

离散匹配付里叶变换

王盛利,张光义

(南京电子技术研究所,江苏南京 210013)

摘 要: 本文详细地讨论了匹配付里叶变换的离散形式,离散匹配付里叶变换与付里叶变换的区别;离散匹配付里叶变换频谱的周期性;采样对离散匹配付里叶变换的影响.理论分析和计算机仿真表明,当采样频率低于线性调频信号带宽时,在一定范围内,仍可不模糊的分离信号.

关键词: 采样;匹配付里叶变换;线性调频

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 12-1717-02

The Discrete Match Fourier Transform

WANG Sheng-li, ZHANG Guang-yi

(Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing, Jiangsu 210013, China)

Abstract: The discrete form of match Fourier transform is introduced in this paper. This paper discusses the difference of the discrete match Fourier transform and match Fourier transform and the effect of sample on the discrete match Fourier transform. The analysis and computer simulation demonstrate that if the sample frequency is lower than the LFM signal width, the signal may be separated.

Key words: sample; match Fourier transform; LFM

1 引言

非线性调制频率的信号是一种非平稳信号,对此类信号的处理,文献[1,2]有较详细的论述,但许多处理方法都在发展过程中,没有达到比较好的处理效果,各有各的优缺点,许多学者正为克服这些缺点而努力.

在文[3]中,提出了一种处理非线性调制频率信号的方法——匹配付里叶变换的基本原理,它可以有效处理非线性调制频率的信号.在该文中虽对匹配付里叶变换的离散形式进行了研究,但是还不够深入,对离散匹配付里叶变换仅仅是初步的认识,因此有必要对离散匹配付里叶变换再次讨论,以深入了解离散匹配付里叶变换的性能,为离散匹配付里叶变换的应用提供方便.

本文从匹配付里叶变换的基本原理出发,研究采样频率和采样点数对离散匹配付里叶变换的影响,匹配付里叶频谱的特征,并通过计算机仿真,验证了理论分析所得到的结论,为更好的应用提供基础.特别是:当采样频率低于线性调频信号带宽时,在一定范围内,仍可不模糊的分离信号,这是与离散付里叶变换^[4]所不同的.

2 离散匹配付里叶变换

若信号形式表示为:

$$f(t) = a_i e^{j \int_{t_0}^t \omega(\tau) d\tau}$$

$f(t)$ 为单调有界函数,匹配付里叶变换对文[3]的表达式为:

$$F(\omega) = \int_{t_0}^T f(t) e^{-j \int_{t_0}^t \omega(\tau) d\tau} d(t) \quad (1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j \int_{t_0}^t \omega(\tau) d\tau} d\omega \quad (2)$$

它们的离散形式为:

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(T_s n) e^{-j 2 \pi k f(T_s n) (T_s n - (T_s(n-1)))} \quad (3a)$$

$$\text{或: } F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(T_s n) e^{-j 2 \pi k f(T_s n) T_s} \quad (3b)$$

$$f(n) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{K-1} F(k) e^{j 2 \pi k f(T_s n)} \quad (4)$$

为了说明问题,我们选择对线性调频信号的匹配付里叶变换处理,故可令:

$$(T_s n) = (T_s n)^2, \quad (T_s n) = 2 T_s n, \quad k_f = k f(T_s N)^2$$

k_f 为半个时宽带宽,将它们代入式(3b)有:

$$F(k_f) = \sum_{n=0}^{N-1} 2 f(n) e^{-j 2 \pi k_f (n/N)^2 T_s n} \quad (5)$$

$$\text{当 } k_f = N^2 + k_f \text{ 时,有 } F(N^2 + k_f) = F(k_f) \quad (6)$$

这说明了离散匹配付里叶频谱是以 N^2 为重复周期出现的.

在一般条件下,若令: $k_f = k f(T_s N)$, 则式(5)的一般表达式为:

$$F(k_f) = \sum_{n=0}^{N-1} T_s f(n) e^{-j 2 \pi k_f (T_s n)^2 / (T_s N)} \quad (T_s n) \quad (7)$$

上式中,若 $(T_s N)$ 为整数,可以得到:

$$F((T_s N) + k_f) = F(k_f) \quad (8)$$

这说明:不同的匹配付里叶变换正交基条件下,离散匹配付里叶变换得到的离散匹配付里叶频谱的重复周期是不同的.

3 二步离散匹配付里叶变换

在线性调频信号中,若有付里叶频率项,它的二步离散匹配付里叶变换^[3]可表达为:

$$F_a(k_1, k_2) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) n e^{-j2(k_2(n/N)^2 + k_1 n/N)} \quad (9)$$

分析上式,有: $F_a(N + k_1, k_2) = F_a(k_1, k_2)$, $F_a(k_1, N^2 + k_2) = F_a(k_1, k_2)$, $F_a(N + k_1, N^2 + k_2) = F_a(k_1, k_2)$, 这说明了 k_1, k_2 的重复周期是不相同的。

4 二阶离散匹配付里叶变换

它的二步离散匹配付里叶变换^[3]可表达为:

$$F(k_1, k_2) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \left(n + \frac{k_1 N}{2k_2}\right) e^{-j2(k_2(n/N)^2 + (k_1 n/N))} \quad (10)$$

若令:

$$F_b(k_1, k_2) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-j2(k_2(n/N)^2 + (k_1 n/N))} \quad (11)$$

分析上式,有:

$$F(k_1, k_2) = F_a(k_1, k_2) + (k_1 N/2k_2) F_b(k_1, k_2) \quad (12)$$

分析上式,有:

$$\begin{aligned} F(N + k_1, k_2) &= F(k_1, k_2) + [(N + k_1) N/2k_2] F(k_1, k_2) \\ F(k_1, N^2 + k_2) &= F(k_1, k_2) + [k_1 N/2(N^2 + k_2)] F(k_1, k_2) \\ F(N + k_1, N^2 + k_2) &= F(k_1, k_2) + [(N + k_1) N/2(N^2 + k_2)] F(k_1, k_2) \end{aligned}$$

5 周期信号的离散匹配付里叶频谱

若需处理的信号是一般周期信号,即:

$$f(n) = e^{j2 f_i T_s n} \quad (13)$$

这里我们设 $f_i < 1/T_s$, 则其离散匹配付里叶频谱可表示为

$$F(k), \text{ 即: } F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} n e^{j2 f_i T_s n} e^{-j2 k(n/N)^2} \quad (14)$$

我们以 $f_o + f_i$ 代替 f_i , 并设 $f_o T_s = p$, p 为一整数, 则有

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} n e^{j2 (f_o + f_i) T_s n} e^{-j2 k(n/N)^2} \quad (15)$$

这说明周期信号增加了与采样频率成整数倍频率之后,其离散匹配付里叶频谱保持不变。

在雷达回波信号中,其地杂波可以看着为许多幅度不等,频率不等的周期信号组合而成,即:

$$f_c(n) = \sum_i A_i e^{j2 f_i T_s n} \quad (16)$$

若 $f_i < 1/T_s$, 则以 $f_o + f_i$ 代替 f_i , 仍保证 $f_o T_s = p$, p 为一整数, 那么其离散匹配付里叶频谱保持不变。

6 仿真研究

6.1 离散匹配付里叶变换的周期性

我们取 $N = 50$, 并计算 3000 点的离散匹配付里叶频率, 当设计 $k_0 = 250$ 时, 其离散匹配付里叶频谱如图 1 所示, 从图中可以看到: 采样频率小于信号的带宽, 而我们仍可清楚的看到信号的离散匹配付里叶频谱, 这就证明了前面的分析。

6.2 采样点对匹配付里叶频谱的影响

我们取 $N = 500$, $k_0 = 50$, 并计算 2000 点的离散匹配付里叶频率, 其频谱图如图 2 所示, 从图中可以看到一碗形的凹口, 信号在碗形凹口的中心, 凹口的大小取决于采样点的多少, 采样点越大, 凹口越大, 凹口的边缘越低。

6.3 多信号的离散匹配付里叶频谱

当我们取 $N = 1000$, $k_0 = 500$, 其离散匹配付里叶频谱图如图 3(a) 所示, 若此时另有一信号的 $k_1 = 50$, 那么它们的离散匹配付里叶频谱图如图 3(b), 可以发现, 图 3(b) 是由图 2 和图 3(a) 的叠加而成, 在图谱中, 谱的启始凹口取决于图 3(a) 的启始凹口, 凹口的右边与图 2 的右边凹口有关。

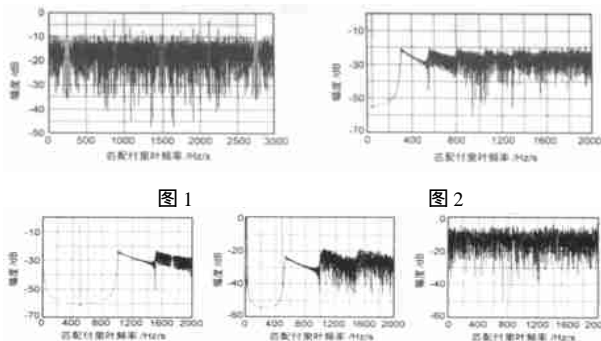


图 3(a)

图 3(b)

图 4

6.4 在噪声条件下信号的离散匹配付里叶频谱

若我们设计信号的 $k_0 = 1400$ 在白噪声中, 信噪比为 -20dB, 经匹配付里叶变换后得到的离散匹配付里叶频谱如图 4 所示, 从图中可以发现信号谱高出目标 5dB, 这说明了在有噪声情况下, 当采样频率低于信号带宽时, 离散匹配付里叶变换仍可不模糊的检测出信号。

7 结束语

本文分析和仿真了离散匹配付里叶变换, 表明了其与付里叶变换的不同之处, 说明了在采样频率比信号带宽低时, 在采样点数有限的条件下, 特别是在有噪声的条件下, 也可无模糊地检测到信号, 这在付里叶变换中是不可能得到的。

理论分析和仿真实验表明, 对于周期信号来说, 匹配付里叶频谱的周期性是与线性调频信号不同的, 而与付里叶变换相近, 这为周期信号与线性调频信号的分离提供了可能。

参考文献:

- [1] 张贤达, 保铮. 非平稳信号分析与处理 [M]. 国防工业出版社, 1998, 9.
- [2] 王宏禹, 非平稳随机信号分析与处理 [M]. 国防工业出版社, 1999, 9.
- [3] 王盛利等. 一种新的变换——匹配付里叶变换 [J]. 电子学报, 2001, 29(3): 403 - 405.
- [4] 吴大正. 信号与线性系统分析 [M]. 高等教育出版社, 1986.

作者简介:



王盛利 男, 1957 年出生于江苏南京. 1991 年硕士研究生毕业后, 在南京电子技术研究所从事雷达总体, 信号处理以及相关的技术工作, 现为高工, 同时为西安电子科技大学博士研究生。