

一种基于子空间分解的 IIR 信道盲辨识算法

陈芳炯, 韦 岗

(华南理工大学电子与通信工程系, 广东广州 510640)

摘 要: 本文证明了对 IIR 信道输出进行过采样(采样率是输入码率的整数倍)可以转化成单输入多输出的多信道模型, 并且不同的信道有相同的 AR 系数. 基于这一特性本文提出一种基于子空间分解的信道参数盲辨识方法, 即不同信道的 MA 系数可以由输出信号的噪声子空间唯一确定, 而 AR 系数则可以通过求解 YW 方程得到.

关键词: 过采样; 多信道模型; 子空间分解

中图分类号: TN911.5; TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 01-0083-04

Blind Identification of IIR Systems Based on Subspace Decomposition

CHEN Fang-jiong, WEI Gang

(Dept. of Elec. & Comm. Engineering South China Univ. of Tech. Guangzhou, Guangdong 510640, China)

Abstract: In this paper, we prove that oversampling the output of IIR channels can be transformed into a single input multiple output (SIMO) model, and the subchannels have the same AR coefficients. According to this model, a blind identification method is proposed based on subspace. The MA coefficients of the subchannels can be identified by using subspace decomposition. The AR coefficients can be resolved from Yule-Walker equation.

Key words: oversampling; SIMO; subspace decomposition

1 引言

信道均衡是通信系统,特别是无线通信系统的重要组成部分,传统的均衡算法采用训练序列. 对时变信道,如移动信道,必须周期性应用训练序列(如 GSM 通信系统). Sato^[4]首先提出了不须训练序列的盲均衡概念,吸引了很多研究者的注意. 近期的研究倾向于先对信道参数进行辨识再进行信道均衡, Tong 等^[5]对信道输出应用过采样技术,提出一种基于二阶统计量的盲辨识算法,但要求输入为零均值方差相同,且只适用于 FIR 信道. Moulines 等^[6]证明了 FIR 信道参数能由输出信号的噪声子空间唯一确定,提出了一种基于子空间分解的盲辨识算法. Xu 等^[3]和 Hua^[2]应用多信道模型,分别提出基于最小二乘逼近和最大似然估计的 FIR 信道盲辨识算法. 其中 Moulines 的算法具有较高的稳定性,对输入的要求也较弱. 但只适用于 FIR 信道,本文把基于子空间分解的应用拓展到 IIR 信道. IIR 信道和非线性信道的盲辨识是最近的一个研究热点, Bai 等^[1]最早对 IIR 信道采用过采样技术,但 Bai 的算法要求在输出端有非常高的采样率,从而影响了信道传输函数的零极点分布,使其对噪声和误差极为敏感,降低了算法的稳定性^[8]. 本文结合子空间和过采样技术,提出一种稳定的算法.

2 过采样到多信道模型

图 1 的模型常用来表示一个数字信号经过一个模拟信道

(先不考虑噪声的影响). 其中 h_i 表示输入信号的码间距, $l(t)$ 是一种理想状态下的滤波器,用于产生等效的模拟信号,常见的有脉冲等效和阶跃等效. 等效的模拟信号经过一个 IIR 信道可以用一个 n 阶状态方程表示为:

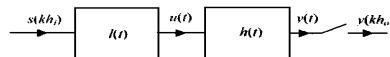


图 1 信道采样模型

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= C^T x(t) + du(t) \end{aligned} \quad A \in R^{n \times n}, B, C \in R^{n \times 1}, d \in R \quad (1)$$

现以 h_0 为间隔对信道输出进行采样,假设输出的采样率是输入信号码率的整数倍(称为过采样, Oversampling),定义 $p = h_i/h_0$ 为过采样系数. 因为输入信号和输出采样信号有不同的码间距,本文定义信道传输函数为内插后的输入离散序列 $s(kh_0)$ 到输出采样序列 $y(kh_0)$ 的传输函数. 盲辨识就是要求在只知 $y(kh_0)$ 的情况下估计信道传输函数的阶数和系数. 对阶数的估计已经有很多成熟的方法^[7],所以本文假设阶数为已知. 采样后的离散系统可以用下式表示:

$$\begin{aligned} y(z) &= h(z) s(z^p) = \frac{h(z)}{a(z)} s(z^p) \\ &= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}} s(z^p) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $s(z)$ 、 $y(z)$ 分别表示 $s(kh_t)$ 、 $y(kh_o)$ 的 z 变换, 因为过采样系数 p 是可变的, 所以首先的问题是: p 的变化会不会引起信道阶数和系数的变化? 下面的引理回答这一问题.

引理 1 IIR 信道的阶数与系数和过采样系数 p 无关.

证明 见文[1].

多信道模型是信道辨识的常用方法, 并在 FIR 信道辨识中取得满意的效果^[2,3,6], 下面我们考察 IIR 信道所对应的多信道模型.

定理 1 由式(2)所描述的离散时不变系统可以转化为 p -信道模型, 不同的信道具有相同的阶数 (N) 和相同的 AR 系数:

$$y^l = \frac{d^l(z)}{g(z)} s(z) = \frac{d_0^l + d_1^l z^{-1} + \dots + d_N^l z^{-N}}{g_0 + g_1 z^{-1} + \dots + g_N z^{-N}} s(z) \quad (3)$$

$l = 0, \dots, p-1$

证明 见附录.

上式中 $g(z)$ 表示相同的 AR 系数, $d^l(z)$ 表示不同的 MA 系数. 式(3)信道模型可以用图 2 表示. 由图 2 可以看出, $u(k)$ 到 $y(k)$ 是一个 FIR 多信道模型, 对这一模型的盲辨识已经有很多成熟的算法^[2,3,6], 本文采用基于子空间分解的盲辨识算法. 从 $s(k)$ 到 $u(k)$ 是一个全极点模型, 可以通过一些简单的算法如求解 Yule-Walker 方程得到信道参数^[7].

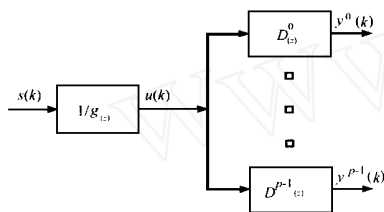


图 2 一种新的单输入多输出信道模型

3 盲辨识算法

基于子空间分解的算法利用了信号子空间和噪声子空间的正交性, 要求输入信号的自相关矩阵是满秩的. 一般说来这一条件能够满足. 在这里先给出自相关矩阵的定义, 设 $s(k)$ 的一个样本为 $s(k) = [s(k), s(k-1), \dots, s(k-n)]^T$, $s(k)$ 的自相关矩阵定义为: $R_s = E[s(k)s(k)^T]$, 相应的可以得到 R_u , 我们假定 R_s 和 R_u 都是满秩矩阵.

设第 l 个信道的一个输出样本为 $y^l(k) = [y^l(k), y^l(k-1), \dots, y^l(k-M+1)]^T$, 则从 $u(k)$ 到 $y^l(k)$ 的信道模型可以用矩阵表示为:

$$y^l(k) = D^l u(k), \quad (4)$$

其中 $D_{M \times M+N}^l = \begin{bmatrix} d_0^l & \dots & d_N^l & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & d_0^l & \dots & d_N^l \end{bmatrix}$, $u_{M+N \times 1}(k) = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-M-N+1)]^T$.

定义 $y(k)_{pM \times 1} = [y^0(k)^T, y^1(k)^T, \dots, y^{p-1}(k)^T]^T$, $D_{pM \times M+N} = [D^0, D^1, \dots, D^{p-1}]^T$. 则信道的输出可以表示成: $y(k) = Du(k)$. (5)

定义信道参数向量为 $d = [d_0^0, \dots, d_N^0, d_0^1, \dots, d_N^1, \dots, d_0^{p-1}, \dots, d_N^{p-1}]$.

$d_0^{p-1}, \dots, d_N^{p-1}]$, 设输出自相关矩阵的特征值分解为 $R_y = U^{-2} U^T = [U_s, U_n]^{-2} [U_s, U_n]$, 其中 U_s 和 U_n 分别表示输出信号子空间和噪声子空间^[6]. 我们有下面的定理.

定理 2 若 $u(k)$ 的自相关矩阵 R_u 为满秩, 信道矩阵 D 为满秩, 则信道参数向量可以由下面矩阵方程确定.

$$U_n^T D = 0 \quad (6)$$

证明 见文[6].

由矩阵方程直接求解信道参数矢量是很困难的. 根据信道矩阵的特殊结构, 可以得到一种更简单的算法. 设噪声子空间是 q 个矢量的张成, 对 U_n 进行列分块, 得到 $U_n = [V_1, \dots, V_q]$, 先考虑 V_1 , 易知 V_1 的长度为 pM , 对 V_1 进行分块, 得到 $V_1 = [v_{1,0}, \dots, v_{1,p-1}]^T = [v_{1,0}^0, \dots, v_{1,0}^{M-1}, \dots, v_{1,p-1}^0, \dots, v_{1,p-1}^{M-1}]$. 所以:

$$\begin{aligned} V_1^T D &= [v_{1,0}, \dots, v_{1,p-1}] \begin{bmatrix} D^0 \\ \vdots \\ D^{p-1} \end{bmatrix} \\ &= \sum_{i=0}^{p-1} v_{1,i} D^i = \sum_{i=0}^{p-1} v_{1,i}(k) * d^i(k) \\ &= \sum_{i=0}^{p-1} d^i(k) * v_{1,i}(k) = d^T V^1 \end{aligned} \quad (7)$$

上式根据 D^i 的特殊结构 (D^i 为 Toeplitz 矩阵), 把矩阵相乘转化成卷积的形式, 再应用卷积可以交换位置的性质进行转换. 其中 d 是信道参数矢量, V^1 的大小为 $p(N+1) \times (N+M)$, 有和 D 相似的结构. 对 V_2, \dots, V_q 做同样的转化, 得到 V^2, \dots, V^q , 定义 $V = [V^1, \dots, V^q]$, 最后得到:

$$Vd = 0 \quad (8)$$

其中 v 的大小为 $q(M+N) \times p(N+1)$, 由上式可以看出, d 是 v 的一个特征值为 0 的右特征向量. 定理 2 已经证明信道参数矢量 d 可由方程(6)唯一确定解, 而式(8)和(6)是相同的方程不同的形式. 所以 d 也可由式(8)确定. 于是 v 有且仅有一个特征值为 0. 方程(8)的求解可以通过奇异值分解得到. 当存在噪声时, d 为 v 的最小特征值所对应的特征向量. 应当注意到, 以上的结论的先决条件是 $q(M+N) \geq p(N+1) - 1$, 这一条件一般是可以满足的.

得到子信道的 MA 参数之后, 可以估计出 $u(k)$ 的自相关函数 $R_u(\cdot)$, 因为从 $s(k)$ 到 $u(k)$ 是一个全极点信道, 于是信道参数满足以下的 Yule-Walker 方程^[7]

$$\sum_{i=0}^N g(i) R_u(l-i) = 0 \quad (l > 0) \quad (9)$$

上式可以用矩阵形式表示为:

$$R_u g = 0 \quad (10)$$

其中 $R_u =$

$$\begin{bmatrix} R_u(l) & R_u(l-1) & \dots & R_u(l-N) \\ R_u(l-1) & R_u(l-2) & \dots & R_u(l-N-1) \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ R_u(l-N) & R_u(l-N-1) & \dots & R_u(l-N-N) \end{bmatrix}, \text{ 是一个}$$

$(N+1) \times (N+1)$ 维的 Hankel 矩阵, $g = [g_0, g_1, \dots, g_N]^T$, 由于 R_u 的秩为 N ^[7], 因此 g 可由方程(10)唯一确定, 式(10)同

样可以应用奇异值分解进行求解,当有噪声存在时,式(10)的解为 R_n 的最小特征值所对应的特征向量.

4 实验和仿真

实验中假设信道阶数 N 为已知, $N = 3$. 信道的传输函数为:

$$H(z) = \frac{0.2414 - 0.4094z^{-1} + 0.1099z^{-2} - 0.421z^{-3}}{1.805 - 0.794z^{-1} + 0.32z^{-2} + 1.2611z^{-3}} \quad (11)$$

试验中过采样系数 $p = 4$, 即输出的采样率是输入信号码率的 4 倍, 在第一个试验中, 信噪比固定为 30dB, 800 个采样点用于对信道参数的估计. 做了 30 次的 Monte Carlo 试验, 结果如图 3 所示, 由图可以看出基于自相关函数的估计算法比较稳定, 基本不会出现大的偏差. 把 30 次 Monte Carlo 试验的结果进行平

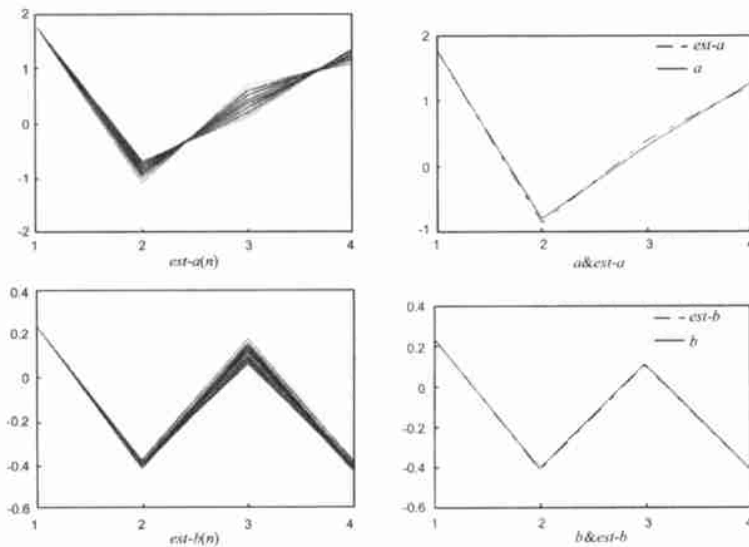


图 3 30 次 Monte Carlo 试验的结果 (SNR = 30dB, 800 个输出采样点)

均, 并和真实的信道参数进行比较, 得到图 4 的结果.

定义均方根误差为:

$$RMSE = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |h_i - h|^2} \quad (12)$$

其中 N_i 表示 Monte Carlo 试验的次数 (实验中取值为 $N_i = 30$), 第二个试验考察了噪声对误差的影响, 并和文 [1] 中的算法进行比较, 得到图 5 所示的结果. 文 [1] 中 Bai 提出了两种算法, 分别记为 origin1 和 origin2.

由图 5 可以看到, 无论是对 AR 系数还是对 MA 系数的辨识, 本文的算法都优于 origin1, 算法 origin2 虽在 AR 系数辨识略优于本算法, 但在 MA 系数辨识是效果较差, 特别是在高声的情况下.

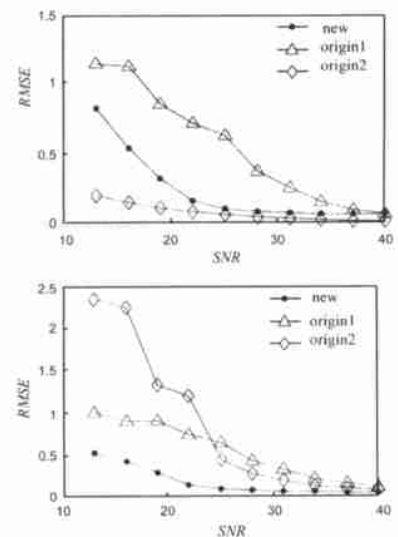


图 5 噪声对误差的影响: 新算法和源算法的比较

5 结论

基于子空间分解, 本文提出了一种适用于 IIR 信道的盲辨识算法. 仿真的结果显示本算法在较低的信噪比情况下能得到稳定的解. 用基于子空间分解的算法对 MA 参数进行辨识时对零点的位置没有特殊的要求 [6], 因此本文的算法适用于非最小相位信道的辨识, 但用 Yule-Walker 方程求解 AR 系数要求系统为因果系统 [7], 所以本文的算法适用于因果非最小相位信道.

附录: 定理 1 的证明

把式 (2) 重写, 得到:

$$a(z) y(z) = b(z) s(z^p) \quad (13)$$

如果存在一个序列 $c(z)$, 使得 $a(z) c(z) = e(z^p)$, 定义 $d(z) = c(z) b(z)$, 对 $y(z)$ 和 $d(z)$ 进行如下分解:

$$y(z) = y_0(z^p) + z^{-1} y_1(z^p) + \dots + z^{-(p-1)} y_{p-1}(z^p)$$

$$d(z) = d_0(z^p) + z^{-1} d_1(z^p) + \dots + z^{-(p-1)} d_{p-1}(z^p) \quad (14)$$

于是式 (13) 两边同乘 $c(z)$ 得到:

$$e(z^p) (y_0(z^p) + z^{-1} y_1(z^p) + \dots + z^{-(p-1)} y_{p-1}(z^p)) = (d_0(z^p) + z^{-1} d_1(z^p) + \dots + z^{-(p-1)} d_{p-1}(z^p)) s(z^p)$$

等价的, 我们可以得到:

$$e(z) y_l(z) = d^l(z) s(z) \quad l = 0, \dots, p-1 \quad (15)$$

式 (15) 实际上表示了一种单输入、多输出的多信道模型, 并且不同的信道 AR 系数相同. 现在我们在时域上考察 $c(k)$ 的存在性. 易知 $e(k)$ 有如下式的形式.

$$e(k) = (e_0, 0, \dots, 0, a_p, 0, \dots, 0, a_{2p}, \dots) \quad (16)$$

因为 $e(k) = a(k) * c(k)$, 假设 $c(k)$ 的长度为 M . 有:

$$a(k) * c(k) = \begin{bmatrix} a_0 & \dots & 0 \\ \dots & \ddots & \dots \\ a_N & & \\ \dots & \ddots & a_0 \\ \dots & \ddots & \dots \\ 0 & \dots & a_N \end{bmatrix}_{(M+N) \times M} \begin{bmatrix} c_0 \\ \dots \\ c_{M-1} \end{bmatrix}_{M \times 1} = \begin{bmatrix} e_0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ e_p \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}_{(M+N) \times 1} \quad (17)$$

式(17)表示 $M+N$ 个关于 $c(k)$ 的方程, 可设 $M+N$ 是 p 的整数倍, 于是(17)中有 $\frac{(M+N)(p-1)}{p}$ 个方程的右边为 0, 抽取这些方程组成一个新的方程组得到:

$$A_{\frac{(M+N)(p-1)}{p} \times M} C_{M \times 1} = 0 \quad (18)$$

设式(18)中 A 为满秩, A 的满秩作为可辨识性条件将在其他的文章中论述. 要使式(18)有非零唯一解只须使 $\frac{(M+N)(p-1)}{p} = M-1$, 即 $M = (p-1)(N+1) + 1$. M 同时表示了 $c(z)$ 的长度, 由 $a(z)c(z) = e(z^p)$ 和 $d(z) = c(z)b(z)$ 易知 $e(z^p)$ 和 $d(z)$ 的长度都是 $p(N+1)$ ($a(z)$ 、 $b(z)$ 长度都是 $N+1$, 见式(2)), 于是转化成 p 个子信道后式(15)中 $e(z)$ 、 $d(z)$ 阶数仍为 N . 这就得到定理 1 的一个证明.

下面讨论如何从 $e(k)$ 、 $d(k)$ 恢复出 $a(k)$ 、 $b(k)$. $a(z) \cdot c(z) = e(z^p)$ 和 $d(z) = c(z)b(z)$ 的时域表达式为:

$$\begin{aligned} a(k) * c(k) &= e(k) \\ b(k) * c(k) &= d(k) \end{aligned} \quad (19)$$

如果把上式中的 $c(k)$ 看成输入信号, $e(k)$ 、 $d(k)$ 看成输出, 则式(19)表示了一个单输入两输出的 FIR 多信道模型. 对这一类模型的求解已经有很多成熟的算法^[2,3,6], 在这里我们利用文[3]的方法求解, 由式(19)易得:

$$e(k) * b(k) = d(k) * a(k) \quad (20)$$

这就是文[3]中所谓的交叉相关性(Cross Relation), 把式(20)变成矩阵形式得到:

$$\begin{bmatrix} e_0 & \cdots & 0 & d_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_L & & \vdots & d_L & & \vdots \\ \vdots & & e_n & \vdots & & d_0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & e_L & 0 & \cdots & d_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ \vdots \\ b_N \\ -a_0 \\ \vdots \\ -a_N \end{bmatrix} = 0, \text{ 简记为: } Qh=0 \quad (21)$$

式(21)解的存在性和唯一性在文[3]中已有详细的论述. 这里简述如下: 文[3]中定理 1 给出基于交叉相关性求解信道参数有唯一解的一个充分条件为:

(1) $a(z)$ 和 $b(z)$ 互质, 即 $a(z)$ 、 $b(z)$ 没有共同的零点. 因为在对式(2)所示系统进行辨识时, 我们总是假定式(2)中 $h(z)$ 是既约的. 因而这一条件总是可以满足的.

(2) $c(k)$ 的 $2N+1$ 阶 Hankel 矩阵 $C =$

$$\begin{bmatrix} c(0) & \cdots & c(2N) \\ c(1) & \cdots & c(2N+1) \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \text{ 满列秩, } C \text{ 满列秩一个必要条件是}$$

$c(k)$ 的长度大于 $2N$, 这可以通过选取恰当的过采样系数得到 ($p > 2$). 当 p 确定时, $c(k)$ 由 $a(k)$ 唯一确定, 所以 C 的满列秩条件可归结为 $a(z)$ 的可辨识性. 这将在其他的文章中论述.

参考文献:

- [1] Erwei Bai, Minyue Fu. Blind system identification and channel equalization of IIR systems without statistical information [J]. IEEE Trans., Signal Proc., 1999, 47(7): 1910 - 1921.
- [2] Yingbo Hua. Fast maximum likelihood for blind identification of multiple FIR channels [J]. IEEE Trans., Signal Proc., 1996, 44(3): 661 - 672.
- [3] Guanghan Xu, Hui Liu, Lang Tong, Thomas Kailath. A least-squares approach to blind channel identification [J]. IEEE Trans., Signal Proc., 1995, 43(12): 2982 - 2993.
- [4] Y Sato. A method of self-recovering equalization for multichannel amplitude-modulation [J]. IEEE Trans., Commun., 1975, 23(6): 679 - 682.
- [5] Lang Tong, G Xu, Thomas Kailath. Blind identification and equalization based on second-order statistics: A Time Domain Approach [J]. IEEE Trans., Information Theory, 1994, 40(2): 340 - 349.
- [6] Eric Mulinex, Pierre Duhamel, Jearr-Francois, Sylvie Mayargue. Subspace methods for blind identification of Multichannel FIR Filters [J]. IEEE Trans., Signal Proc., 1995, 43(2): 516 - 525.
- [7] 韦岗, 邱伟. 现代信号处理理论与技术 [M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1994.
- [8] 蔡季冰. 系统辨识 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1989: 320 - 327.

作者简介:



陈芳炯 男, 1975 年 2 月生于广东省澄海市. 1997 年毕业于浙江大学信息与电子工程系, 获学士学位. 目前在华南理工大学攻读博士学位, 主要研究兴趣有盲信道均衡、盲系统辨识及其在无线通信中的应用.

韦岗 男, 1963 年生. 博士生导师、国家自然科学基金委员会电子与信息学科评委、中国航空学会通信理论委员会委员、中国电子学会高级会员、国际电子电气工程师协会会员. 主要研究方向有现代通信理论与技术、多媒体信息处理、模式识别、神经网络.