

空间相干源信号频率和波达方向的同时估计方法

徐友根, 刘志文

(北京理工大学电子工程系, 北京 100081)

摘要: 本文针对宽频段窄带相干信号源, 充分利用多重信号分类和旋转不变两大技术, 结合一定的时域信息, 提出了一种高精度的信号频率和波达方向同时估计方法. 该方法通过构造平滑波达方向矩阵进行参数估计, 无需搜索过程和配对处理. 计算机仿真验证了本文所提出方法的有效性.

关键词: 波达方向估计; 频率估计; 平滑波达方向矩阵

中图分类号: TN953.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 09-1179-04

A New Method for Simultaneous Estimation of Frequency and DOA of Emitters

XU You-gen, LIU Zhi-wen

(Dept. of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Based on the MUSIC and ESPRIT techniques and using the signal temporal information, a new method with high precision is presented for simultaneous estimation of frequency and direction of arrival (DOA) of spatial coherent signal sources over a wide frequency band. By means of forming a so-called smoothed DOA matrix, the estimated parameters of frequencies and DOAs are paired automatically. Simulation results show that the proposed method is effective.

Key words: DOA estimation; frequency estimation; smoothed DOA matrix

1 引言

基于子空间的高分辨空间谱估计技术主要分为两大类, 即正交投影技术和子空间旋转技术, 分别以多重信号分类法 (MUSIC)^[1]和子空间旋转不变法 (ESPRIT)^[2]为代表. 对于需要进行频率估计的宽频段窄带信号波达方向估计则主要有二维 MUSIC^[3]和分维 ESPRIT^[4]等方法. 文献[5]将直接由数据协方差矩阵构造投影算子的所谓投影矩阵技术引入二维估计, 大大减小了计算量. 除此之外, 还有一类准二维方法, 通过构造所谓的空间特征矩阵, 利用其特征分解直接获得参数估计, 如波达方向矩阵法^[6,7,9]和信号空间矩阵法^[8]. 波达方向矩阵方法最初由文献[9]提出并用于二维空间谱估计以及频率和入射角的二维估计, 文献[7]中的方法和文献[9]中的方法类似, 均是通过一级延迟, 将信号子空间在时域作虚拟旋转, 构造含有频率信息的时延旋转因子, 通过特征矩阵分解获得时-空二维估计. 对于等距线阵, 这类准二维方法的有效孔径仍由阵元个数决定. 文献[10]提出的虚拟阵列方法通过时域相干采样, 由采样数据直接构造相关矩阵, 有效地扩展了阵列孔径, 但对时域采样率有特定的要求, 它不能解决相干源的估计问题.

研究表明, 随着阵列物理孔径的增加, 子空间方法的分辨率会进一步提高, 但实际应用中阵列孔径不可能很大. 考虑到实现较大的时间抽样长度要比增加阵列物理孔径容易得多,

本文首先利用入射信号中心频率互不相同这一时域信息, 将问题转化到时域处理, 在低信噪比条件下, 同时进行空间和时域相关累加, 结合旋转不变技术, 利用相应的时-空波达方向矩阵特征分解实现频率和波达方向的高分辨高精度直接联合估计. 对于频率兼空间相干信号源, 则采用时-空平滑数据矩阵, 同时, 通过构造所谓的平滑波达方向矩阵, 实现频率和方向角的同时估计和自动配对.

2 信号模型和问题描述

假设有 M 个中心频率不同的远场窄带信号 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)$ 入射到图 1 带 D 个延迟抽头的 N 元线性均匀阵, 且 $N \geq 2, D \geq M$. 噪声为时间和空间白噪声, 且与信号独立. M 个信号的频率分别为 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M$, 对应的信号波长记为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$. $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$ 为信号入射方位角. 每个延迟抽头的延迟时间均为 T , 阵元间距为 d .

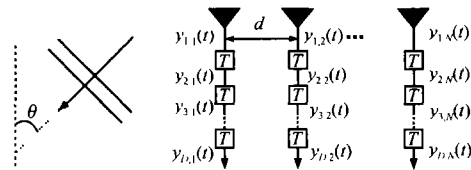


图 1 阵列结构图

首先构造时空数据阵 $X(t)$ 和 $Y(t)$, 即

$$X(t) = \begin{bmatrix} y_{1,1}(t) & y_{1,2}(t) & \cdots & y_{1,N-1}(t) \\ y_{2,1}(t) & y_{2,2}(t) & \cdots & y_{2,N-1}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{D,1}(t) & y_{D,2}(t) & \cdots & y_{D,N-1}(t) \end{bmatrix}$$

$$Y(t) = \begin{bmatrix} y_{1,2}(t) & y_{1,3}(t) & \cdots & y_{1,N}(t) \\ y_{2,2}(t) & y_{2,3}(t) & \cdots & y_{2,N}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{D,2}(t) & y_{D,3}(t) & \cdots & y_{D,N}(t) \end{bmatrix}$$

利用时空数据阵 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 得相关矩阵和互相关矩阵为

$$R_{xx} = E[X(t)X(t)^H] = APA^H + (N-1)\sigma^2 I \quad (1)$$

$$R_{xy} = E[Y(t)X(t)^H] = A\Phi PA^H \quad (2)$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{-j\omega_1 T} & e^{-j\omega_2 T} & \cdots & e^{-j\omega_M T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\omega_1(D-1)T} & e^{-j\omega_2(D-1)T} & \cdots & e^{-j\omega_M(D-1)T} \end{bmatrix}$$

称为频率矢量矩阵, $P = E[S(t)S(t)^H]$ 称为广义信号相关矩阵, 且

$$S(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) & s_1(t)e^{j(2\pi d \sin \theta_1)/\lambda_1} & \cdots & s_1(t)e^{j(2\pi(N-2)d \sin \theta_1)/\lambda_1} \\ s_2(t) & s_2(t)e^{j(2\pi d \sin \theta_2)/\lambda_2} & \cdots & s_2(t)e^{j(2\pi(N-2)d \sin \theta_2)/\lambda_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_M(t) & s_M(t)e^{j(2\pi d \sin \theta_M)/\lambda_M} & \cdots & s_M(t)e^{j(2\pi(N-2)d \sin \theta_M)/\lambda_M} \end{bmatrix}$$

$\Phi = \text{diag}\{e^{ju_1}, e^{ju_2}, \dots, e^{ju_M}\}$ 称为旋转矩阵, 且 $u_i = 2\pi d \sin \theta_i / \lambda_i$ ($i = 1, 2, \dots, M$). 需要指出的是, 在式(1)和(2)的推导中, 已利用了阵列输入信号均为窄带信号这一假定. 同时, 利用前面对信号和噪声的假定, 不难证明 A 为 $D \times M$ 维列满秩矩阵, P 为 $M \times M$ 维满秩矩阵. 由于噪声的影响, R_{xx} 为 $D \times D$ 维满秩矩阵, 而 R_{xy} 的秩为 M .

现在的问题是, 在上述模型下, 如何由观测数据 $X(t)$, $Y(t)$ 有效地估计阵列输入信号的频率 ω_i 和入射角 θ_i , $i = 1, 2, \dots, M$.

3 独立信号源的波达方向矩阵方法

利用式(1)和(2)分别构造去噪相关矩阵 C_{xx} 和 C_{xy} , 即

$$C_{xx} = R_{xx} - (N-1)\sigma^2 I = APA^H \quad (3)$$

$$C_{xy} = R_{xy} = A\Phi PA^H \quad (4)$$

令

$$C = C_{xy} C_{xx}^+ \quad (5)$$

其中 C_{xx}^+ 为 C_{xx} 的伪逆矩阵, 且

$$C_{xx}^+ = \sum_{i=1}^M \mu_i^{-1} v_i v_i^H$$

这里 μ_i 和 v_i 分别为 C_{xx} 的非零特征值和对应的特征向量. 式

(5)定义的矩阵 C 称为波达方向矩阵^[6]. 当信号的时间频率均不相同, 即 $\omega_1 \neq \omega_2 \neq \dots \neq \omega_M$, 可以证明^[6]

$$CA = A\Phi \quad (6)$$

显然, 由波达方向矩阵 C 的定义, 其秩为 M , 当信号的空间频率 $\omega_i \sin \theta_i$ ($i = 1, 2, \dots, M$) 均不相同, 波达方向矩阵 C 有 M 个互异的非零特征值, 每个非零特征值对应的几何重复度均为 1, 于是可以通过对波达方向矩阵 C 进行特征分解获得频率矢量矩阵 A 和含方向角信息的旋转矩阵 Φ , 从而得到无需配对的频率与波达方向二维参数的直接估计.

4 频率兼并空间相干信号源的平滑波达方向矩阵方法

当某些信号的时间频率相同, 即发生兼并时, 此时, 频率矢量矩阵 A 不再为列满秩矩阵, 上述方法完全失败. 为了解决这一问题, 作者提出下面的平滑波达方向矩阵方法.

首先对时空数据阵进行空间平滑, 平滑数据阵 $\bar{X}(t)$, $\bar{Y}(t)$ 构造为

$$\bar{X}(t) = \begin{bmatrix} y_{1,1}(t) & y_{1,2}(t) & \cdots & y_{1,N-L}(t) \\ y_{1,2}(t) & y_{1,3}(t) & \cdots & y_{1,N-L+1}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{1,L}(t) & y_{1,L+1}(t) & \cdots & y_{1,N-1}(t) \\ y_{2,1}(t) & y_{2,2}(t) & \cdots & y_{2,N-L}(t) \\ y_{2,2}(t) & y_{2,3}(t) & \cdots & y_{2,N-L+1}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{2,L}(t) & y_{2,L+1}(t) & \cdots & y_{2,N-1}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{D,L}(t) & y_{D,L+1}(t) & \cdots & y_{D,N-1}(t) \end{bmatrix}$$

$$\bar{Y}(t) = \begin{bmatrix} y_{1,2}(t) & y_{1,3}(t) & \cdots & y_{1,N-L+1}(t) \\ y_{1,3}(t) & y_{1,4}(t) & \cdots & y_{1,N-L+2}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{1,L+1}(t) & y_{1,L+2}(t) & \cdots & y_{1,N}(t) \\ y_{2,2}(t) & y_{2,3}(t) & \cdots & y_{2,N-L+1}(t) \\ y_{2,3}(t) & y_{2,4}(t) & \cdots & y_{2,N-L+2}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{2,L+1}(t) & y_{2,L+2}(t) & \cdots & y_{2,N}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{D,L+1}(t) & y_{D,L+2}(t) & \cdots & y_{D,N}(t) \end{bmatrix}$$

此时自相关矩阵和互相关矩阵分别为

$$\bar{R}_{xx} = \bar{A}P\bar{A}^H + (N-1)\sigma^2 \bar{I}$$

$$\bar{R}_{xy} = \bar{A}\Phi\bar{P}\bar{A}^H$$

式中

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{j[2\pi d \sin\theta_1/\lambda_1]} & e^{j[2\pi d \sin\theta_2/\lambda_2]} & \cdots & e^{j[2\pi d \sin\theta_M/\lambda_M]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j[2\pi d(L-1)\sin\theta_1/\lambda_1]} & e^{j[2\pi d(L-1)\sin\theta_2/\lambda_2]} & \cdots & e^{j[2\pi d(L-1)\sin\theta_M/\lambda_M]} \\ e^{-j\omega_1 T} & e^{-j\omega_2 T} & \cdots & e^{-j\omega_M T} \\ e^{-j\omega_1 T} e^{j[2\pi d \sin\theta_1/\lambda_1]} & e^{-j\omega_2 T} e^{j[2\pi d \sin\theta_2/\lambda_2]} & \cdots & e^{-j\omega_M T} e^{j[2\pi d \sin\theta_M/\lambda_M]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\omega_1 T} e^{j[2\pi d(L-1)\sin\theta_1/\lambda_1]} & e^{-j\omega_2 T} e^{j[2\pi d(L-1)\sin\theta_2/\lambda_2]} & \cdots & e^{-j\omega_M T} e^{j[2\pi d(L-1)\sin\theta_M/\lambda_M]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\omega_1(D-1)T} e^{j[2\pi d(L-1)\sin\theta_1/\lambda_1]} & e^{-j\omega_2(D-1)T} e^{j[2\pi d(L-1)\sin\theta_2/\lambda_2]} & \cdots & e^{-j\omega_M(D-1)T} e^{j[2\pi d(L-1)\sin\theta_M/\lambda_M]} \end{bmatrix}$$

称为平滑频率矢量矩阵,其中 L 为空间平滑次数.广义信号矩阵 $S(t)$ 保持不变.可以看出,当某些信号时间频率相等时,只要对应信号的空间频率不相同, \bar{A} 的各个列向量由于隐含着范德蒙结构而仍可以保持列满秩特性,此时我们仍然可以利用第 3 小节的方法对频率和波达方向进行同时估计.

由上述平滑算法原理以及广义信号矩阵 $S(t)$ 的特点,我们还可以发现当某些信号彼此相干时,只要空间频率不相同,信号协方差矩阵 P 仍能保持其非奇异特性.所以上述修正方法还可以适用于存在相干信号的情况.

分析上面两种算法不难得出,本文所构造的时空矩阵 $X(t)$ 、 $Y(t)$ 中的抽头数等效于阵列的物理阵元数,延迟时间 T 一定时,随着抽头数的增加,算法的估计性能会进一步提高.在中等信噪比和阵元数大于等于 2 的情况下,文中方法可分辨的信号数目不受阵元数限制.由于更加充分地利用了信号频域分离度不为零以及时间白噪声的特性,通过增加阵元数可以增加空间相关累加次数,进一步抑制噪声,提高估计精度;若增加快拍数,可以增加时域相关累加次数,去除噪声相关性,也可大大提高估计性能.

5 计算机仿真

本节将通过计算机仿真验证文中方法的有效性.仿真中采用延迟抽头数为 10 的 6 元等距阵,阵元间距 d 取为入射信号最小波长的一半;三个信号源的入射方向角分别为 $-20^\circ, 20^\circ, 40^\circ$,信号中心频率分别为 60MHz, 80MHz, 120MHz.快拍数为 200,独立实验次数均为 30 次.图 2 给出的是这种情况下信噪比(SNR)分别为 5dB 和 30dB 时的仿真结果.

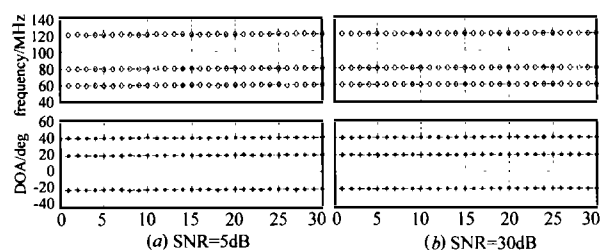


图 2 非相干源 DOA 与频率的估计结果

为了说明本文方法能够利用时域特性改善估计性能,我们还将本文方法与文献[4]方法作了比较,仿真中除了延时器个数不同,其余参数一致.图 3 是相应的仿真结果.

另外,还对文中所提出的针对频率兼空间相干源的平

滑波达方向矩阵方法进行了仿真.仿真中使用的三个信号源入射角分别为 $-30^\circ, 30^\circ, 50^\circ$,信号的中心频率分别为 50MHz, 50MHz, 120MHz.阵元个数为 12,空间平滑次数为 5,信噪比分别为 5dB 和 30dB,阵列延迟抽头数为 10,其中信号源 1 和信号源 2 为相干信号源,其他条件同上.仿真结果如图 4 所示.

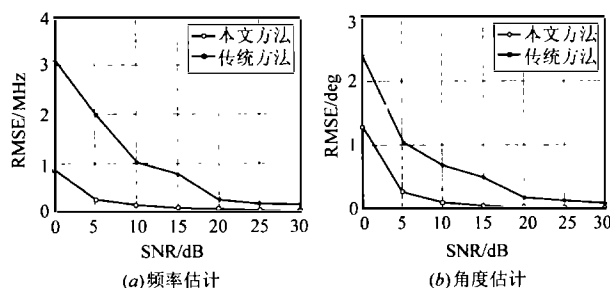


图 3 本文方法与传统方法的比较

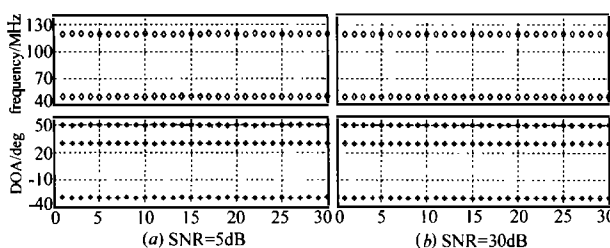


图 4 存在相干源时 DOA 与频率的估计结果

为了便于定量比较,表 1 给出了与图 4 对应的平滑波达方向矩阵方法的统计平均特性.

表 1 存在相干源时 DOA 和频率估计的统计特性

信号源	本文方法估计性能(30dB)				本文方法估计性能(5dB)			
	频率估计/MHz		角度估计/(°)		频率估计/MHz		角度估计/(°)	
	均值	均方根误差	均值	均方根误差	均值	均方根误差	均值	均方根误差
1	49.9967	0.0049	-29.9997	0.0054	49.9664	0.0998	-29.9577	0.1004
2	50.0038	0.0059	29.9998	0.0048	50.0403	0.1061	29.9337	0.1150
3	120.0011	0.0058	49.9992	0.0035	120.0166	0.0862	49.9917	0.0506

由图 2~4 的仿真结果可以看出,本文方法在低信噪比下仍具有较好的估计精度,图 4 和表 1 表明文中提出的平滑方法对频率兼空间相干源是有效的.

6 结论

本文针对宽频段范围内的多个窄带辐射源信号,提出了

一种利用时域信息的频率和波达方向同时估计方法,其特点是通过构造波达方向矩阵避免了对频率和波达方向的搜索过程与配对处理,解决了频率兼并空间相干源的时-空二维估计问题,且在低信噪比情况下具有良好的估计性能.仿真实验证实了该方法的有效性.

参考文献:

- [1] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans, 1986, AP-34(3):267-280.
- [2] Roy R, Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance technique [J]. IEEE Trans, 1989, ASSP-37(7):984-995.
- [3] Wax M, Shan T J, Kailath T. Spatio-temporal spectral analysis by eigen-structure methods [J]. IEEE Trans, 1984, ASSP-32(4):817-827.
- [4] Chen Y H, Chen C H. Direction of arrival and frequency estimation for narrowband sources using two single rotation invariance algorithms with the marked subspace [J]. IEEE Proc, 1992, F-139(4):297-301.
- [5] 葛利嘉, 陈天麒. 基于正交投影的频率-方向估计 [J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(1):50-54.
- [6] 殷勤业, 邹理和, Newcomb R W. 一种高分辨率二维信号参量估计方法-波达方向矩阵法 [J]. 通信学报, 1991, 12(4):1-7.
- [7] 廖桂生, 保铮. 未知阵列流型下波达方向-多普勒频率盲估计法 [J]. 电子科学学刊, 1997, 19(2):152-157.
- [8] Sakarya F A, Hayes M H. A subspace rotation-based technique for estimating 2-D arrival angles using nonlinear array configurations [J]. IEEE Trans, 1994, SP-42(2):409-411.

- [9] 殷勤业. 高分辨波达方向估计 [D]. 博士学位论文. 西安: 西安交通大学, 1989.
- [10] Wang Shu, Zhou Xilang. Extending ESPRIT algorithm using virtual array and moore-penrose general inverse techniques [A]. IEEE Southeast-CON Proceedings [C], 1999:315-318.

作者简介:



徐友根 男, 1975年8月出生于江苏东台. 1998年、2001年分别获得北京理工大学工学学士、硕士学位, 现为北京理工大学电子工程系信息与通信工程专业博士研究生.



刘志文 男, 1962年出生于陕西西安, 博士, 北京理工大学电子工程系教授. 主要研究方向: 雷达成像, 阵列信号处理及其在通信、雷达和电子对抗等领域中的应用.