

# 分支阻断干涉 SAR 相位展开算法的解析与实现

李笑郁, 毛士艺

(北京航空航天大学电子工程系 203 教研室, 北京 100083)

**摘要:** 本文以干涉 SAR 相位展开的残差理论为基础对经典的相位展开算法分支阻断算法进行了详细深入的理论分析和解析. 对长期以来由于原始文献的简节或由对残差现象的不充分理解而造成的对 Goldstein 的分支阻断算法的误解和结论进行了说明和纠正. 进而, 引入了统一接地处理与最近邻偶极子对残差预处理步骤, 大幅度降低了分支的长度及展开相位解平面中的不连续区域的个数. 最后讨论了分支阻断算法的性能和特点, 及其在分离残差方面的普遍意义. 实际 X SAR 数据的相位展开处理给出了正确而详尽的结果.

**关键词:** 干涉合成孔径雷达; 相位展开; 分支阻断法; 残差

**中图分类号:** TN957.52 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2001)12A-1790-04

## Analysis and Implementation of Branch Cut Phase Unwrapping Algorithm for Interferometric SAR

LI Xiaoyu, MAO Shiyi

(203 Research Group, Dept. of Electrical Engineering, Beijing University of Aero. and Astro., Beijing 100083, China)

**Abstract:** Based on the residue theorem of Interferometric SAR, in depth analysis and detailed description of Branch Cut algorithm, one of the most popular InSAR phase unwrapping approaches, has been given in this paper. Many wrong implementations and premature conclusions about Branch Cut method caused by the over brief description of Goldstein's original algorithm and not enough understanding of the residue phenomenon have been clarified and rectified totally. Besides, grounding process and dipole remover preprocessor are introduced in Goldstein's Branch Cut algorithm to get tremendously length reduced branch cuts and more continuous unwrapped phase surface. Finally, the performance and character of Branch Cut method are discussed and branch cut is stated as an essential factor for all the phase unwrapping approaches, either existed or under developed, for its nature of isolating the residue effect. X SAR data based experimental results are presented as the proof of the paper.

**Key words:** interferometric SAR; phase unwrapping; branch cut algorithm; residue

### 1 引言

今天干涉合成孔径雷达 (IFSAR) 已被公认为是全天候条件下获得大测绘带宽地球表面高度信息的强大手段<sup>[1]</sup>. 它利用同一地区的至少两幅在不同轨道位置或不同时间获取的复数 SAR 图像形成干涉图像, 获取与地形高度相关的干涉相位, 以重建地形拓扑图. 由于系统的原因, 干涉相位  $\phi$  被限制 (缠绕) 在  $(-\pi, \pi]$  之间. 如何恢复模糊掉的相位周期, 得到与数字高度图 (DEM) 相关的绝对解缠相位  $\phi$ , 即相位展开 (Phase Unwrapping) 处理, 成为干涉 SAR 处理的最关键步骤之一. 实际 SAR 图像相位中存在的噪声、欠采样、SAR 图象遮挡 (Shadow) 和重叠 (Layover) 等引起的相位不一致现象, 即残差现象, 使得对测量相位梯度进行简单的积分会得到与路径相关的相位展开结果, 导致误差的传递与积累. 在最主要的干涉 SAR 相位展开方法中, 积分路径方法 (Path following method) 建立在残差定理的基础上, 试图通过分支的设定实现与路径无关的 1D 路径积分相位展开. 其代表算法包括 Goldstein 等的分支阻断 (Branch Cut) 法<sup>[2]</sup>, Xu 和 Cumming 的区域生长 (Region Growing) 法 (1996), Prati 等的质量引导分支 (Mask Cut) 法 (1990) 等. 其中 Goldstein 等的分支阻断 (Branch Cut) 法<sup>[2]</sup> (本文简称 Gold-

stein 算法或 Goldstein 法) 最为经典和有效, 在不能得到实际 DEM 校准数据的情况下, 它的解常被作为评判其他相位展开方法结果的基准, 因此是应首先被尝试的干涉 SAR 相位展开算法<sup>[3]</sup>. 然而由于文献 [2] 中对 Goldstein 算法的原始描述过于简单、忽略了关键的步骤, 造成了许多不正确的实现方法和结论, 许多文献中实现的 Goldstein 算法很可能有丢失步骤的现象, 人们甚至认为 Goldstein 算法不能有效工作. Just 等在文献 [4] 中甚至基于对 Goldstein 算法的误解, 对算法进行了不恰当的修改, 得到了较原始算法更差的结果. 此外, 对残差的不完全理解, 也造成了一些在设置分支时无谓增加的分支点, 进而在解平面中造成更多的相位不连续点, 产生不必要的相位孤立区域. 本文基于对 Goldstein 算法的深入分析, 详尽给出了该方法的关键步骤, 说明了分支放置的准则和作用, 校正了实现 Goldstein 算法的关键的易于混淆点. 进而, 本文采用了统一接地处理步骤以改善 Goldstein 算法在图像边界处的表现, 并引入部分 Huntley<sup>[5]</sup> 的偶极子对分支技术做为 Goldstein 算法的预处理步骤, 此举大幅度地改善了 Goldstein 算法在尖峰噪音下的性能. 最后, 文章分析了 Goldstein 算法的性能和优势, 通过最小均方相位展开算法的权值与 Goldstein 算法的分支的内在

联系, 讨论了设定分支的普遍意义.

## 2 残差定理与分支阻断法的理论基础

二维相位展开可以表示为如下线积分过程

$$I = \int_C F(r) \cdot dr + \phi(r_0) = \int_C \hat{\nabla} \phi(r) \cdot dr + \phi(r_0) \quad (1)$$

其中  $F(r) = \hat{\nabla} \phi(r) = \nabla \phi(r) + n_{\nabla}(r)$ ,  $C$  为定义域  $D$  内任一条连接  $r_0$  和  $r$  的路径,  $\hat{\nabla} \phi(r)$  为由干涉缠绕相位得到的真实相位梯度  $\nabla \phi(r)$  的估计, 称为测量相位梯度,  $n_{\nabla}(r)$  为由此起点的误差. 为实现正确的相位展开, 该积分结果应只与起始点有关而与所选择的路径  $C$  无关, 即要求

$$\nabla \times F = 0 \quad (2)$$

由格林定理导出的等价的另一路径无关条件为<sup>[3]</sup>:

$$\oint F(r) \cdot dr = 0 \quad (3)$$

式(3)意味着要  $F(r)$  在定义域  $D$  内的所有环路积分为零.

然而我们通常所采用的梯度估计算子  $\hat{\nabla} \phi(r)$  是建立在相邻干涉相位采样点的真实相位差不超过  $\pm\pi$  的前提假设下的, 当地形坡度欠采样与 SAR 数据中存在的噪声、遮挡、重叠等使得真实相位差超过  $\pm\pi$  时, 该估计算子就会引入分量为  $\pm 2\pi$  的孤立误差向量  $n_{\nabla}(r)$ , 进而在残差场  $r(r)$  中引入大小为  $\pm 2\pi$  的非零值, 即正负残差点:

$$r(r) = \nabla \times \hat{\nabla} \phi(r) = \nabla \times n_{\nabla}(r) = \pm 2\pi \neq 0 \quad (4)$$

此时式(2)不再成立, 由  $n_{\nabla}(r)$  描述的  $D$  上的旋转分量场导致了路径相关的相位展开结果. 注意到式(4)事实上是  $D$  上包含一个残差点的环路积分, 且其值可由该环路所包含的残差点决定, 由此推广出二维相位展开的残差定理:

$$\oint \hat{\nabla} \phi(r) \cdot dr = 2\pi \times (\text{环路环绕的残差极性总和}) \quad (5)$$

由 Goldstein, Zebker, Werner<sup>[2]</sup> 提出的分支阻断算法正是基于以上的残差定理. 他们用自定义的分支连接并平衡毗邻的残差点, 即连接成对的极性相反的残差点或是成串的多个成对残差点使它们的残差极性之和为零, 并使积分路径绕过分支. 由式(5)的残差定理可知此时任何环路积分均为零, 式(3)中的路径无关的相位展开条件就得到了满足. 在设置分支的过程中 Goldstein 采用了最短总分支长度策略. 由于所有的积分路径均绕分支而行, 展开相位平面中的相位值相差大于  $\pi$  弧度的毗邻点(即不连续点)就被限制在分支处.

## 3 Goldstein 算法的实现

经四点环路积分将所有的残差点标识完毕后, 连结残差点的分支的设置是 Goldstein 法的最关键内容. 前文所提到的所有可能发生错误的问题都包含在这个进程中. Goldstein 法正确的分支设置步骤如下:

STEP1: 扫描图像直到发现未被平衡的残差点  $R(i, j)$ , 将该残差点对应的标示矩阵元素  $Biflag(i, j)$  的 IN\_TREE 位置为“1”, 表示该残差点正在当前待平衡的分支树中; 在当前树残差列表 In\_Tree\_List 中记录此残差点, 并将之设为当前残差点;  $charge = 0$ ,  $charge+ =$  该残差点的极性; 搜索窗长  $boxsize = 0$ , 最大搜索窗长为  $Max\_Boxsize$ ; 设定当前树终止条件为  $SC: charge = 0$ ;

STEP2: 如  $SC$  不满足,  $boxsize + = 2$ ; 如果  $boxsize > Max\_Boxsize$ , 跳至 STEP5;

STEP3: 使大小为  $boxsize$  的搜索窗以当前残差点为中心, 对窗内各点依次搜索:

(\* 1) IF(当前搜索点为图像边界点)

$charge = 0$ , 设置分支于搜索窗中心的当前残差点与图像边界之间;

(\* 2) ELSE IF(当前搜索点为残差点 && 其对应的 IN\_TREE 位不为“1”)

IF(此残差点又为未平衡残差点)

$charge+ =$  此残差点的极性;

将此残差点对应  $Biflag$  中的 BALANCED 位置为“1”表示此残差点已被平衡;

END

将此残差点对应  $Biflag$  中的 IN\_TREE 位置“1”表示此残差点在当前树中;

在当前残差点与此残差点之间设置分支;

END

如满足终止条件  $SC: charge = 0$ , 则跳至 STEP5;

STEP4: 判断当前树中所有残差点是否已被搜索窗遍历, 如已遍历则跳至 STEP2, 否则依次将 In\_Tree\_List 中记录的下一个当前树残差点设为当前残差点并跳至 STEP3;

STEP5: 如果  $charge \neq 0$ , 用分支将当前树与边界相连; 将所有当前树中的残差点的 BALANCED 位置“1”, IN\_TREE 位置“0”.

STEP6: 刷新当前树列表 In\_Tree\_List, 跳至 STEP1.

在 Goldstein 最原始的文献[2]中, 由于对 Goldstein 法的描述过于简单, 漏掉了几个分支设置中的关键点:

(1) 在搜索窗的搜索过程中, 只要发现残差点, 一定要将该残差点与窗中心相连<sup>[3]</sup>, 并将之计入当前树中, 做为下面备选搜索的中心点, 尽管该残差点可能已被其他的分支与其他的残差点相连, 甚至已被以往的分支树平衡.

(2) 如果在搜索中遇到图像边界点, 应用分支将当前树与边界相连, 可以平衡当前树中的所有残差点, 因为有分支与边界相连, 没有任何积分路径可以完全环绕这一树残差点<sup>[3]</sup>.

(3) 对当前树的残差总极性进行累加时, 应遵循每个残差点的极性只允许被累加一次的原则, 只要残差点的极性已被累加过, 或者说该残差点已被分支连接到其他残差点上, 残差点的极性将不被再次累加.

(4) 在 Goldstein 法中我们用四点环路积分来识别残差点, 并将四点中的左上点(在通常向下向右增大的坐标系中)标识为残差点. 而事实上, 残差的真实位置在四点环路的中心, 由于分支的放置是为了避免积分路径将残差包围在内, 所以, 分支必须确保且只需确保连结残差所在的四点环路的中心. 也就是说残差标示点本身不必一定被设为分支点. 如错误地将残差标示点也设为了不必要的分支点, 将造成展开平面中相位不连续点的上升, 增加产生相位孤立区域的风险.

在实现 Goldstein 方法的过程中, 若在以上关键环节上有错漏现象, 会从本质上影响该方法的性能. 产生冗繁的或错误放置的分支, 导致解平面的支离破碎及灾难性错误.

完成分支的放置后, 测量相位梯度就可以沿任何不穿过

分支的路径进行积分, 得到解缠绕的真实相位平面.

### 4 Goldstein 算法的提高

#### 4.1 最近邻偶极子对残差的预消除

当生成干涉相位条纹图的 SAR 图像受到噪声影响时, 就可能引进一些额外的残差点, 这些残差点较由 SAR 图像重叠, 遮挡或地形欠采样等引起的残差点的不同之处在于它们往往像偶极子对一样在空间上紧密地连结在一起, 或以正负残差对的形式出现. 许多这样的残差对可以被 Goldstein 算法用分支正确相连, 但当它们出现在由 SAR 图像重叠, 遮挡等产生的绵延较长的残差点集附近时, 算法在用分支平衡残差点集时很容易被这些由噪声引起的残差对所误导, 生成不合理的分支. 因此如能在实施 Goldstein 算法前, 将这些残差对预先用分支平衡并删除, 将会得到更好的结果<sup>[3]</sup>.

Huntley<sup>[5]</sup>研究了几种偶极子对分支(连接相邻的极性相反的残差点)算法, 但当残差密度上升时, 如无附加信息, 无模糊地识别残差对变得不再可能; 另外, 对于由地形引入的残差, 分支通常需要有数个像素的长度, 而且其位置是模糊的<sup>[1]</sup>. 所以 Goldstein 法较这些局限于偶极子对分支的算法可

产生更加通用的连接成串残差点的分支类型. 不过 Huntley 的最近邻偶极子对的技术可作为以上我们需要的预处理步骤来提高 Goldstein 算法在噪声干扰情况下的鲁棒性. 这里我们仅引入如下紧邻偶极子对对消步骤<sup>[3]</sup>:

```

搜索整幅图像
IF 发现紧邻的极性相反的残差对
    用一个分支连结此残差对
    在残差标示图中将该残差对去除
END

```

下面的实验将证明, 该预处理步骤可大幅度降低分支总长度, 减少解平面中的孤立相位区域的个数, 大大提高 Goldstein 法在噪声下的性能.

#### 4.2 边界统一接地处理

在实验中, 我们发现, 文献[3]中的 Goldstein 法在平衡边界附近的较密集分布的残差点时, 由于其算法的原因, 往往出现用分支将这些已经互联的残差点分别与边界多次相连的情况, 造成边界处不必要的相位不连续区域. 为避免此种情况, 我们在 Goldstein 法 STEP3 的 \* 1<sup>o</sup> \* 2<sup>o</sup> 之间采用了一种统一接地(即与边界相连)处理如下:

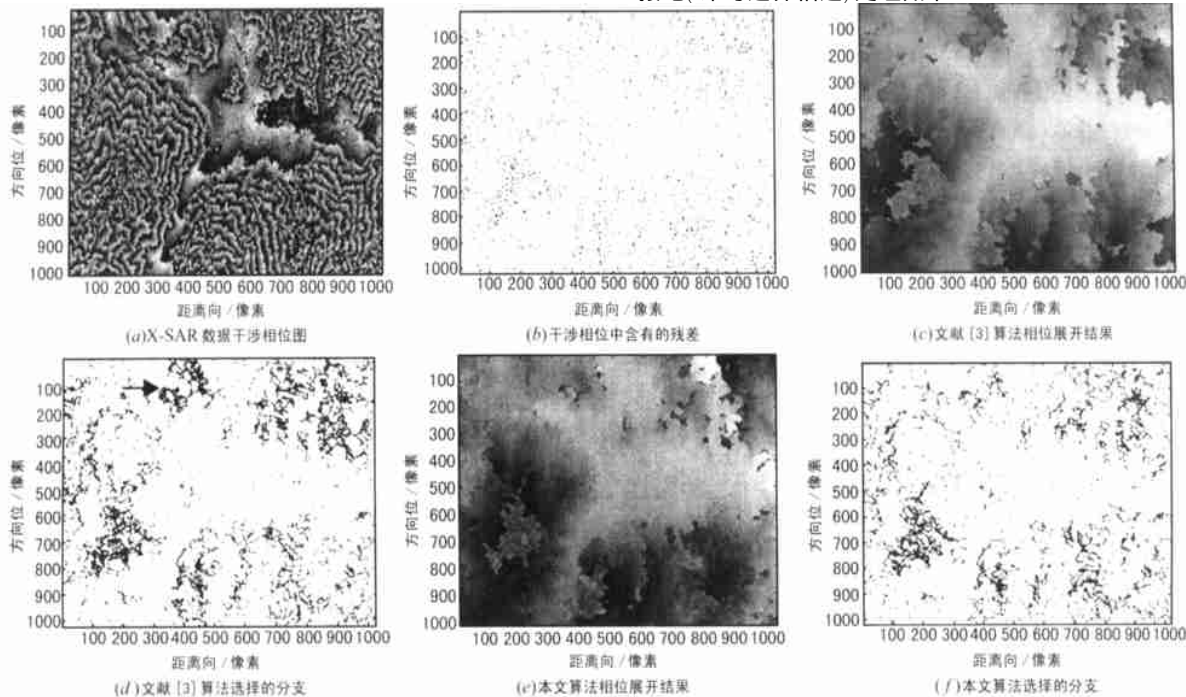


图 1 星载 X-SAR 干涉数据实验结果

- (\* 1) IF(当前搜索点为图像边界点或为已接地点)
  - charge= 0;
  - 如此点是图像边界点则将距当前搜索窗中心最近的边界点计入当前树列表中, 否则将此点计入当前树列表中;
  - 设置分支于搜索窗中心的当前残差点与列表中最新计入的点之间;
  - 将当前分支树中所有的 IN-CUT 点设为 GROUNDED 点(即已与边界相连点)

- 接(\* 2)
  - 以下的实验将证明, 统一接地处理可以有效地解决残差点与边界重复相连的情况, 并降低分支的总长度, 提高解平面的连续性.

### 5 实验结果与分析

以下是本文实现的 Goldstein 法的结果分析. 图 1(a) 为由 X-SAR 数据得到的意大利 ETNA 山区一处 1024 像素 × 1024 像素的干涉条纹图, 该区域山岭纵横起伏, 地形重叠和欠采样现象严重. 在 1024 像素 × 1024 像素的条纹图内有 15283 个残差

点, 这些残差点如图 1(b) 中的黑色像素点所示. 这对于 Goldstein 的分支阻断法来说是一组很有意义的数 据. 图 1(c) 展示了文献[3] 中的由 Goldstein 本人指正过的正确的 Goldstein 算法对该区域的相位展开结果, 其中灰度代表了展开相位平面的高度. 图 1(d) 为该算法产生的分支图, 黑色像素代表分支. 可以看到在尖头所指的图像边缘, 出现了重复放置分支并与边界相连的现象, 而且在图 1(c) 中的对应区域产生了不必要的相位孤立区域. 图 1(e) 与图 1(f) 为本文的经最近邻偶极子对残差预消除及统一接地处理的 Goldstein 算法的结果. 本文的算法大幅度降低了分支的总长度, 并消除了尖头所指边界处的错误相连现象, 在解平面的对应位置尽可能地保持了连续性. 在图 1(e) 的右上方, 虽然有一块误差为  $2\pi$  的整体错误, 但这是由于 Goldstein 法固有的缺少相位质量知识引导分支的特点而造成的由某一个分支而产生的结果, 该区域的整体连续性还是要好于图 1(c).

表 1 中给出了 Goldstein 算法在几种情况下对所选干涉条纹进行展开得到的有关数据, 使用了分支总长度、与边界相连的分支个数以及解平面中不连续区域的个数三个指标来分别衡量解平面中不连续点的个数、边界处分支放置的合理性及解平面的连续性. 算法 1 为本文给出的原始 Goldstein 算法, 不含最近邻偶极子对残差预消除及边界统一接地处理步骤. 算法 2 为加入最近邻偶极子对残差预消除的本文算法, 它较算法 1 大幅度地降低了所有三个指标(约 23.66%, 13.32% 和 9%). 这是由于最近邻偶极子对残差预消除步骤有效地排除了大部分由噪声产生的最近邻残差对分支设置的影响, 使得到的分支更为合理. 算法 3 为在算法 2 的基础上再加入边界统一接地处理的本文算法, 其性能较算法 2 又有较大提高, 其中解平面中不连续区域的个数更是较算法 2 下降了约 23.58%, 较原始 Goldstein 算法下降了约 30.46%, 这是由于统一接地处理有效地保持了边界附近解平面的连续性. 算法 4 为文献[3] 中给出的算法在加入最近邻偶极子对残差预消除步骤后的结果, 也是文献[3] Goldstein 算法在本例中的最好结果. 本文给出的算法 3 在各个指标上都明显优于算法 4. 由于篇幅限制, 本文不再给出由于缺少 Goldstein 算法的关键步骤而得到的极为糟糕的结果.

表 1 Goldstein 算法统计数字

Goldstein 算法结果指标	算法 1	算法 2	算法 3	算法 4
分支总长度(像素个数)	83341	63620	54835	63429
与边界相连的分支个数	473	410	384	413
解平面不连续区域的个数	5125	4664	3564	4638

## 6 Goldstein 算法的特点和分支的普遍意义

与最小均方意义下解线形方程组的算法相比, Goldstein 法最大的优势在于得到的相位展开结果与输入干涉相位是一致的, 也就是说它们只相差  $2\pi$  的整数倍. 另外, Goldstein 法运算迅速, 在普通 PC 机(主频为 400MHz, 内存为 128M) 上对以上  $1024 \times 1024$  大小的具有 15283 个残差点的图像运算仅需数秒钟. 它的结果通常是可靠的, 所需存储空间在所有相位展开算法中是最少的. 通过观察分支的放置并判断是否有错误放

置现象或被孤立的区域, 通常可以判断该算法的成败, 并对存在的问题有可靠的初步判断, 从而指导其他算法进行正确的展开, 因此是应该首先被尝试的二维相位展开方法<sup>[3]</sup>. 在不能得到地面真实参考数据时, Goldstein 算法的解也可用来做与其他相位展开算法结果的比较准则.

我们知道, 加权的最小均方相位展开方法试图用零权值抵销由相位梯度估计误差造成的残差影响, 而积分路径方法中的分支恰恰指示了相位梯度估计存在误差的位置, 从这个角度上讲, 对加权的最小均方方法的研究最终也归结为对分支设置的研究. 许多最小均方算法只是在寻找不同的解最小均方问题的方式及提高运算速度的方式, 就提高精度而言, 合理的权值即广义的分支的获得将是关键. 所以二维相位展开最终又回到了以分支(权值) 的设定为中心的起点, 而以 Goldstein 法为基础的, 试图以合理可靠的先验知识确定最合理分支的积分路径方法在相当的时间内仍将是一个活跃而有意义的研究方向.

## 7 结论

本文详细解析了 Goldstein 的分支阻断相位展开算法的理论基础和实施步骤, 对长期以来由于原始文献的简节而形成的对 Goldstein 算法的各种错误理解进行了统一校正. 在此基础上采用了最近邻偶极子对残差预消除处理与统一接地处理, 大幅度地提高了原始算法的性能, 得到了在边界处和整体上较文献[3] 更好的分支和更加连续的解平面. 最后对 Goldstein 法的特点和广义的分支在分离残差、实现正确的相位展开方面的普遍意义进行了论述. 以 Goldstein 法为代表的积分路径相位展开方法的发展和融合提供了基础和展望.

## 参考文献:

- [1] Bamler R, Hartl P. Synthetic aperture radar interferometry [J]. *Inverse Problems*, 1998, 14: R1- R54.
- [2] Goldstein R M, Zebker H A, Werner C L. Satellite radar interferometry: two dimensional phase unwrapping [J]. *Radio Sci.*, 1988, 23(4): 713- 720.
- [3] Ghiglia D C, Pritt M D. Two dimensional phase unwrapping: theory, algorithms, and software [M]. New York: John Wiley&Sons Inc, 1998.
- [4] Just D, Adam N, et al. Comparison of phase unwrapping algorithms for SAR interferograms [A]. *Proc. of the 1995 Inter. Geo. & Remote Sensing Symposium [C]*, Firenze, 1995: 767- 769.
- [5] Huntley J M. Noise immune phase unwrapping algorithm [J]. *Applied Optics*, 1989, 28(15): 3268- 3270.

## 作者简介:



李笑郁 女. 1974 年 1 月生于河南鲁山. 1997 年 3 月于西安电子科技大学电子工程系获信号与信息处理专业硕士学位, 1997 年 5 月开始于北京航空航天大学电子工程系攻读通信与电子系统专业博士学位, 从事图像处理与模式识别, 干涉 SAR 三维成像方面的研究工作.