ 的值为:

$$t_{1,k} = (T/2\pi) \sin^{-1}(T_k/A)$$

$$t_{2,k} = T/2 - (T/2\pi) \sin^{-1}(T_k/A) \quad (12)$$

对于负的转换电平 T_k , 零点 $t_{i,k}$ 的值为:

$$t_{1,k} = T/2 - (T/2\pi) \sin^{-1}(T_k/A)$$

$$t_{2,k} = T + (T/2\pi) \sin^{-1}(T_k/A) \quad (13)$$

将上面两式代入式(11)得到 C_n 的表达式如下:

$$C_n = \frac{1}{\pi n} \sum_{k \in I} (-1)^k \sin[n \sin^{-1}(T_k/A)], n \text{ 为偶数} \quad (14)$$

$$C_n = \frac{-j}{\pi n} \sum_{k \in I} (-1)^{k+1} \cos[n \sin^{-1}(T_k/A)], n \text{ 为奇数}$$

式中 I 是信号穿过的转换电平的下标.

由于 T_k 的对称性, 当 n 为奇数时, $C_n = 0$, 设 N^p 为输入信号穿过的正的转换电平的个数, $N^p = [A/\Delta T_k + 1/2]$ (小于等于 $A/\Delta T_k + 1/2$ 的最大整数), 并且考虑转换电平的表达式, 对于双极性舍入型模/数转换器, C_n 的表达式可以写为:

$$C_n = \frac{2}{\pi n} \sum_{k=1}^{N^p} (-1)^k \sin \left[n \sin^{-1} \left(\left(k - \frac{1}{2} \right) / (A/\Delta T_k) \right) \right], n \text{ 为偶数} \quad (15)$$

考察上式可以注意到, 由于 $\sin^{-1}(\cdot)$ 在原点附近是线性的, 结合正弦函数的性质, C_n 的第一个峰值出现在 $n \cong \pi A/\Delta T_k$, 以后的峰值间隔为 $2\pi A/\Delta T_k$, 图 2 给出了一个 C_n 的图形, 其中 $A/\Delta T_k = 126$.

由图 2 可以看出, 频谱上升到每一个峰值, 然后下降到下一个上升部分的开始, 而且能量集中在低频段, 第一部分所占的频带宽度是 $\pi A/\Delta T_k/T$, 第一部分包含了整个功率的 80%, 第二部分包含了大约整个功率的 14%. 根据采样定理, 采样后的数字频谱是原来的频谱以采样频率为周期的周期延拓, 延拓后的频谱和式(7)表示的频谱卷积得到附加序列的频谱, 这样附加序列的频谱的能量集中到高频部分, 大部分能量聚集在频带 $[f_s/2 - \pi A/\Delta T_k, f_s/2]$ 内, 这样在进行低通滤波后, 系统的信噪比将得到提高, 从而提高了模/数转换器的有效位数. 使用前面所述的方法, 将输入信号的频率限制在采样频率的四分之一频段之内, 而且附加序列的频谱不能混迭到信号的频谱中去, 那么附加序列的频谱的宽度应该小于采样频率的四分之一, 由此得到采样频率和输入信号的频率的关系为:

$$f_s > 4\pi A/\Delta T_k f_0 \approx 4\pi 2^N f_0 \quad (16)$$

低通滤波器的选取, 要求通带带宽为, 要保持信号的功率不变, 通带增益为 1, 阻带要求滤掉附加的频率分量, 衰减越大越好. 滤波器可以采用有限冲击响应滤波器实现, 两点式有限冲击响应滤波器就可以满足滤除附加频谱分量的要求, 它的幅频特性如图 3 所示.

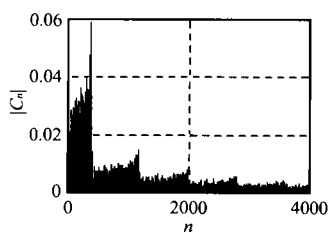


图 2 附加信号的频谱 ($A/\Delta T_k = 126$)

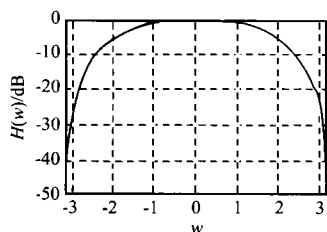


图 3 两点式滤波器幅频特性

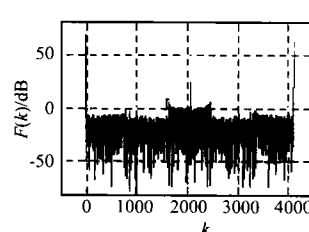


图 4 输出信号的频谱

4 计算机仿真

以上从理论上推导了在两路并行交替式数字化系统中, 偏置误差分别为 $+q/4$, $-q/4$ 时, 系统输出信号中所包含的附加信号的频谱表达式, 说明了利用这个信号提高幅度分辨率的方法。

下面将对上述结果进行计算机仿真, 假设两路模/数转换器的实际位数为 7 位, 满标度量程为 2, 由此得到 $\Delta T_k = 2/256$. 输入信号为 $A \sin(2\pi f_0 t)$, $A = 0.9880 < T_{255}$, $\pi A / \Delta T_k \approx 397$, 那么如果选取 $f_s / f_0 > 4\pi A / \Delta T_k$, 这里选取 $f_0 / f_s = 1/4096$, 满足此条件, 那么在迭加了上面所述的偏置误差后, 系统输出信号的频谱中除了输入信号频率和量化噪声频谱外, 还包含有附加信号的频谱, 附加信号的频谱的形状和图 2 相同, 只是中心频率点平移到 $f_s/2$ 处, 第一个峰值点位于 $f_s/2 - \pi A / \Delta T_k f_0$ 处. 下图给出了输出信号的频谱图. 其中数据长度为 $M = 4096$ 点, 做 4096 点的 FFT, 图 5 给出了输出信号频谱的部分放大图, 从图上可以看出, 附加信号的第一个峰值点位于 $1655/4096 f_s$, 和前面的推导相符。

下面, 改变输入信号的频率, 在幅度保持不变的情况下, 使用图 3 所示的滤波器滤除输出信号中的高频分量, 应用频谱分析方法^[6], 根据式(17)计算得到系统的有效位数曲线如图 6 所示, 横轴为归一化输入频率 f_0/f_s .

$$ENOB = (SNR - 1.76\text{dB})/6.02 \quad (17)$$

由图 6 的曲线可以看出, 应用偏置误差能够提高系统的有效位数, 随着输入信号频率的提高, 有效位数呈下降趋势, 当输入信号频率大约高于采样频率的 13% 时, 系统的有效位数低于原来的系统有效位数, 此方法失去作用. 另外, 有效位数的提高呈现波动性, 这和前面推导出的附加信号的频谱表达式有关, 由式(15), 附加信号的模拟表示形式的频谱只在 f_0 的偶数倍频率点有值, 而且所占的频带宽度很宽, 经过数字采样后, 数字频谱将发生混迭, 因此, 有效位数的提高出现波动性。

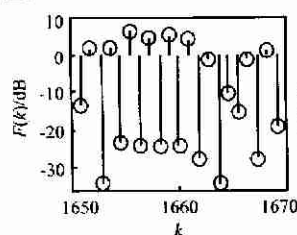


图 5 输出信号频谱部分放大

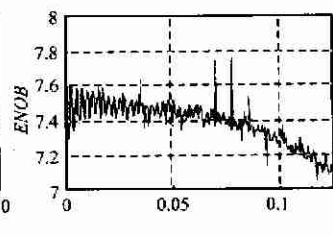


图 6 计算机仿真结果

5 结论

综上所述, 可以得到如下结论:

(1) 在并行交替式数字化系统中的偏置误差虽然降低了系统的信噪比, 但是如果在数字化之后进行信号处理, 可以利用它提高数字化系统的幅度分辨率。

(2) 当采样频率和输入信号频率 f_0 满足条件 $f_s > 4\pi 2^N f_0$ 时, 可以将系统的有效位数提高大约 1bit, 随着输入信号频率的升高, 该方法的有效性将降低直至最后失去作用。

参考文献:

- [1] 林茂六, 等. 幅度非均匀取样信号的数字频谱研究 [J]. 电子学报, 2000, 28(5): 25-28.
- [2] 肖维民, 等. 软件无线电综述 [J]. 电子学报, 1998, 26(5): 65-68.
- [3] A Moltijo, K Rush. Accuracy in Interleaved ADC System [R]. HP journal, October, 1993: 31-38.
- [4] Diego Bellan. Quantization theory—A deterministic approach [J]. IEEE Trans. Instrum. Meas., February 1999, 48: 18-25.
- [5] V S Vladimirov. Generalized functions in mathematical physics [J]. Moscow, Russia: Mir, 1979.
- [6] Thomas E Linnenbrink. Effective bits: Is that all there is [J]? IEEE Trans. Instrum. Meas., Sept. 1984, 33(3): 184-187.

作者简介:



解本利 男, 1971 年生于辽宁省凌源. 分别于 1992 年和 1996 年获得哈尔滨工业大学电子与通信工程系, 通信与电子系统专业学士和硕士学位, 现为信号与信息处理专业博士研究生, 主要研究领域为超高速数字化系统理论, 非均匀取样信号处理等。



林茂六 男, 1943 年 10 月生于江西省泰和. 1967 年毕业于成都电讯工程学院电讯系, 现任哈尔滨工业大学电子与通信工程系教授, 信号与信息处理专业博士生导师, 中国电子学会电子测量与仪器分会理事. 目前主要研究领域为超高速数字化系统体系结构、非均匀取样理论、校准技术和模糊信息处理等。