一种简单而有效的空时编码

李 舒[1],康桂霞[2],韩承德[1],张 平[2],陶小峰[2]
(1. 中科院计算技术研究所25分箱,北京100080;2. 北京邮电大学,北京1000876)

摘 要: 空时编码是实现宽带无线数据通信的一种极有潜力的技术.本文研究了一种简单而有效的空时格码设计方案——广义延迟分集码.延迟分集可以认为是重复码与多发射天线之间的延迟因子的组合,而广义延迟分集码的思想是将普通的延迟分集中的重复码替换成某些简单的分组码,以提高编码增益.本文给出了广义延迟分集码达到完全分集的充要条件,进而证明了完全分集广义延迟分集码是具有最小复杂度的完全分集空时格码.对于二进制相移键控(BPSK)信号星座上的广义延迟分集码,本文证明了它们具有相同的编码增益;对于四相移键控(QPSK)信号星座上的广义延迟分集码,本文分析了它们的编码增益,并给出了最优的编码方案.所用的分析方法可以推广到其他的信号星座.

关键词: 空时编码;延迟分集;性能分析
中图分类号: TN911 **文献标识码**: A **文章编号**: 0372-2112(2002)01-0094-03

A Simple and Powerful Space-Time Coding Scheme

LI Shu[1], KANG Gui-xia[2], HAN Cheng-de[1], ZHANG Ping[2], TAO Xiao-feng[2]
(1. *Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080, *China*;
2. *Beijing University of Posts and Telecommunicaitons, Beijing* 100876, *China*)

Abstract: We consider the design of a simple but powerful space-time trellis coding scheme. While delay diversity can be viewed as the combination of repetition code and delay element, GDDC (Generalized Delay Diversity Code) replaces the repetition code with some other simple block code in order to achieve higher coding gain. The necessary and sufficient condition for GDDCs to achieve full diversity advantage is given. It is proved that all the full diversity GDDCs on BPSK (Binary Phase-Shift Keying) constellation have the same coding gain. We have also thoroughly studied the coding gain of full diversity GDDCs on QPSK (Quadriphase Shift Keying) constellation and the optimal GDDC is given. The strategy can also be applied to the analysis of the coding gain of full diversity GDDCs defined on other constellations.

Key words: space-time coding; delay diversity; performance analysis

1 引言

分集是对抗信道衰落的有效手段.常用的分集技术有时间分集、频率分集、极化分集和空间分集.自从E. Telatar和G. J. Forschini得出平坦瑞利衰落MIMO(多输入多输出)信道的容量随发射天线和接收天线数目中较小者线性增长这一振奋人心的结论后[1,2],空时编码作为实现宽带无线数据通信的一种极有潜力的技术,日益受到学术界和工业界的关注,主要的理论结果包括文[3~6]中,3GPP也已经把空时编码作为可选的部分[7].

空时编码是针对MIMO衰落信道的编码、调制、发射分集和接收分集的联合优化.一个空时码就是一些 $T\times M$ 阶码字矩阵所组成的集合 $C_\Gamma=\{C_\gamma:\gamma\in\Gamma\}$,其中 M 是发射天线的根数. C_Γ 的差错性能取决于分集增益 $E_H(C_\Gamma)$ 和编码增益 $E_P(C_\Gamma)$,其定义可以参见文[3,6].如果 $E_H(C_\Gamma)$ 等于发射天线数 M,则称 E_H 达到完全分集.

延迟分集(delay diversity)[8]是在空时码之前提出的一种发射分集的方案,它也可以认为是一种特殊的空时编码.延迟分集还可以视作重复码(repetition code)和延迟因子的组合,从而很自然地想到可以作如下推广:将重复码替换成其它简单的分组码,并和延迟因子组合.本文将这种新的空时码称为广义延迟分集码(GDDC:generalized delay diversity code).文[3]给出了广义延迟分集码的一些例子,但没有给出一般的结论.本文分析了广义延迟分集码的分集增益和编码增益,结论包括:给出了达到完全分集增益的充要条件,从而证明了完全分集广义延迟分集码是具有最小复杂度的完全分集空时格码;证明了BPSK信号星座上的所有广义延迟分集码具有相同的编码增益;分析了QPSK信号星座上广义延迟分集码的编码增益,并给出了最优的编码方案;所用的分析方法可以推广到其

收稿日期:2000-06-13;修回日期:2001-01-12
基金项目:国家自然科学基金(No.69896250)

他的信号星座.

本文其余部分的组织如下:第 2 节分析了广义延迟分集码的分集增益和编码增益,第 3 和第 4 节分别给出了仿真结果和结论.

2　广义延迟分集码的性能分析

2.1　定义

定义 1　设 B 是一个定义在字母表 $Z_Q = \{0,1,\cdots,Q-1\}$ 上的分组码,如果 B 包含 Q 个码字,每个码字的码长为 M,则称 B 为一个基码. B 的第 $q(0 \le q \le Q-1)$ 个码字记为 $B_q = B_q^1, B_q^2, \cdots, B_q^M$,其中 $B_q^m \in Z_Q$, $m = 1,2,\cdots,M$. 由基码 B 可以生成一个适用于 M 根发射天线,定义在包含 Q 个信号的星座 S 上的广义延迟分集码:

(1) 广义延迟分集码的编码器有 Q^{M-1} 个状态,每个状态可以用一个 $M-1$ 元组 $(s_1, s_2, \cdots, s_{M-1})$ 来表示,其中 $s_m \in Z_Q$, $1 \le m \le M-1$;

(2) 若当前状态为 $s_1, s_2, \cdots, s_{M-1}$,输入符号是 $q(q \in Z_Q)$,则广义延迟分集码的编码器将产生 M 个输出符号: $B_q^1, B_{s_{M-1}}^2, \cdots, B_{s_2}^{M-1}$ 和 $B_{s_1}^M$,即信号 $f(B_q^1), f(B_{s_{M-1}}^2), \cdots, f(B_{s_2}^{M-1})$ 和 $f(B_{s_1}^M)$ 将分别由天线 $1,2,\cdots,M$ 发送出去,新状态为 $(s_2, \cdots, s_{M-1}, q)$. f 是调制器的信号映射函数,本文假设 f 是从 Z_Q 到 S 上的双射(单满射).

此外,要求广义延迟分集码的编码器在开始和结束时的状态为 $(0,0,\cdots,0)$.

由以上定义可见,如果输入序列是 $q_1, q_2 \cdots, q_L$,则输出的码字矩阵为 $C_{tm} = \begin{cases} f(B_{q_{t-m+1}}^m) & \text{if } 0 \le t-m \le L-1 \\ f(B_0^m) & \text{otherwise} \end{cases}$

设 C' 是对应于输入序列 $q_1', q_2', \cdots, q_L'$ 的码字矩阵,则差矩阵 $D = C - C'$ 的元素为

$$D_{tm} = \begin{cases} C_{tm} - C_{tm}' & \text{if } 0 \le t-m \le L-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{1}$$

可见矩阵 D 除了 L 根对角线之外,所有元素都为 0.

2.2　完全分集的充要条件

分集增益是空时码设计最重要的目标,这是因为空时码的成对错误概率在信噪比较大时随分集增益指数下降. 下面的定理给出了广义延迟分集码达到完全分集的充要条件.

定理 1　设某个广义延迟分集码的基码是 B,定义映射 $\phi_m: Z_Q \to Z_Q$, $q \to B_q^m$, $m = 1,2,\cdots,M$. 则由 B 生成的广义延迟分集码达到完全分集的充要条件是:每个 ϕ_m 是 Z_Q 上的一个置换,即每个 ϕ_m 是集合 Z_Q 到自身上的一个双射 $m = 1,2,\cdots,M$.

证明　(必要性) 反证法,如若不然:即 $\exists m, 1 \le m \le M$, ϕ_m 不是 Z_Q 到自身上的一个双射. 则 $\exists q, q' \in Z_Q, q \ne q'$,使得 $\phi_m(q) = \phi_m(q')$. 令 C 和 C' 分别是对应输入序列 $q, q, \cdots, q$ 和 $q', q', \cdots, q$ 的码字矩阵, $D = C - C'$. 则由式(1)可证矩阵 D 的第 m 列是一个全 0 向量,进而 $rank(D) \le M-1$,因此由 B 生成的广义延迟分集码不能达到完全分集.

(充分性) 设 $\forall m, 1 \le m \le M$, ϕ_m 是 Z_Q 上的一个置换,即 $\forall q, q' \in Z_Q, q \ne q'$,有 $\phi_m(q) \ne \phi_m(q')$. 令 C 和 C' 分别是对应输入序列 $q_1, q_2, \cdots, q_L$ 和 $q_1', q_2', \cdots, q_L'$ 的码字矩阵, $D = C - C'$. 由式(1)可证 D 的列向量是线性无关的,进而 $rank(D^H D) = rank(D) = M$.

文[3]证明了空时格码达到完全分集的最小复杂度(状态数)为 Q^{M-1},故满足定理 1 中条件的广义延迟分集码是具有最小复杂度的完全分集空时格码.

例　由定理 1 知,由 $\{00,11,21,32\}$ 的广义延迟分集码不能达到完全分集,这是因为 $\phi_2(1) = \phi_2(2) = 1$,即 ϕ_2 不是 Z_Q 上的置换. 而由 $\{00,13,21,32\}$ 或 $\{00,11,22,33\}$ 生成的广义延迟分集码达到完全分集.

2.3　编码增益的分析

下面分析达到完全分集的广义延迟分集码的编码增益. 广义延迟分集码的基数随输入序列的长度指数增长,这使得编码增益的分析似乎很困难,然而可以用下面的定理来简化分析.

定理 2　令 C_Γ 是一个适用于 M 根天线,定义在信号星座 S 上的完全分集的广义延迟分集码, B 是 C_Γ 的基码, ϕ_m 的定义和定理 1 相同: $\phi_m(q) = B_q^m$, $m = 1,2,\cdots,M$. 则

$$[E_P(C_\Gamma)]^M = \min_{q \ne q'} \prod_{m=1}^M |f(\phi_m(q)) - f(\phi_m(q'))|^2 = \min_{s \ne s'} \prod_{m=1}^M |\pi_m(s) - \pi_m(s')|^2$$

其中 $s, s' \in S$, $\pi_m = f \circ \phi_m \circ f^{-1}$ 是 S 上的一个置换, $m = 1,2,\cdots,M$, $\circ$ 代表映射的复合.

证明　如果第一个等式成立,则由调制器的信号映射函数 f 是从 Z_Q 到 S 上的双射可以立即得到第二个等式. 故只需证第一个等式. 令 C 和 C' 是对应于输入序列 $q_1, q_2, \cdots, q_L$ 和 $q_1', q_2', \cdots, q_L'$ 的码字矩阵, $D = C - C'$. l_0 是使 $q_l \ne q_l'$ 的最小整数. 和定理 1 类似,可证

$$D = \begin{bmatrix} O \\ F \\ G \end{bmatrix}$$

其中 O 是 $(l_0 - 1) \times M$ 阶全 0 矩阵, G 是一个 $(L - l_0) \times M$ 阶矩阵, F 是一个 $M \times M$ 阶下三角矩阵,进而可证 $[E_P(D)]^M \ge \min_{q \ne q'} \prod_{m=1}^M |f(\phi_m(q)) - f(\phi_m(q'))|^2$. 设 $\prod_{m=1}^M |f(\phi_m(q)) - f(\phi_m(q'))|^2$ 在 $q = q_0, q' = q_0'$ 时达到最小值. C 和 C' 分别是对应于输入序列 $q_0, q_0, \cdots, q_0$ 和 $q_0', q_0, \cdots, q_0$ 的码字矩阵, $D = C - C'$. 易证此时定理中的不等式可以取到等号.

直观地说,上面的定理证明了:如果 C' 是 C 的最近邻,即 $Pr(C \to C') \le Pr(C \to C'')$,则对应 C 和 C' 的输入序列只相差一个符号.

定理 3　定义在 BPSK 信号星座上所有的完全分集广义延迟分集码具有相同的编码增益:4.

证明　$S = \{\pm 1\}$, $|S| = 2$. 对于 S 上的任意置换 π 和 $s, s' \in S, s \ne s'$,有 $|\pi(s) - \pi(s')| = 2$. 故 $E_P = (\prod_{m=1}^M |\pi_m(s) - \pi_m(s')|^2)^{1/M} = 4$.

定理 4　设 C_Γ 在所有定义在 QPSK 信号星座上,适用于

M 根发射天线的广义延迟分集码中,具有最优的编码增益,则 $E_P(C_\Gamma)$ 为 $2^{1+(\lfloor M/3\rfloor/M)}$.

证明 $Z_4=\{0,1,2,3\}$, $S=\{\pm 1,\pm j\}$, $f(q)=j^q$, $j=\sqrt{-1}$, $q\in Z_4$. 对于给定的广义延迟分集码,它的基码是 B,按照定理 1 定义 $\phi_m:\phi_m(q)=B_q^m$. 由定理 2,可证 $E_p\le 2^{M+\lfloor M/3\rfloor}$.

只需证明存在广义延迟分集码 C_Γ,使得 $E_P(C_\Gamma)$ 可以达到 $2^{M+\lfloor M/3\rfloor}$. 基码 B 定义为 $B_m{}^q=\phi_m(q)$, $m=1,2,\cdots,M$, $q\in Z_4$,其中

$$\phi_1=\phi_4=\cdots=\begin{pmatrix}0&1&2&3\\0&1&2&3\end{pmatrix},$$

$$\phi_2=\phi_5=\cdots=\begin{pmatrix}0&1&2&3\\0&2&3&1\end{pmatrix},$$

$$\phi_3=\phi_6=\cdots=\begin{pmatrix}0&1&2&3\\0&3&1&2\end{pmatrix}$$

容易验证 B 生成的广义延迟分集码 C_Γ 的编码增益为 $2^{1+(\lfloor M/3\rfloor/M)}$.

3 仿真结果

图 1 和 2 给出了两种适用于 3 根发射天线的广义延迟分集码误帧率(frame error rate:FER)比较,图 1 是接收天线数目为 2 的情形;图 2 是接收天线数目为 3 的情形. 帧的大小(输入序列的长度)遵循 IS-54 的标准,即 130 个符号. GDDC I 和 GDDC II 分别由{000,111,222,333}和{000,123,231,312}生成. 前者就是适用于 3 根发射天线的普通延迟分集方案,而后者根据定理 4 具有最优的编码增益. 注意到分集增益和编码增益的分析是基于成对错误概率的切诺夫域,它和误帧率的关系是非常复杂的. 然而,从图中还是很容易看出 GDDC II 的误帧性能优于 GDDC I. 仿真结果表明:GDDC II 的差错性能与 GDDC I 相比,有 1dB 的增益.

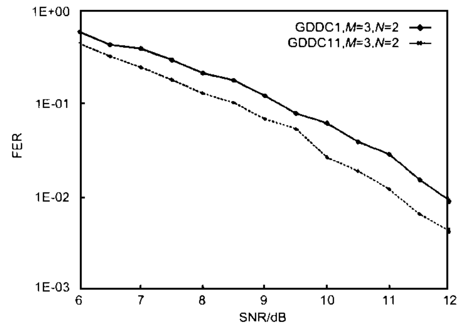

图 1 广义延迟分集码的误帧率比较
(3 根发射天线,2 根接收天线)

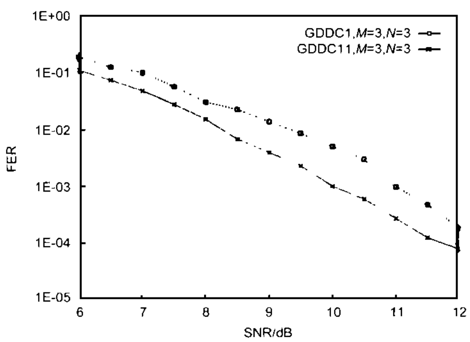

图 2 广义延迟分集码的误帧率比较
(3 根发射天线,3 根接收天线)

4 结论

本文研究了一种简单而有效的空时格码——广义延迟分集码. 首先给出了广义延迟分集码达到完全分集的充要条件. 对于达到完全分集广义延迟分集码,本文提出了简化编码增益分析的方法,这种方法可以推广到其他的信号星座. 作为这种分析方法的一个示例,证明了 QPSK 信号星座上最优的完全分集广义延迟分集码的编码增益为 $2^{1+(\lfloor M/3\rfloor/M)}$,并给出了最优的编码方案. 仿真结果表明根据上述分析设计的 QPSK 上用于 3 根发射天线的最优广义延迟分集码与普通延迟分集方案相比有 1dB 的增益.

参考文献:

[1] E Telatar. Capacity of multi-antenna gaussian channels (A). AT&T Bell-Labs Internal Technical Memorandum,June 1995.

[2] GJ Forshini,et al. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas [A]. Wireless Personal Communications 6 [C],Kluwer Academic Publishers,1998:311 - 335.

[3] V Tarokh,et al. Space-time codes for high data rate wireless communication:performance criterion and code construction [J]. IEEE Trans., Mar. 1998,IT-44(2):744 - 765.

[4] V Tarokh,H Jafarkani,A R Calderbank. Space-time codes from orthogonal designs [J]. IEEE Trans.,July 1999,IT-45(5):1456 - 1467.

[5] A Roger Hammons Jr.,et al. On the theory of space-time codes for PSK modulation [J]. IEEE Trans.,Mar. 2000,IT-46(2):524 - 542.

[6] Jimm Grimm. Transmitter diversity code design for achieving full diversity on Rayleigh fading channels [D]. Ph. D Thesis. Purdue University, 1998.

[7] 3G TS 25. 221 V3. 2. 0 (2000 - 03) [OL]. available from http://www. 3gpp. org.

[8] J H Winters. A new bandwidth efficient transmit antenna modulation diversity scheme for linear digital modulation [A]. Proc. of 1993 ICC [C]:1630 - 1634.

作者简介:

李 舒 男. 1974 年 3 月出生于上海. 1996 年获同济大学计算机应用学士学位,目前在中科院计算所攻读博士学位,研究兴趣为空时编码.

康桂霞 女. 1972 年出生. 1995 年毕业于天津大学自动化系,获工学学士学位. 1997 年起就读于北京邮电大学电信工程学院,目前提前攻读博士学位. 研究方向为第三代移动通信系统中的信道编解码技术及空时编码技术.