

脉冲源激励下地下目标的电磁散射分析

闫玉波, 葛德彪

(西安电子科技大学物理系, 陕西西安 710071)

摘要: 本文分析在地面上放置冲激函数源情况下地下电磁场的传播和散射特性. 在冲激函数源的后期由于电磁场变化较缓慢位移电流可以忽略, 扩散特性占据优势. 本文通过在准静态 Maxwell 方程中引进虚拟位移电流项, 将扩散问题的求解转化为波动问题, 从而应用非均匀时域有限差分 (FDTD) 方法来分析地下问题. 计算结果表明本文方法的有效性.

关键词: 时域有限差分方法; 地下目标; 瞬态散射

中图分类号: TN011.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2002)03-0325-03

Analysis of Transient EM Scattering from Underground Targets with Pulse Excitations

YAN Yubo, GE Debiao

(Dept. of Physics, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: We enhance the FDTD method for simulating transient EM surveys of underground objects, in which impulse excitations are laid on the ground surface and the electromotive force (EMF) is measured along the ground surface. In the late time of impulse excitation, the displacement current can be neglected because of slow variation. The diffusion characteristic dominates the electromagnetic process under ground. In order to apply the FDTD method to treat the underground problem, we introduce an artificial displacement current term in the diffusion equation. Examples given demonstrate the efficiency of presented scheme.

Key words: finite difference time domain (FDTD) method; underground targets; transient EM scattering

1 引言

在地面上加以适当激励源, 通过地表面处测得的感应电动势可以探测和了解地下地层结构状况以及地下目标的一些特性. 这一问题涉及电磁波在半空间有耗介质中的传播和散射过程. 冲激电流源在地下有耗介质中的传播和散射过程较为复杂. 一般而言具有波动特性. 然而, 在其后期由于变化较缓慢位移电流可以忽略, 扩散特性占据优势, 因此一般用扩散方程来处理此类问题. 此外, 在扩散方程的有限差分 (FD) 数值求解中注意到扩散方程的 DuFort Frankel 离散^[1] 等同于一定等效介电系数下有耗介质波方程的离散式. 从 Maxwell 方程的角度来说, 相当于在准静态 Maxwell 方程中引进位移电流项, 从而可以构成显式时间迭代. 在本文中, 从准静态 Maxwell 方程出发, 通过引进虚拟位移电流因子, 用 FDTD 方法来分析地下目标的扩散和散射问题.

2 支配方程

对于地下有耗介质, 在电磁场的缓变阶段位移电流与传导电流相比可以忽略, 即场传播的波动特性不明显而表现为扩散特性. 这时, 过程的支配方程为准静态近似条件下的

Maxwell 方程

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu(\mathbf{r}) \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \sigma(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

由于上式中第二式缺少对电场的时数项, 因此以上两式离散后不能构成显式时间推进的迭代公式. DuFort 和 Frankel 在离散扩散方程时发现离散结果相当于在扩散方程的有限差分分解中“隐式”地引进了位移电流^[1,2], 这个位移电流比介质中实际的位移电流要大得多, 称之为“虚拟位移电流”. 本质上 DuFort Frankel 方法是将抛物型方程转化为双曲型方程. 根据以上分析, 我们可以在第二式中加入一个虚拟位移电流项, 即式(1)的第二式变为

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \sigma(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \epsilon_E \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2)$$

其中 ϵ_E 具有介电常数的量纲, 其取值原则是必须保证算法的稳定性以及使引进的虚拟位移电流项不影响计算结果. 引入 ϵ_E 后, 显然波速 $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon_E}$. 如果采用非均匀网格和非均匀时间步 FDTD 方法, 根据稳定条件 $v\Delta t_n \leq \delta_{\min}/\sqrt{D}$, 其中 Δt_n 为第 n 时间步长, δ_{\min} 为空间网格的最小尺寸, D 为维数, 则有

$$\epsilon_E \geq \frac{D}{\mu_{\min}} \left(\frac{\Delta t_n}{\delta_{\min}} \right)^2 \quad (3)$$

注意 ϵ_E 可以随时间步的改变而改变, 通常 ϵ_E 比实际地下介质的介电常数 ϵ 要大得多. 另一方面为了使引进的虚拟位移电流项不影响计算结果, ϵ_E 也不能取任意大的值. 为保证波动方程和扩散方程近似等效性, 通过分析它们的 Green 函数, 可以得到 ϵ_E 与时间 t 的关系^[1,3]

$$t \gg \frac{2\epsilon_E}{\sigma} \geq \frac{2D}{\mu_{\min}\sigma} \left(\frac{\Delta t_n}{\delta_{\min}} \right)^2 \quad (4)$$

由式(3)和(4), 在维数 $D = 2$ 或 3 时对时间步的要求如下

$$\Delta t_n = \alpha \sqrt{\mu_{\min}\sigma t} \frac{\delta_{\min}}{D} \quad (5)$$

其中 $\alpha = 0.1 \sim 0.2$ 之间. 式(5)表明时间步的选取可以随着时间的增加而增大. 当 Δt 确定后, 由式(3)可以确定 ϵ_E . 但由式(4)可以看出 ϵ_E 不能取得太大, 否则会使虚拟位移电流项过大, 影响计算结果. 一般取 ϵ_E 使刚能满足式(3)即可.

3 FDTD 实现

由于地下的扩散场随着离源的距离呈指数衰减, 因此我们采用非均匀 FDTD. 在场变化快的激励源以及探测目标附近网格较细, 而在远离源和目标地区可以分得较粗. 另外根据式(5), 时间间隔也是非均匀的, 即随着时间的推进而变大.

3.1 非均匀 FDTD

在二维 TM_y 情况下 Maxwell 旋度方程, 即式(1)的第一式和式(2)为

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \epsilon_E \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y \end{aligned} \quad (6)$$

应用非均匀网格, 如图 1, 将上式采用 FDTD 离散并整理可得

$$H_z^{n+1/2} = H_z^{n-1/2}(i, j) - \frac{\Delta t_n}{\mu_{Hz}(i, j) \Delta x_i} \frac{1}{\Delta x_i} [E_y^n(i+1, j) - E_y^n(i, j)] \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \overline{\Delta t_n} &= \frac{\Delta t_{n-1} + \Delta t_n}{2} = \frac{t_{n+1} - t_{n-1}}{2} \\ \overline{\Delta x_i} &= \frac{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}}{2} = \frac{x_{i+2} - x_{i+1}}{2} \\ \overline{\mu_{Hz}} &= \frac{\Delta x_i \mu(i, j) + \Delta x_{i+1} \mu(i+1, j)}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \end{aligned} \quad (8)$$

同样可以得 H_x, E_y 的 FDTD 离散式. 注意上式中时间步的选取应满足式(5)

3.2 计算域的边界条件

设 FDTD 计算区域为矩形, 有四个边界, 即地-空界面为上边界, 其余三个边均在地下. 为了用有限域模拟开域散射, 在截断边界处需应用适当边界条件, 以下考虑边界上切向场的设置.

对于 $z = 0$ 地-空界面, 如果将本边界正好设置在地-空界面上, 则需要从扩散方程或者阻尼波动方程出发推导边界条件, 这种处理方法比较复杂. 这里, 将计算区域向上延伸一个网格, 这一层网格位于 $z < 0$ 自由空间. 而在自由空间, 在准静态近似条件下, 场满足的方程简化为拉普拉斯方程. 对 FDTD 方法, 需求得界面以上半个网格处的磁场 H_x . 在满足拉普拉斯方程时, 在空间谱域, 自由空间中场的法向分量与地面切向分量之间有^[1,2]

$$\tilde{H}_x(k_x, z < 0, t) = j \operatorname{sign}(k_x) \exp[-|k_x|z] \cdot \tilde{H}_z(k_x, z = 0, t) \quad (9)$$

其中 $\tilde{H}_z(k_x, z, t)$ 为 $H_z(x, z, t)$ 的 x 空间谱, sign 为取符号函数. 因此若已知 $z = 0$ 地-空界面处的电磁场, 则可以得到地面上空气中向上延伸一层网格处场的边界值.

对于地下的三个边界, 或者直接将边界上场值设为零, 或者将边界上场值设为没有目标存在时的半空间解析结果. 在边界离源和目标足够远的情况下, 对于有耗介质这两种近似都是可行的. 另外, 也可以采用理想匹配层(PML)吸收边界条件^[4].

3.3 源的加入

实际应用中在地-空界面处的源是冲激函数(delta function), 设其作用时刻为 $t = 0$. 在开始的一段时间内场的变化中波动特性特别强, 因此这段时间不能应用本文的方法进行模拟. 经过一段时间的延迟, 场的扩散特性占据主导而波动特性变得微弱后才可以应用本文方法进行场的计算. 根据文献[1]将源转换为初始条件的讨论, 令 FDTD 迭代计算从 $t = t_0 > 0$ 的时刻开始. 在这一时刻, 电磁场已经扩散到地下的浅层, 但还没有到达探测目标. 假设地下的浅层是均匀各向同性的, 则利用半空间的解析结果作为初始条件加于地下浅层的几层网格上来代替源场. 这样就将源的加入变为一个初始值问题. 显然, t_0 的选取是很关键的. 一方面 t_0 不能太大, 它必须足够小以保证场没有扩散到可能介质为非均匀的较深的地层或者目标的位置. 但 t_0 又不能太小, 因为若 t_0 太小, 使场扩散到地下的深度太浅, 则会使初始条件的采样点太少, 不足以展现源的特性. 另外在早期, 场的波动特性占据优势, 也会使计算结果出现较大误差. 根据经验, 通常 t_0 应保证场已经渗透到地下 5 ~ 10 层网格比较合适.

应当注意的是 FDTD 方法需要同时给电场和磁场设置初始值. 我们在 $t = t_0$ 时刻给地下浅层的几层网格电场置初值, 在 $t = t_0 + \Delta t_0/2$ 时刻给磁场置初值.

4 数值结果

下面首先给出一个检验的例子, 然后分析地下有埋藏物体时的散射例子.

例 1 冲激函数源在均匀半空间的扩散

设地下为均匀. 建立原点位于地面的直角坐标系, 沿水平

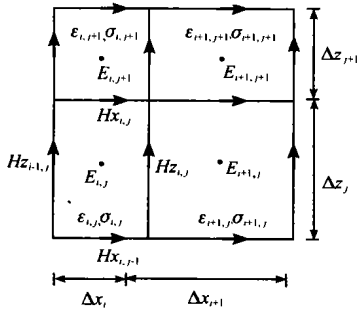


图 1 非均匀 GDTD 网格

方向为 x 轴, z 轴指向地下, 参见图 3(a). 在 $z = 0$ 地空界面上 $x = 250\text{m}$ 和 $x = -250\text{m}$ 处分别放置两个等值异号冲激线电流源(本例中无地下导体). 这里采用空间非均匀网格. 由于场的响应离源越近其变化越剧烈, 而在向外扩散的过程中逐渐变缓, 因此空间网格的划分可以利用这一特性, 在源附近网格分得较密, 而离源较远的区域可以划分得粗一些. 这样做的好处是可以将计算区域扩展得很大, 使截断边界离源较远, 从而有利于设置边界条件. 地的电参数为 $\mu = \mu_0$; $\sigma_g = 1/300(\text{S/m})$, 我们取 $t_0 = 10\Delta t_0 = 1.0472\mu\text{s}$ 为 FDTD 迭代的初始时刻. 这时冲激函数源产生的电场主要分布在地下的浅层. 在前 10 层 ($\delta = 10\text{m}$, 对应 $z = 100\text{m}$) 设置初始电场值. 采用非均匀时间步, 用式(5)来确定每一时间步. 在地面下的上面几层, 在时刻 $t = t_0$ 赋给电场初始值, 在 $t = t_0 + \Delta t_0/2$ 时刻赋给磁场初始值, 其中 Δt_0 为初始时间步. 另外需要注意的是计算中 ϵ_E 必须满足式(3), 取其为不等式右边式的 1.1 倍, 在迭代过程中 ϵ_E 随着时间步而变化. 地下边界条件采用的是直接加解析解^[5]. 而地面边界条件在已知地面上法向磁场 H_z 情况下用式(9)来求高于地面半个网格的切向磁场 H_x .

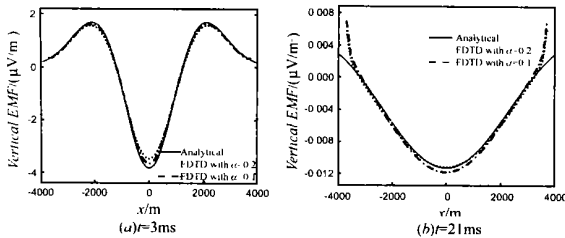
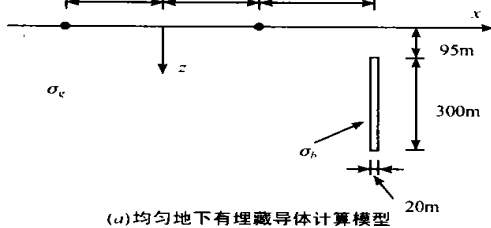


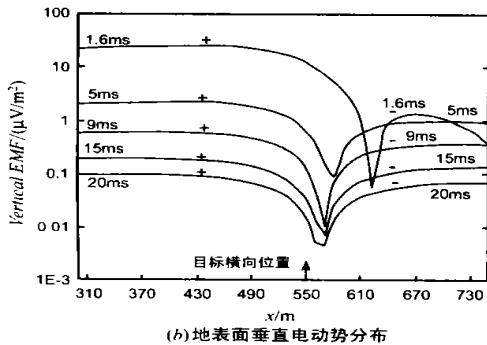
图 2 地面冲激函数源在地表面的垂直感应电动势分布

图 2 给出了在两个时刻地面上垂直感应电动势的分布情况. 垂直感应电动势定义为

$$EMF_v = - \frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (10)$$



(a) 均匀地下有埋藏导体计算模型



(b) 地表面垂直电动势分布

图 3

由图可见数值结果与解析结果^[5]符合很好. 图中给出了式(5)中取 $\alpha = 0.1$ 和 $\alpha = 0.2$ 时两个不同 FDTD 时间步的计算结果. 图 a 中显然时间步小的计算结果更精确. 但图 b 中时间步大的反而更接近解析结果, 其原因可能是由于小时间步需要的运行时间步总数比大时间步要多得多, 因此造成积累误差较大. 在以后的计算中我们取 $\alpha = 0.2$.

例 2 均匀地下中有埋藏导体

如图 3(a), 在距离地面 95m, 距离右源 300m (即 $x = 550\text{m}$) 处有一导体, 导体深为 300m, 宽为 20m. 地的电导率仍为 $\sigma_g = 1/300(\text{S/m})$, 而目标电导率 σ_b 为背景的 1000 倍. $\alpha = 0.2$. 其它设置和参数同例 1. 我们给出 FDTD 计算所得地面上目标正上方附近垂直感应电动势在一些时刻的分布, 如图 3(b). 从图中可以发现垂直感应电动势在目标上方附近有一个零点, 并且随着时间推进, 零点从右边越来越靠近目标的水平位置. 在 $t = 1.6\text{ms}$, 零点距离目标水平位置约 50m, 而在 $t = 20\text{ms}$, 零点距离目标水平位置约 10m (等于一个最小网格距离). 因此可以通过测量垂直电动势的零点位置来大体确定地下目标的水平位置.

5 结论

本文分析了有耗介质中波传播过程的扩散特性. 通过引进虚拟位移电流项, 将扩散方程用时域有限差分(FDTD)方法求解. 应用以上方法分析了在地面上放置冲激函数源时地下目标的电磁散射特性, 计算了有地下目标时地面接收的感应电动势. 本文方法可以推广到三维情形, 分析地下复杂地层中有埋藏物体时的电磁散射.

参考文献:

- [1] M L Oristaglio, G W Hohmann. Diffusion of electromagnetic fields into a two dimensional earth: a finite difference approach [J]. Geophysics, 1984, 49(7): 870- 894.
- [2] T Wang, G W Hohmann. A finite difference time domain solution for three dimensional electromagnetic modeling [J]. Geophysics, 1993, 58 (6): 797- 809.
- [3] 闫玉波. FDTD 在工程瞬态电磁学中的应用 [D]. 西安电子科技大学. 西安, 2001, 12.
- [4] J P Berenger. Perfectly matched layer for the FDTD solution of wave structure interaction problem [J]. IEEE Trans. Antennas Propagat., 1996, 44(1): 110- 117.
- [5] M L Oristaglio. Diffusion of electromagnetic fields into the earth from a line source of current [J]. Geophysics, 1982, 47(11): 1585- 1592.

作者简介:

闫玉波 男. 1973 年 2 月生于山东日照. 2001 年 3 月于西安电子科技大学获得博士学位. 主要研究方向为计算电磁学、瞬态电磁散射和辐射.

葛德彪 男. 1938 年 10 月生于武汉市. 1961 年毕业于武汉大学物理系无线电专业. 现为西安电子科技大学物理系教授、博士生导师, 中国电子学会会士. 主要从事电磁散射和逆散射、电磁理论及计算电磁学的研究.