

基于逻辑切换的改进强跟踪卡尔曼滤波器

柯晶, 钱积新

(浙江大学系统工程研究所, 浙江杭州 310027)

摘要: 针对线性随机系统提出了一种改进强跟踪卡尔曼滤波器(MSTKF). 通过改变强跟踪滤波器的多重时变渐消因子, MSTKF在卡尔曼滤波和强跟踪滤波两种工作状态之间切换. 当卡尔曼滤波不能有效跟踪突变状态时, MSTKF切换为可弱化因子的强跟踪滤波. 数值仿真实例显示了本方法的有效性.

关键词: 随机系统; 卡尔曼滤波器; 强跟踪滤波器; 状态估计

中图分类号: TN713.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 06-0925-03

Modified Strong Tracking Kalman Filter Based on Logic Switching

KE Jing, QIAN Ji-xin

(Institute of Systems Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract: A modified strong tracking Kalman filter (MSTKF) for linear stochastic systems is proposed. By changing the multiple time-varying fading factors of the strong tracking filter, MSTKF switches between Kalman filtering and strong tracking filtering. When Kalman filtering cannot track efficiently the state with abrupt changes, MSTKF switches to strong tracking filtering with varying softening factor. A numerical simulation example is given to show the effectiveness of the method.

Key words: stochastic system; Kalman filter; strong tracking filter; state estimation

1 引言

理想条件下, 卡尔曼滤波器(Kalman Filter, KF)是无偏最小方差估计. 但是, KF关于模型不确定性的鲁棒性比较差, 当系统模型参数与实际过程参数存在较大差异时, KF的估计精度会大大下降, 甚至发散. 此外, KF在系统达到平稳状态时, 将丧失对突变状态的跟踪能力. 扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filter, EKF)也存在类似的缺点^[1, 2]. 为此, 周东华等人提出了强跟踪滤波器(Strong Tracking Filter, STF)^[3]. 与通常的滤波器相比, STF具有以下优点: (1)较强的关于模型不确定性的鲁棒性; (2)极强的关于突变状态的跟踪能力; (3)适中的计算复杂度. 但是, 为了适合在线运算, STF通常采用次优算法, 因而容易造成过调节, 致使状态估计不够平滑. 为此, 文献[4]又引入了固定的弱化因子. 适当加大弱化因子, 可以提高STF的估计精度. 弱化因子可以凭经验来选择, 也可以通过计算机仿真来确定, 但此时需要知道状态的真实值, 实际应用中一般难以满足此条件. 需要指出的是, 对于少数特殊的应用场合, 如GPS动态定位, 有些研究者认为即使是不带弱化因子的STF的动态跟踪能力仍然不够强. 又采用各种方法强制性地提高STF的跟踪性能^[5]. 但对于一般的应用来说, STF的动态跟踪能力已经很强了, 进一步提高STF的动态跟踪性能容易导致估计精度的下降, 尤其是观测噪声比较大的时候.

自适应方法是提高滤波器跟踪精度和克服滤波发散的有效手段^[2, 6, 7]. 文献[8]介绍了Bar-Shalom等人提出的用于机动目标跟踪的变维滤波器: 目标非机动时, 滤波器工作在二阶常速模型; 一旦检测到机动, 滤波器便转到三阶常加速模型上^[7, 8]. 文献[9]介绍了一种实际不发散滤波器新算法, 采用

自适应渐消滤波以克服卡尔曼滤波发散. 沈鹤鸣等人提出了一种复合型自适应卡尔曼滤波器^[10]: 当检测到采用虚拟噪声补偿技术的滤波器发散时, 则自动进入实际不发散滤波器新算法^[9]. 文献[11]则提出了一种适用于高动态GPS定位的自适应卡尔曼滤波方法: 当UD分解滤波算法出现发散时, 则启动Sage自适应滤波器以克服发散, 文献[12]针对GPS/INS组合导航系统给出了一种基于滤波收敛性判据, 结合Sage-Husa自适应滤波和强跟踪卡尔曼滤波的改进自适应滤波算法.

本文在文献[2~4, 9]的基础上, 针对线性随机系统提出了一种基于逻辑切换的改进强跟踪卡尔曼滤波器(Modified Strong Tracking Kalman Filter, MSTKF). 从原理上讲, MSTKF是一种自适应滤波器. 仿真结果表明, MSTKF不仅具有关于突变状态的强跟踪能力, 而且具有估计精度高, 计算量小等特点.

2 强跟踪滤波器(STF)

考虑如下线性定常系统:

$$x(k+1) = x(k) + w(k) \quad (1)$$

$$y(k) = Hx(k) + v(k) \quad (2)$$

其中, 整数 $k \geq 0$; 状态向量 $x(k) \in R^n$; 观测向量 $y(k) \in R^m$; 状态转移矩阵 $F \in R^{n \times n}$, 观测矩阵 $H \in R^{m \times n}$, 变换矩阵 $R \in R^{p \times p}$. 过程噪声 $w(k)$ 和观测噪声 $v(k)$ 分别为 p 维和 m 维的零均值高斯白噪声序列, 并具有如下统计特性: $Cov[w(k), (j)] = Q_{kj}$, $Cov[v(k), (j)] = R_{kj}$, $Cov[w(k), (j)] = 0$, 其中 Q 和 R 为对称正定阵. 系统(1)、(2)能控能观. 初始状态 $x(0) \sim N(m_0, P_0)$ 且与 $w(k)$ 、 $v(k)$ 统计独立.

由文献[2, 3], 关于系统(1)、(2)的一种强跟踪滤波算法如下, 这是一种带多重时变渐消因子的次优滤波算法:

$$\begin{aligned} \text{算法 1} \quad & \hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1) \\ & [y(k+1) - H\hat{x}(k+1|k)] \quad (3) \\ & \hat{x}(k+1|k) = \hat{x}(k|k) \quad (4) \\ & K(k+1) = P(k+1|k)H^T[HP(k+1|k)H^T + R]^{-1} \quad (5) \\ & P(k+1|k+1) = [I - K(k+1)H]P(k+1|k) \quad (6) \\ & P(k+1|k) = LMD(k+1)P(k|k)^T + Q^T \quad (7) \\ & (k+1) = y(k+1) - \hat{y}(k+1) = y(k+1) - H\hat{x}(k+1|k) \quad (8) \end{aligned}$$

其中, $(k+1)$ 为残差, $LMD(k+1) = \text{diag}[l_1(k+1), l_2(k+1), \dots, l_n(k+1)]$ 为时变的渐消矩阵, $l_i(k+1) \geq 1, i=1, 2, \dots, n$ 为 n 个时变的渐消因子, 可以通过正交性原理^[2,3]来确定. 当 $l_i(k+1) = 1, i=1, 2, \dots, n$ 时, 上述强跟踪滤波算法也就退化为卡尔曼滤波算法.

由于直接通过正交性原理来确定多重时变渐消因子需要复杂的寻优过程, 为了适合在线运算, 通常采用次优的方法来求取 $l_i(k+1), i=1, 2, \dots, n$. 一种近似算法如下^[2-4]:

算法 2 若由系统的先验知识, 可以大致确定 $l_1(k+1), l_2(k+1), \dots, l_n(k+1) = l_1, l_2, \dots, l_n$ 时, 令 $l_i(k+1) = c(k+1), i=1, 2, \dots, n$, 其中 $l_i \geq 1$ 为预先确定的常数, $c(k+1)$ 为待定因子.

则确定多重次优渐消因子的一步算法如下:

$$l_i(k+1) = \begin{cases} c(k+1), & c(k+1) > 1 \\ 1, & c(k+1) \leq 1 \end{cases} \quad (9)$$

$$c(k+1) = \text{tr}[N(k+1)] / \sum_{i=1}^n l_i M_{ii}(k+1) \quad (10)$$

$$N(k+1) = V_0(k+1) - R - H Q^T H^T \quad (11)$$

$$M(k+1) = (M_{ij}(k+1)) = P(k|k)^T H^T H \quad (12)$$

$$V_0(k+1) = \begin{cases} (1)^T(1), & k=0 \\ \frac{[V_0(k) + (k+1)^T(k+1)]}{1+}, & k \geq 1 \end{cases} \quad (13)$$

其中, $l_i \geq 1$ 为弱化因子, $0 < l_i \leq 1$ 为遗忘因子.

3 改进强跟踪卡尔曼滤波器(MSTKF)

从原理上讲, MSTKF 包括基于逻辑切换的两部分: 一个 KF 和一个 STF. 当 KF 不能有效跟踪突变状态时, MSTKF 切换为 STF 以保证滤波器的强跟踪能力. 但由算法 1 可知本文采用的强跟踪滤波算法实质上是一种带多重时变渐消因子的卡尔曼滤波算法, 因此, MSTKF 并不需要一个单独的 KF, 只要直接改变 STF 的多重时变渐消因子, MSTKF 就可以在卡尔曼滤波和强跟踪滤波两种工作状态之间切换.

当 KF 不能有效跟踪突变状态时, 残差会明显增大, 因此通过残差分析^[2,6]可以确定逻辑切换的条件.

假设残差序列为 $\{r_i(k)\}$, 下标 i 表示残差序列是由第 i 个观测量产生的. 对于系统(1)、(2)来说, 当滤波达到稳态时, KF 的残差序列 $\{r_i(k)\}$ 为独立同分布高斯 $N(0, \sigma_i^2)$ 随机变量序列. 由车比雪夫大数定理的推论可知^[6]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N r_i^2(k) \xrightarrow{P} \sigma_i^2, i=1, 2, \dots, m \quad (14)$$

通过上式对残差序列的统计特性进行分析就可以对 KF

能否有效跟踪突变状态进行检验. 设检验阈值为 $C_i, i=1, 2, \dots, m$, 其中 \hat{x}_i 为 x_i 的估计值, $C \geq 1$ 通过指定置信度查正态分布表来确定, 当下式成立时就认为 KF 已经不能有效跟踪突变状态, MSTKF 应切换为强跟踪滤波:

$$\exists i \in \{1, 2, \dots, m\}, |\hat{x}_i(k)| > C_i \quad (15)$$

理想情况下, $C=3$ 时正确切换率就可以达到 99% 以上, 但在实际应用中, 为了避免由于建模误差和参数估计不准确引起的错误切换, 规定切换条件如下: (1) $\exists i \in \{1, 2, \dots, m\}$, 使得连续 L_1 个时间周期满足 $|\hat{x}_i(k)| > C_1 \hat{x}_i$, 则 MSTKF 由卡尔曼滤波切换为强跟踪滤波; (2) $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$, 连续 L_2 个时间周期满足 $|\hat{x}_i(k)| \leq C_2 \hat{x}_i$ 且 $|\sqrt{L_2} e_i / s_i| \leq t$, 则 MSTKF 由强跟踪滤波切换回卡尔曼滤波.

其中: $L_1 < L_2, C_1 > C_2; e_i$ 和 s_i^2 分别为连续 L_2 个时间周期内 $\hat{x}_i(k)$ 的均值和方差, 阈值 t 可以近似通过指定置信度查 L_2-1 自由度下 t 分布的分位数表来确定.

注释 1 切换条件的不对称使得 MSTKF 的切换具有类似施密特触发器^[13]的滞回特性, 从而避免了切换条件边界附近可能产生的频繁切换, 提高了抗干扰能力.

由于 l_i 较小时, STF 的快速跟踪性能较好, l_i 较大时, STF 的跟踪曲线比较平滑, 因此 MSTKF 切换为强跟踪滤波时, 采用可变弱化因子, 即指定 $l_i \geq 1, f > 1$ 以及 $m > 0$, 按如下方式确定弱化因子 $l_i(k)$: (1) 切换时刻 $(k_{sw}) = 0$, 其中 k_{sw} 表示切换时刻; (2) 强跟踪滤波时, 如果 $f \cdot l_i(k) < m$, 则 $l_i(k+1) = f \cdot l_i(k)$, 否则 $l_i(k+1) = m$.

对于上述算法, 有以下两点说明: (1) 虽然上述算法是在定常系统条件下推出的, 但对于慢时变系统, 上述算法也是适用的; (2) 考虑到 STF 对初始误差的鲁棒性比较强^[2], 如果对状态初始值估计不够准确的话, MSTKF 应从 STF 开始.

4 数值仿真

采用如下二维跟踪模型^[17]:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & T_s & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} T_s^2/2 & 0 \\ T_s & 0 \\ 0 & T_s^2/2 \\ 0 & T_s \end{bmatrix} (k) \quad (16)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) + (k) \quad (17)$$

其中: $T_s = 0.15$; 状态向量 $x(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ x_3(k) \ x_4(k)]^T$, 初值为 $[2 \ 0.03 \ 1 \ 0.07]^T$; 观测向量 $y(k) = [y_1(k) \ y_2(k)]^T$; 过程噪声 $(k) = [l_1(k) \ l_2(k)]^T$ 和观测噪声 $(k) = [r_1(k) \ r_2(k)]^T$ 为互相独立的零均值高斯白噪声序列, 其统计参数如下: $Q = \text{diag}[0.00061^2, 0.00061^2]$, $R = \text{diag}[0.077^2, 0.077^2]$.

考虑如下两种情况: () 状态没有突变; () 在 $k=300$ 和 $k=560$ 时, 状态 $x_2(k)$ 上分别有幅值为 0.5 和 0.4 的突变, 状态 $x_4(k)$ 上分别有幅值为 0.5 和 -0.5 的突变.

对于情况 (), KF、STF 和 MSTKF 均可以得到比较准确的

状态估计,因此图 1 只给出了 KF、STF 和 MSTKF 在情况 下的仿真曲线. 仿真中取 $L_1 = 2, L_2 = 10, C_1 = 3, C_2 = 2.5, t = 2.2622, \alpha_1 = 2, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 1, \alpha_4 = 1$ (对应于没有任何先验知识), $\beta = 0.95$, 仿真步数 $N = 1000$. STF 的弱化因子 $\gamma = 4.5$; MSTKF 切换为强跟踪滤波时采用可变弱化因子, 并令 $\beta_0 = 2, f = 1.02, m = 5$. 滤波器初值为 $\hat{x}(0|0) = [2.1 \quad 0.031 \quad 0.9 \quad 0.06]^T, P(0|0) = 0.01 I_4$.

由图 1 可知:与 KF 相比, MSTKF 具有一般 STF 的突出优点, 即对于突变状态有极强的跟踪能力. 表 1 和表 2 分别为 KF、STF 以及 MSTKF 在上述两种情况下状态估计精度和计算时间的比较. 状态估计精度的评价准则 $J = \sum_{k=1}^N \|x(k) - \hat{x}(k|k)\|_2, N$ 为仿真步数. J 反映了滤波器的累积误差, J 越小说明状态估计越准确. 计算时间 \bar{T} 的比较基于主频为 233MHz 的 Pentium II 微机 (配有 320 MB 内存)、Windows98 中文版操作系统和 Matlab 6.1 集成仿真环境. \bar{T} 为滤波器递推计算 1000 步所用的时间, 单位为秒. 考虑到系统的随机性, 表中的数据都是 100 次仿真实验的平均值. 除了 STF 的弱化因子取多个值以外, 其余仿真参数同上.

表 1 KF、STF 和 MSTKF 的状态估计精度比较

	KF	STF				MSTKF
		$\gamma = 1$	$\gamma = 3$	$\gamma = 4.5$	$\gamma = 10$	
J	15.7	83.9	22.3	16.4	15.7	15.7
\bar{T}	1198.8	91.4	43.3	41.8	49.4	35.3

表 2 KF、STF 和 MSTKF 的计算时间比较

	KF	STF ($\gamma = 4.5$)	MSTKF
\bar{T}	1.42	2.74	1.76
\bar{T}	1.42	2.74	1.80

由表 1 和表 2 可知:

(1) 对于情况 来说, MSTKF 的估计精度同 KF, 如不引入弱化因子 (即 $\gamma = 1$), STF 的估计精度不如 KF.

(2) 弱化因子不能取值过大, 否则会降低 STF 的强跟踪能力. 理论分析表明: 由于 R 为正定阵, 当弱化因子趋于无穷大

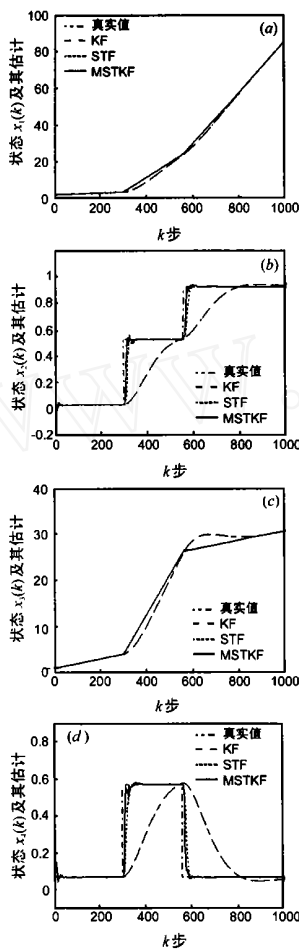


图 1 KF、STF 与 MSTKF 的仿真曲线

时, 渐消因子不再起作用, STF 也就退化成了 KF. 大量仿真表明: 对本例而言, 当 γ 在 4 到 5 之间取值时, STF 的估计精度较高.

(3) 对于情况 来说, MSTKF 的估计精度高于 KF 和 STF.

(4) MSTKF 的计算时间少于 STF.

5 结论

本文提出了一种基于逻辑切换的改进强跟踪卡尔曼滤波器 (MSTKF). 通过在卡尔曼滤波和可弱化因子的强跟踪滤波两种工作状态之间切换, MSTKF 既具有关于突变状态的强跟踪能力, 又具有估计精度高、计算量小等特点. 仿真结果说明了本文方法的有效性.

参考文献:

- [1] 贺允东. 随机控制 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1990.
- [2] 周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
- [3] 周东华, 席裕庚, 张钟俊. 一种带多重次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器 [J]. 自动化学报, 1991, 17(6): 689 - 695.
- [4] Zhou D H, Frank P M. Strong tracking filtering of nonlinear time-varying stochastic systems with coloured noise: application to parameter estimation and empirical robustness analysis [J]. Int J Control, 1996, 65(2): 295 - 307.
- [5] 房建成, 申功勋, 万德钧. GPS 动态定位中卡尔曼滤波模型的建立及其强跟踪滤波算法研究 [J]. 控制与决策, 1997, 12(6): 683 - 689.
- [6] 闻新, 张洪钺, 周露. 控制系统的故障诊断和容错控制 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.
- [7] 敬忠良. 神经网络跟踪理论及应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.
- [8] Bar-Shalom Y, Birmiwal K. Variable dimension filter for maneuvering target tracking [J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 1982, 18(5): 621 - 629.
- [9] 库索夫可夫 H T, 等. 控制系统的最佳滤波和辨识方法 [M]. 章燕申, 译. 北京: 国防工业出版社, 1984.
- [10] 沈鹤鸣, 华承湘. 一种复合型自适应 Kalman 滤波器的仿真研究 [J]. 控制与决策, 1990, 5(3): 45 - 51.
- [11] 胡国荣, 欧吉坤. 改进的高动态 GPS 定位自适应卡尔曼滤波方法 [J]. 测绘学报, 1999, 28(4): 290 - 294.
- [12] 黄晓瑞, 崔平远, 崔祐涛. GPS/INS 组合导航系统自适应滤波算法与仿真研究 [J]. 飞行力学, 2001, 19(2): 69 - 72, 77.
- [13] 董诗白. 模拟电子技术基础 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1988.

作者简介:



柯 晶 男, 1971 年 1 月出生于山东济南, 讲师, 1993 年毕业于山东工业大学自动化工程应用电子技术专业, 获学士学位, 1996 年于山东工业大学获硕士学位, 现为浙江大学系统工程研究所博士研究生, 主要研究兴趣为数字信号处理、机器学习、随机系统的滤波与控制.