

# 用于自适应天线的稳健的 RLS 算法

吴启晖, 王金龙, 沈良, 任国春

(解放军理工大学通信工程学院, 江苏南京 210016)

**摘要:** 抗干扰通信是电子战的重要组成部分, 自适应天线不仅具有很强的抗干扰能力而且可以与其它通信抗干扰技术相兼容. 自适应算法是自适应天线的核心. 本文把应用数学学科研究的热门方法之一“稳健估计(RE)”应用于 RLS 算法中, 得到稳健的 RLS 算法(RRLS), 理论分析与计算机模拟结果都证明了 RRLS 算法基本保持了 RLS 算法的优点, 同时在抗突出值干扰方面, 优于 RLS 算法, 提高了 RLS 算法的稳健性.

**关键词:** 自适应天线; RLS 算法; 稳健估计

**中图分类号:** TN914 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 06-0893-03

## Robust RLS Algorithm for Adaptive Arrays

WU Qi-hui, WANG Jin-long, SHEN Liang, REN Guo-chun

(Institute of Communications Engineering of PLA University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210016, China)

**Abstract:** Anti-jamming communication plays an important role in electronic war. Adaptive arrays have very strong anti-jamming capability. The algorithm is the key of adaptive arrays. This paper applies the estimation method to RLS algorithm and RRLS is proposed. The theoretical analysis and simulation results show that the RRLS keeps the advantage of RLS and is superior to the latter in anti-jamming.

**Key words:** adaptive arrays; RLS algorithm; robust estimator

### 1 引言

抗干扰通信是现代军事通信的重要问题, 而自适应天线是抗干扰通信的重要手段. 自适应天线又称为智能天线, 这种天线系统既具有自动感知干扰源的存在并抑制其影响的能力, 又具有增强期望信号的能力, 且可和各类无线通信技术兼容. 因而比起单纯依靠一种常规手段(如采用扩展频谱技术或采用强定向天线)来, 可获得更强的抗干扰性能. 人们从 90 年代初的海湾战争中得到深刻的启发, 在电子对抗中, 谁赢得了通信的主动权, 便可赢得战争的胜利. 抗干扰通信是电子战的重要组成部分, 国内外对抗干扰通信技术都非常重视<sup>[1]</sup>.

自适应算法是自适应天线的核心<sup>[2]</sup>. 实际中得到广泛应用的自适应算法主要有 LMS(最小均方误差)、RLS(递归最小二乘)等算法<sup>[3,4]</sup>. LMS 算法简单, 运算量小, 但是自适应权矢量收敛速度慢. 在许多实际应用中, 自适应阵的效能, 密切地依赖于它所能达到的收敛速率. 加速收敛和克服收敛速率依赖于特征值分布的一种办法, 是基于递归的 RLS 算法. 这种方法对信号自相关矩阵的特征值散布度不敏感.

但是 RLS 算法是基于最小二乘估计的, 抵抗突出值干扰能力不强, 即具有不稳健性. 本文把应用数学学科研究的热门方法之一“稳健估计(RE)”<sup>[5-8]</sup>应用于 RLS 算法中, 得到稳健的 RLS 算法(RRLS), 理论分析与计算机模拟结果都证明了

RRLS 算法基本保持了 RLS 算法的优点, 同时在抗突出值干扰方面, 优于 RLS 算法, 提高了 RLS 算法的稳健性.

### 2 自适应天线抗干扰原理

自适应阵要解决的基本问题是抗干扰. 抗干扰是指在干扰信号背景下改善某所需信号的接收质量. 而自适应天线实现这一点, 将不完全依赖于调制技术、信源、信道编码技术以及其他固有的传统技术. 从本质上讲是如何自适应地独立调整天线阵各接收单元的复权值, 智能地改变波束形状而得到空域处理增益从而改善最终的接收.

“所需信号”和“干扰信号”指的是特性在某方面不同的两类信号. 正是利用这种差异改进所需信号的接收状况. 如来向、频谱特征等. 自适应天线正是根据所需信号与干扰信号的来向特性的不同进行抗干扰的. 其抗干扰原理是利用方向图的变化, 自动调整波束的零点位置, 使之对准干扰信号到达方向; 并且能同时降低波束的副瓣电平来抑制干扰, 或者保证天线主波束(即有用信号)输出始终处于最佳状态.

在自适应天线信号处理中, 加强所需的信号又抑制干扰信号这双重目标必须妥善解决, 以改善所需信号总的接收性能. 许多情况下, 总接收性能可以用输出信噪比(SNIR)或方向图予以量度.

### 3 稳健的递归最小二乘算法(RRLS)

#### 3.1 稳健估计

一个估计如果对很大一类分布都是很好的(不一定对其中的每个都是最佳估计),例如方差最小,就称它为一个稳健估计.

一般认为稳健估计主要分为三大类:M估计、L估计和R估计.此处以M估计为例进行探讨,说明其含义及渐近无偏性.M估计的定义及渐近无偏性如下:

若  $W_N(n)$  为以下方程的解

$$\min_{W_N(n)} \sum_{i=1}^n [y(i), W_N(n)] = \min_{t} \sum_{i=1}^n [y(i), t] \quad (1)$$

则  $W_N(n)$  称为待估  $N$  维向量参数  $W_0$  的 M 估计量,其中  $W_0$  满足

$$\int (y, W_0) dF(y) = \min_t \int (y, t) dF(y) \quad (2)$$

为参数空间( $N$  维欧氏空间的子集),  $y(i) (i = 1, \dots, n)$  为随机样本(iid)取自未知分布  $F$ ,  $(y, t)$  为定义在  $R \times R^N$  上的实函数( $\cdot$  为闭包).

若假定:

(1)  $\mathcal{Y}$  为非空集,  $(y, t)$  为  $t$  的连续函数,对每一个固定的  $t$ ,  $(y, t)$  为可测函数.

(2) 存在  $C > 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow C} \int (y, t) dF(y) = C$  对  $y \leq C$  一致成立.

(3) 对任一  $C > 0$ , 存在一可测函数  $h_c(y)$  使得

$$\sup_{t \leq C} |(y, t)| - |(y, t)| \leq h_c(y) \text{ 及 } \int h_c(y) dF(y) < \infty$$

则  $W_N(n)$  具有渐近无偏性<sup>[5]</sup>, 即当  $n \rightarrow \infty$  时, 有

$$W_N(n) \rightarrow W_0 \quad (3)$$

#### 3.2 RRLS 算法

实际中干扰噪声  $e(i)$  的分布函数是重尾或常有突出值产生的强干扰时,基于最小二乘(LS)估计量  $W_N(n)$  将偏离真值较大,使系统工作不稳定<sup>[6,7]</sup>.为了解决 RLS 算法<sup>[9]</sup>(chap9.3)在实际应用中存在的不稳健性问题,本节采用广义 M 估计对 RLS 算法进行改进.并证明在给定条件下,改进的 RLS 算法(RRLS 算法)是收敛的,RRLS 算法的稳态误差不大于 RLS 算法的误差,从理论上证明了其抗突出值干扰的能力.

RLS 算法如下<sup>[9]</sup>:

$$k(n) = \frac{P(n-1)U(n)}{1 + U^H(n)P(n-1)U(n)} \quad (4a)$$

$$e(n) = d(n) - W^H(n-1)U(n) \quad (4b)$$

$$W(n) = W(n-1) + k(n)e^*(n) \quad (4c)$$

$$P(n) = P(n-1) - k(n)U^H(n)P(n-1) \quad (4d)$$

改进的具体做法如下:在式(4b)与(4c)之间增加对  $e(n)$  的限制,

$$\text{Re}[e_m(n)] = \begin{cases} \text{Re}[e(n)], & |\text{Re}[e(n)]| < \frac{1}{\sqrt{2}}k \\ \frac{1}{\sqrt{2}}k * \text{sgn}[\text{Re}[e(n)]], & |\text{Re}[e(n)]| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}k \end{cases} \quad (4e)$$

$$\text{Im}[e_m(n)] = \begin{cases} \text{Im}[e(n)], & |\text{Im}[e(n)]| < \frac{1}{\sqrt{2}}k \\ \frac{1}{\sqrt{2}}k * \text{sgn}[\text{Im}[e(n)]], & |\text{Im}[e(n)]| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}k \end{cases} \quad (4f)$$

由这限定可知:  $|e_m(n)| < k$

将  $e_m(n)$  替换式(4c)的  $e(n)$  得到:

$$W(n) = W(n-1) + k(n)e_m^*(n) \quad (4g)$$

这样改进的 RLS 算法就由式(4a)、(4b)、(4e)、(4f)、(4g)、(4d)构成.

对应于最小二乘的  $\|y - t\|^2$  函数不满足 3.1 节中的条件 2~3, 因此需对其进行改进. 以下函数满足条件(2)<sup>[10]</sup>

$\phi(y, t) = \min(\|y - t\|^2, k)$ , 其中  $k$  为一常数,  $\phi$  为欧氏范数. 此时条件(2)中的  $\int \phi(y, t) dF(y) = k$ .

若  $y, t \in C$ , 则  $\phi(y, t) = \min[\|y - t\|^2, k]$ . 根据此函数对 RLS 算法进行改进得到式(4e)~(4g).

令可测函数  $h_c(y) = k$ , 则对任一  $C > 0$ ,  $\sup_{t \leq C} \phi(y, t) \leq k$  及  $\int k dF(y) = k < \infty$ , 满足条件(3). 由此可见,改进的 RLS 算法满足 3 个条件, 则对几乎所有样本

$$\int \phi(y, W(n)) dF(y) \rightarrow \int \phi(y, W_0) dF(y) \quad (5)$$

通过以上分析可知,改进算法后,当  $n \rightarrow \infty$  时,  $W(n)$  几乎处处收敛于  $W_0$ .

精确地求解出 M 估计量的方差不是很容易的事,为此,以下进行近似求解.最小二乘  $W(n)$  的协方差为<sup>[9]</sup>

$$\text{COV}[W(n), W(n)] = R^{-1}$$

$$R = E[|e(n)|^2] = \int_0^k |e(i)|^2 dF[|e(i)|]$$

最小二乘 M 估计量  $W(n)$  的协方差为

$$\text{COV}[W(n), W(n)] = \frac{1}{m} R^{-1}$$

$$R_m = E[|e_m(n)|^2] = \int_0^k |e(i)|^2 dF[|e(i)|] + k^2 \int_{|e(i)| \geq k} dF[|e(i)|]$$

因为  $R_m \leq R$ , 所以 RRLS 算法估计的方差不大于 RLS 算法估计的方差. RRLS 算法基本保持了采用 RLS 算法的快速跟踪的性能,又同时具有强的抗大噪声和强的抗突出值干扰的能力. RRLS 算法计算量与 RLS 相比,每次迭代仅增加了 4 次比较运算,而算法精度及信号延迟均相同.

### 4 计算机模拟结果及性能比较

图 1、图 2 是在以下条件仿真得到的. (1) 信号(0 度入射)信噪比为 10 分贝; (2) 干扰(30 度入射)干噪比为 30 分贝; (3) 突发性强干扰(0 度入射)干噪比为 60 分贝; (4) 阵元个数  $M = 10$ , 阵元间距  $d = 0.5$ .

通过图 1 可以看出, RRLS 算法具有与 RLS 算法相同的收敛速度; 通过图 2 可以看出, 在强干扰情况下, RRLS 算法优于 RLS 算法, 不会发散.

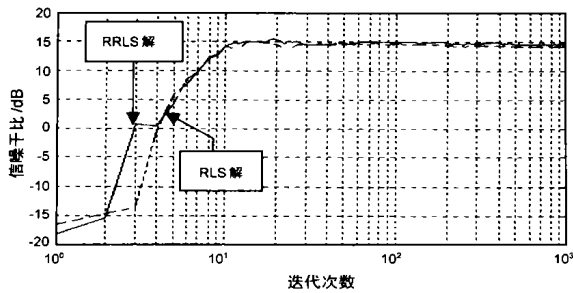


图 1 输出信噪比图

曲线表示使用不同算法的输出信噪比随快拍数的收敛情况

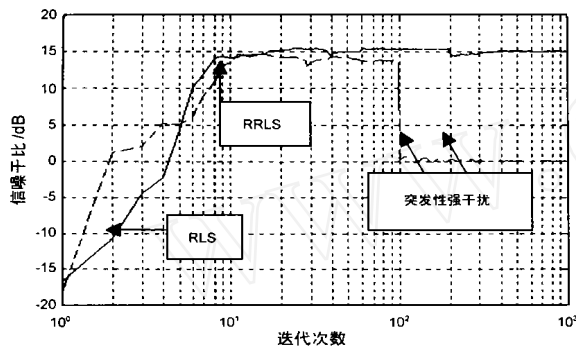


图 2 有突发性强干扰情况下, RRLS 与 RLS 算法的输出信噪比图

在迭代次数为 100 与 200 的地方加入干噪比为 60 分贝的突发性干扰

## 5 结论

自适应天线在通信抗干扰中, 有重要的作用. 本文把应用数学学科研究的热门方法之一“稳健估计 (RE)”应用于 RLS 算法中, 得到稳健的 RLS 算法 (RRLS). 理论分析与计算机模拟显示 RRLS 算法具有 RLS 算法相同的收敛速度, 而在抗突出值干扰上其性能远远优于 RLS 算法.

## 参考文献:

- [ 1 ] 葛利嘉. 智能天线及其在军用软件无线电中的应用 [J]. 军事通信技术, 1995, 18(2): 1 - 16.

- [ 2 ] Robert A Monzingo, Tomas W Miller. Introduction Adaptive Arrays [M]. New York: A Wiley-Interscience Publication, 1980.
- [ 3 ] I S Reed, J D Mallett, L E Brennan. Rapid convergence rate in adaptive arrays [J]. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 1954, AES-10(6): 853 - 856.
- [ 4 ] T W Miller. The transient response of adaptive arrays in TDMA system [D]. USA: The Ohio State University, 1956.
- [ 5 ] 吴耀华. 线性模型中 M 估计的渐近性质 [J]. 应用数学学报, 1994, 5(3): 401 - 410.
- [ 6 ] D Slock, T Kailath. Numerically stable fast transversal filters for recursive least squares adaptive filtering [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1991, 39(1): 92 - 113.
- [ 7 ] M Montazeri, P Duhamel. A set of algorithms linking NLMS and RLS algorithms [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1995, 43(2): 444 - 453.
- [ 8 ] 邵军. M 估计量的收敛性 [J]. 应用数学学报, 1991, 10(4): 533 - 538.
- [ 9 ] Simon Haykin. Adaptive Filter Theory [M]. New York: Prentice Hall, 1998.
- [ 10 ] Serfling R J. Approximation Theorems of Mathematical Statistics [M]. New York: Wiley, 1980.

## 作者简介:



吴启晖 男, 1970 年 12 月生于安徽省歙县, 1994、1997 年、2000 年在解放军通信工程学院分获工学学士、硕士、博士学位, 现留校任教, 曾获军队科技进步一等奖一项, 主要从事短波通信、数字信号处理、移动通信、软件无线电等方面的研究工作.



王金龙 男, 1963 年 3 月生于河北省海兴县, 1992 年在通信工程学院获博士学位, 现为该院无线通信系教授、博士生导师, 曾获军队科技进步一等奖二项, 二等奖一项, 三等奖三项, 主要研究方向为短波通信、数字通信、数字信号处理、移动通信、软件无线电等.