

# 频率选择性衰落信道中多用户 OFDM 系统的自适应分配算法

钱学荣, 岳殿武, 张力军

(南京邮电学院通信工程系, 江苏南京 210003)

**摘要:** 本文提出一种适用于多径频率选择性衰落信道中多用户 OFDM 系统的自适应分配算法. 算法根据信道瞬时估计值, 自适应地为多用户分配子信道和传输比特数, 在给定误比特率的条件下, 使系统总的发送功率达到最小. 作者根据时分复用的基本思想, 提出多用户最佳子信道和比特分配算法, 导出系统最小发送功率的下限, 并在此基础上, 进一步提出次佳自适应分配算法. 数值模拟表明: 次佳算法所需的发送功率比下限值高约 1dB; 与等比特分配方案相比自适应分配算法可节省功率约 3-4dB; 与静态信道分配方案相比, 自适应分配算法可节省功率 6-8dB.

**关键词:** 正交频分复用; 信道分配; 自适应调制

**中图分类号:** TN929.5      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112(2002)04-0508-04

## An Adaptive Allocation Algorithm for Multiuser OFDM System over Frequency Selective Fading Channels

QIAN Xuerong, YUE Diannwu, ZHANG Lijun

(Dept. of Telecom. Eng., Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing, Jiangsu 210003, China)

**Abstract:** In this paper, an adaptive allocation algorithm for multiuser Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) system over multipath frequency selective fading channels is proposed. According to the estimation of instantaneous channel characteristics, the adaptive allocation algorithm assigns the subchannels and bits for multiuser in the system to minimize the total transmission power for a given bit error rate (BER). Firstly, we apply the conception of time division multiplexing to the system to propose an optimum subchannel and bit rate allocation algorithm for multiuser, which results a low bound of the transmission power in the system. Then, a suboptimum adaptive allocation algorithm is proposed. The numerical simulation shows that the transmission power determined by the suboptimum adaptive allocation algorithm is 1dB bigger than that of the low bound; 3-4dB less than that in equal bit allocation (EBA) and 6-8dB less than that in static subchannel allocation (SSA).

**Key words:** OFDM; channel allocation; adaptive modulation

### 1 引言

为适应移动多媒体和高速无线数据传输的需要, 建设下一代宽带移动通信系统, 人们正在努力寻求能适应宽带无线移动环境的通信技术. 在无线信道中传输高速数据的主要困难之一, 是多径传输引起频率选择性衰落而产生的符号间干扰 (ISI). 正交频分复用 (OFDM) 将宽带信道划分为许多相互正交的子信道, 实现数据并行传输, 从而延长符号周期, 达到减少 ISI 的目的. 因此, OFDM 是克服频率选择性衰落的有效技术之一<sup>[1]</sup>.

在多径频率选择衰落信道中, 不同的子信道受到不同的衰落, 因此有不同的传输能力. 将自适应技术应用于 OFDM 系统, 根据子信道的瞬时特性动态地分配数据速率和传输功率, 可以优化系统性能<sup>[2,3]</sup>. 在单用户 OFDM 系统中, 由于频率选

择性衰落的缘故, 有相当一部分子信道因衰落严重而未被使用. 而在多用户 OFDM 系统中, 由于传输路径不同, 使得相对于某一用户衰落严重的子信道, 对于其它用户的衰落并不一定严重. 事实上, 各用户的信道衰落是相互独立的, 很少会出现对所有用户都严重衰落的子信道. 因此, 在多用户 OFDM 系统中, 采用自适应分配和调制技术, 可以充分利用信道资源, 减少系统的总发送功率, 这对工作于毫米波段的下一代移动通信系统有着十分重要的意义.

本文中, 根据最小发送功率准则, 考虑多用户 OFDM 系统中子信道和比特数分配问题. 对给定的数据速率和传输带宽, 在保证服务质量 (QoS) 所需要 BER 的条件下, 自适应地为多用户分配子信道和子信道中的比特率, 使系统总传输功率达到最小.

## 2 系统模型

多用户 OFDM 系统如图 1 所示. 设系统有  $K$  个用户,  $N$  个子信道, 每个 OFDM 符号期间用户数据比特数为  $R_k (k = 1, 2 \dots K)$ . 假定信道估计良好, 第  $n$  子信道对于第  $k$  用户的瞬时信道增益为  $g_{k,n}^2$ . 在发送端, 来自  $K$  个用户的串行数据按自适应算法分配的子信道和比特数映射为 MQAM 符号, 经 IDFT 后成为复信号, 再经 D/A 变换并插入保护间隔, 经由衰落信道传送到接收端. 在接收端, 去除接收信号中的保护间隔, 抑制 ISI, 经 DFT 后获得解调信号, 数据检测器根据专用控制信道中子信道和比特分配信息进行解调.

设每个 OFDM 符号内子信道仅为一个用户使用,  $b_{k,n}$  为第  $k$  用户分配给第  $n$  子信道的比特数, 由约束条件得  $b_{k,n} \neq 0, b_{k,n} = 0, k' \neq k, n = \{1, 2, \dots, N\}, b_{k,n} \in B = \{0, 1, \dots, M\}$ ,  $B$  为符号集,  $M$  为一个 MQAM 符号所携带的最大信息比特数. 对于给定的服务质量, 设接收端解调器所需的接收功率为  $S(b)$ , 则第  $k$  用户对第  $n$  子信道发送的功率为:

$$S_{T,k,n} = S(b_{k,n}) / g_{k,n}^2 \quad (1)$$

多用户 OFDM 自适应分配算法的目的在于确定子信道、比特分配方案, 寻找最佳的  $b_{k,n}$ , 使系统的总发射功率  $S_T$  达到最小. 据此, 得到优化模型一:

$$\begin{cases} S_T^* = \min_{b_{k,n} \in B} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K S(b_{k,n}) / g_{k,n}^2 \\ C_1: R_k = \sum_{n=1}^N b_{k,n}; C_2: b_{k,n} \neq 0, b_{k,n} = 0, k' \neq k; \\ C_3: b_{k,n} \in B = \{1, 2, \dots, M\}; k, k' \in \{1, 2, \dots, K\}, n = \{1, 2, \dots, N\} \end{cases} \quad (2)$$

模型一存在最优解的条件为  $S(b_{k,n})$  是凸集  $B$  上的单调凸函数, 即每增加一个比特都需要增加发射功率, 无传输信息比特时不发送功率.

$$\Delta S_T = [S(b_{k,n+1}) - S(b_{k,n})] / g_{k,n}^2 > 0, S(b_{k,n}) = 0, b_{k,n} = 0 \quad (3)$$

几乎所有调制方式都满足此条件, 因此, 上述模型存在最优解.

## 3 单用户 OFDM 系统自适应分配算法

为方便叙述, 先讨论单用户 OFDM 系统中最佳比特分配算法. 在单用户条件下,  $N$  个子信道都为一个用户使用, 自适应算法根据信道瞬时增益  $g_n^2 (n = 1, 2, \dots, N)$  为每个子信道分配比特数, 使总的平均发射功率达到最小. 因此, 模型一可简化为:

$$\begin{cases} S_T^* = \min_{b_n \in B} \sum_{n=1}^N S(b_n) / g_n^2 \\ C_1: R = \sum_{n=1}^N b_n; C_2: b_n \in B = \{1, 2, \dots, M\} \end{cases} \quad (4)$$

由于各子信道相互统计独立, 因此可采用一维逼近算法寻找最优解. 首先, 将所有子信道的比特数设置为 0, 然后计算各子信道每增加一个比特所需发送功率的增量  $\Delta S_{T,n} (n = 1, 2, \dots, N)$ , 实际分得该比特的子信道为:

$$n^* = \arg \min_{n \in N} \Delta S_{T,n} \quad (5)$$

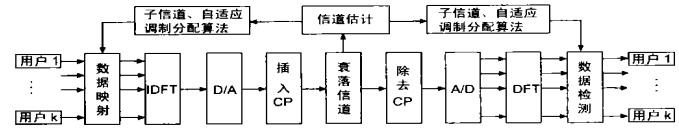


图 1 多用户 OFDM 系统模型

依此类推, 直至式(4)中的约束条件满足为止.

## 4 多用户 OFDM 自适应分配算法

在单用户 OFDM 系统中, 逼近算法依据增加功率最小准则, 逐比特地分配子信道, 使系统的总发送功率达到最小, 算法非常简单. 而在多用户系统中情况并非如此. 由于在每个 OFDM 符号内, 用户不能共用同一子信道, 因此, 当出现某一子信道同时对多个用户都为最佳时, 分配无法进行. 因为子信道一旦为某个用户所占用, 则不能为其它用户所使用, 这使得式(2)中的优化模型一无法获得最优解. 此时, 我们关心最小发送功率的下限值?

假设子信道  $n$  同时对  $K' \leq K$  个用户都是最佳的, 不失一般性, 令  $K' = K$ . 引入时分复用因子  $\rho_{k,n}$ , 表示第  $k$  用户对第  $n$  子信道的占用比例, 满足

$$\sum_{k=1}^K \rho_{k,n} = 1, \rho_{k,n} \in [0, 1] \quad (6)$$

因此, 模型一演变为模型二:

$$\begin{cases} S_T^* = \min_{\substack{b_{k,n} \in B \\ \rho_{k,n} \in [0,1]}} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \frac{\rho_{k,n}}{g_{k,n}^2} S(b_{k,n}) \\ C_1: R_k = \sum_{n=1}^N \rho_{k,n} b_{k,n}; C_2: \sum_{k=1}^K \rho_{k,n} = 1 \end{cases} \quad (7)$$

可以证明, 模型二的最佳解  $S_T^*$  为模型一最佳解  $S_T^*$  的下限. 模型二存在最优解的条件为  $\rho_{k,n} S(b)$  是凸函数. 尽管  $S(b)$  是  $B$  上的凸函数, 但是  $\rho_{k,n} S(b)$  并不一定为  $[0, 1]$  和  $B$  上的凸函数. 令  $y_{k,n} = b_{k,n} \rho_{k,n}, y_{k,n} \in [0, \rho_{k,n} M]$ , 则

$$\rho_{k,n} S(b_{k,n}) = \rho_{k,n} S(y_{k,n} / \rho_{k,n}) \quad (8)$$

由 Kuhn-Tucker 条件<sup>[4]</sup>, 新的代价函数式(7)在  $y \in [0, M\rho], \rho \in [0, 1]$  的三角区域上为凸函数, 其 Hessian 矩阵是半无限正矩阵, 存在最优解. 因此, 模型二可重写为:

$$S_T^* = \min_{\substack{y_{k,n} \in [0, M\rho_{k,n}] \\ \rho_{k,n} \in [0,1]}} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \frac{\rho_{k,n}}{g_{k,n}^2} S\left(\frac{y_{k,n}}{\rho_{k,n}}\right) \quad (9)$$

$$C_1: R_k = \sum_{n=1}^N y_{k,n}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\};$$

$$C_2: \sum_{k=1}^K \rho_{k,n} = 1, \forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$$

令:  $B' = [0, M\rho_{k,n}]$ , 式(9)中模型二为实数集  $B'$  上的优化模型, 而式(2)中模型一为整数集  $B$  上的优化模型, 显然,  $B' \supset B$ . 所以模型二的解是模型一的解的下限.

构造模型二的 Lagrangian 函数:

$$\begin{aligned} L(\alpha_k, \beta_n) = & \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \frac{\rho_{k,n}}{g_{k,n}^2} S\left(\frac{y_{k,n}}{\rho_{k,n}}\right) - \sum_{k=1}^K \alpha_k \left( \sum_{n=1}^N y_{k,n} - R_k \right) \\ & - \sum_{n=1}^N \beta_n \left( \sum_{k=1}^K \rho_{k,n} - 1 \right) \end{aligned} \quad (10)$$

式中,  $\alpha_k, \beta_k$  分别是模型二约束条件的 Lagrangian 乘子. 求解

Lagrangian 点:

$$\left. \frac{\partial L}{\partial Y_{k,n}} \right|_{(Y_{k,n}^*, \rho_{k,n}^*)} = \frac{1}{g_{k,n}^2} S' \left( \frac{Y_{k,n}^*}{\rho_{k,n}^*} \right) - \alpha_k \begin{cases} > 0, & Y_{k,n}^* = 0 \\ = 0, & Y_{k,n}^* \in (0, M\rho_{k,n}^*) \\ < 0, & Y_{k,n}^* = M\rho_{k,n}^* \end{cases} \quad (11)$$

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \rho_{k,n}} \right|_{(Y_{k,n}^*, \rho_{k,n}^*)} = \frac{1}{g_{k,n}^2} L S' \left( \frac{Y_{k,n}^*}{\rho_{k,n}^*} \right) - S' \left( \frac{Y_{k,n}^*}{\rho_{k,n}^*} \right) \frac{Y_{k,n}^*}{\rho_{k,n}^*} - \beta_n \begin{cases} = 0, & \rho_{k,n}^* \in (0, 1) \\ < 0, & \rho_{k,n}^* = 1 \end{cases} \quad (12)$$

正则性分析: 当  $\rho_{k,n}^* = 0$ , 则  $Y_{k,n}^* = 0$ , 于是

$$Y_{k,n} \frac{\partial L}{\partial Y_{k,n}} + \rho_{k,n} \frac{\partial L}{\partial \rho_{k,n}} \geq 0, \quad \forall \rho_{k,n} \in (0, 1), \quad \forall Y_{k,n} \in (0, M\rho_{k,n}^*) \quad (13)$$

所以, 在  $\rho_{k,n} \in (0, 1)$  和  $Y_{k,n} \in (0, M\rho_{k,n}^*)$  区域上存在最优解. 边界点 ( $\rho_{k,n}^* = 0, Y_{k,n}^* = 0$ ) 的导数值为正, 故最优解不在边界点上. 由式(11)、(12)和式(13), 得:

$$Y_{k,n}^* = \rho_{k,n}^* S'^{-1}(\alpha_k, g_{k,n}^2), \quad \alpha_{k,n} = \begin{cases} S'(0)/g_{k,n}^2, & S'^{-1}(\alpha_k, g_{k,n}^2) < 0 \\ \alpha_k, & 0 \leq S'^{-1}(\alpha_k, g_{k,n}^2) \leq M \\ S'(M)/g_{k,n}^2, & S'^{-1}(\alpha_k, g_{k,n}^2) > M \end{cases} \quad (14)$$

$$\text{其中: } \rho_{k,n}^* = \begin{cases} 0, & \beta_n < H_{k,n}(\alpha_{k,n}) \\ 1, & \beta_n > H_{k,n}(\alpha_{k,n}) \end{cases} \quad (15)$$

$$H_{k,n}(\alpha_{k,n}) = [L(S'^{-1}(\alpha_k, g_{k,n}^2)) - \alpha_k, g_{k,n}^2 \cdot S'^{-1}(\alpha_k, g_{k,n}^2)] / g_{k,n}^2 \quad (16)$$

分配原则: 若  $H_{k,n}(\alpha_{k,n}), k \in K$  不相等, 则由  $H_{k,n}(\alpha_{k,n})$  取最小值的用户使用第  $n$  子信道.

$$k^* = \arg \min_k H_{k,n}(\alpha_{k,n}), \quad \rho_{k^*,n}^* = 1, \quad \rho_{k,n}^* = 0, \quad \forall k \neq k^* \quad (17)$$

若  $H_{k,n}(\alpha_{k,n}), k \in K$  相等, 此时  $0 < \rho_{k,n}^* < 1$ , 表明该子信道应为多个用户所共用, 每个用户所传输的比特数与  $\rho_{k,n}^*$  成比例:

$$b_{k,n}^* = Y_{k,n}^* / \rho_{k,n}^*, \quad \rho_{k,n}^* \neq 0 \quad (18)$$

将式(18)代入式(9)得到最佳发送功率  $S_j^*$ .

由模型二求得的  $b_{k,n}^*$  是实数, 不一定满足式(2)中模型一的约束条件. 也即虽然模型二的最佳解是模型一最佳解的理论下限值, 但实际系统不一定能达到该最佳值. 因此, 我们退而求其次, 寻求系统的次佳解. 具体做法是在出现多个  $H_{k,n}(\alpha_{k,n})$  相同的情况时, 选择  $\rho_{k,n}^*$  最大者, 将子信道分配给该用户. 即:

$$k^* = \arg \max_k \rho_{k,n}^*, \quad \rho_{k^*,n}^* \in (0, 1); \quad \rho_{k,n}^* = 1, \quad k = k^*, \quad \rho_{k,n}^* = 0, \quad k \neq k^* \quad (19)$$

在完成子信道分配之后, 运用单用户的比特分配算法, 对每个用户进行比特分配. 得到次优解  $S_T$ . 显然有:

$$\underline{S}_T \leq S_T \leq \overline{S}_T \quad (20)$$

## 5 数值模拟

为了检验自适应分配算法(Optimum Adaptive Allocation Algorithm, OAA)的性能, 我们将自适应算法与等比特分配算法

(Equal Bit Allocation, EBA)作数值计算比较.

假定多径频率选择性衰落信道的带宽为 5MHz, 信道中 AWNG 的单边功率谱密度为  $N_0 = 1$ . 时变信道对第  $l$  OFDM 符号的冲激响应为:

$$g_l(t) = \sum_{i=1}^{N_p} a_l(i) \delta(t - \tau_l(i)), \quad a_l(i) = \mu_l(i) e^{j\theta_l(i)} \quad (21)$$

其中:  $\mu_l(i)$ 、 $\theta_l(i)$  和  $\tau_l(i)$  分别是第  $i$  条路径的幅度、相位和相对延迟;  $N_p$  是路径数. 随机变量  $\mu_l(i)$  满足 Rayleigh 分布,  $\theta_l(i)$  满足均匀分布, 且相互独立. 相对延迟  $\tau_l(i)$  是均值为  $\tau_\alpha$ , 最大值为  $\tau_{\max}$  的均匀分布.  $g_l(t)$  是均值为零的复高斯变量, 具有指数型功率延迟分布特性<sup>[5]</sup>. 根据信道的时变特性将信道分为静态信道和准静态信道. 静态信道的冲激响应不随 OFDM 符号的变化 ( $g_l(t) \equiv g_l(t)$ ), 准静态信道的冲激响应  $g_l(t)$  在一个 OFDM 符号内保持不变, 而对于不同的 OFDM 符号,  $g_l(t)$  不一定相同, ( $g_l(t) \neq g_i(t), l \neq i$ ).

采用 MQAM 自适应调制方式,  $M = \{0, 4, 16, 32, 64\}$ ,  $B = \{0, 2, 4, 5, 6\}$ , MQAM 的误符号率为<sup>[6]</sup>:

$$P_M \leq 4Q \left[ \sqrt{\frac{3bE_{av}}{N(M-1)N_0}} \right] \quad (22)$$

其中:  $b = \log_2 M$ ;  $E_{av}$  是平均比特能量. 对于给定的误比特率  $P_b$ ,  $b$  比特/符号所需的功率(能量)为:

$$S(b) = (N_0/3) [Q^{-1}(p_M/4)]^2 (M-1) = (N_0/3) [Q^{-1}(p_M/4)]^2 (2^b - 1) \quad (23)$$

具体模拟参数见表 1, 模拟结果如图 2 和图 3 所示.

表 1 模拟参数

信道带宽	5MHz	最大时延 RMS	1us
子信道数 $N$	256	最大传输速率 (b/s)	1024
分布特性	指数	子信道最大比特数	6
多径路数	4	用户数 $K$	5

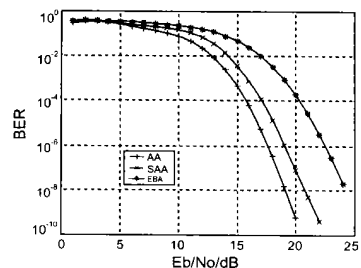


图 2 平均比特信噪比与 BER 的关系

图 2 为自适应子信道、比特分配方案与等比特分配方案的误比特率和平均比特信噪比 ( $E_b/N_0$ ) 关系曲线. 从图中可见, 当给定  $p_b = 10^{-4}$ , 最佳自适应子信道、OAA 与 EBA 的平均比特信噪比相比下降 4~5dB. 次佳自适应分配方案(SOAA)比下限值高约 1dB.

图 3 为给定误比特率  $p_b = 10^{-4}$ , 当时延扩展(RMS)改变时, 自适应子信道、比特分配方案及静态信道分配方案的平均比特信噪比曲线. 从图中可见, 自适应分配算法与等比特分配算法相比节省功率约 6~8dB, 并且, 随时延扩展的增加而进

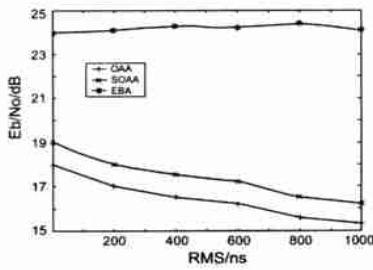


图 3 时延扩展与平均比特信噪比的关系

一步加大。

## 6 结束语

在本文中,我们提出一种适用于多径频率选择性衰落信道中多用户 OFDM 系统的自适应分配算法。算法根据信道估计值,对系统中子信道和子信道中传输的比特数进行自适应分配,从而使系统的发射功率达到最小。结果表明,对于给定的误比特率  $p_b$ ,自适应子信道、比特分配方案与等比特分配方案相比节省功率 3–4 dB,与静态信道分配方案相比,可节省功率 6–8 dB。

### 参考文献:

- [1] M Proglar, C Evcil, M Umehira. Air interface access schemes for broadband mobile systems [J]. IEEE Communications Magazine, 1999: 106–114.
- [2] H Rohling, R Grunheid. Performance of an OFDM-TDMA mobile communication system [A]. IEEE Vehicular Technology Conf (VTC'96) [C]. Atlanta: GA, 1996. 1589–1593.

- [3] S K Lai, R S Cheng, K Ben Letaief, R D Murth. Adaptive trellis coded MQAM and power optimization for OFDM transmission [A]. IEEE Vehicular Technology Conf (VTC'99) [C]. Houston: TX, 1999.
- [4] 陈开明. 非线性规划 [M]. 上海市: 复旦大学出版社, 1991.
- [5] R van Nee, R Prasad. OFDM for Wireless Multimedia Communications [M]. London: Artech House, 2000.
- [6] J G Proakis. Digital Communications [M]. New York: McGrawHill, 1995.

### 作者简介:



钱学荣 男, 1956 年生于江苏省南通市, 副教授, 在职博士生, 主要研究方向: 信号与信息处理, 信源与信道编码, 调制与解调技术, 宽带移动通信。



岳殿武 男, 1965 年生于吉林省四平市, 副教授, 博士, 主要研究方向: 纠错编码, 密码学, 信息论, 数字通信。

张力军 男, 1942 年生于浙江, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 无线数据传输和移动 IP 接入技术。