

# 一种网格空时码优化的新方法

李 颖, 王新梅

(西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: 我们研究表明: 在达最大分集增益前提下, 网格空时码的性能不仅与差矩阵的最小行列式值有关, 而且还与该最小值的出现概率有关. 本文在此基础上, 提出一种基于距离谱的网格空时码优化算法, 并给出了一些性能更好的网格空时码编码方案. 仿真结果显示, 本文给出的网格空时码比采用穷搜索算法得到的有 0.3~1dB 的增益.

关键词: 网格空时码; 距离谱; 编码增益

中图分类号: TN911.22 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2002) 10-1530-03

## A New Approach for the Optimization of Space Time Trellis Codes

LI Ying, WANG Xiumei

(The national key lab. of ISDN, Xidian university, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: Research results imply that the performance of space time trellis codes achieving the maximum diversity mainly depends on minimum determinant among all possible differential signal matrix, as well as the appearance probability of this value. An optimization algorithm of STTC(Space Time Trellis Cods) is proposed in this paper, and some better performance codes are introduced. As the simulation results show, 0.3~1dB is improved on those proposed by exhaustive search.

Key words: space time trellis codes; distance spectrum; coding gain

### 1 引言

网格空时码(STTC: Space Time Trellis Codes)<sup>[1,2]</sup>是较早提出的一类空时编码技术, 适用于多种无线信道环境<sup>[2]</sup>. STTC把编码和调制结合起来, 能够达到编译码复杂度、性能和频带利用率之间的最佳折中, 是一种最佳码<sup>[1]</sup>. 若采用信号点为 $2^b$ 的星座图, 在保证最大分集增益前提下, STTC的最大频带利用率为 $b$ 比特/秒/Hz, 这是传统编码方式无法达到的.

STTC的一般优化原则是在保证最大分集增益前提下, 最大化其编码增益<sup>[1]</sup>. 目前, 对编码增益的优化基本均依据行列式准则<sup>[1]</sup>, 即对所有可能的错误事件, 最大化对应矩阵 $B^H(C, E)B(C, E)$ <sup>[2]</sup>的最小行列式值. 文[3]采用穷搜索得到了一些性能较好的STTC编码方案. 我们研究发现, 在达最大分集增益前提下, STTC的性能不仅与 $B^H(C, E)B(C, E)$ 的最小行列式值有关, 还与该值的出现概率, 即“重量”<sup>[4]</sup>有关. 本文在此基础上, 给出一种基于距离谱的STTC编码增益设计准则, 然后利用该准则及满秩错误事件行列式值的特性, 提出一种简化搜索方法, 并得到一些性能更佳的STTC编码方案.

### 2 STTC一般设计准则

为便于讨论, 先给出一些简单定义.

定义1(长为 $l$ 的错误事件) 设码矩阵 $C$ 对应于状态转移图中的一条路径 $a$ ,  $E$ 对应另一条路径 $b$ , 如果路径 $b$ 在某一时刻 $k$ 与 $a$ 分离, 在时刻 $k+l$ 与 $a$ 重合, 则称 $(a, b)$ 为一长为 $l$ 的错误事件.

由此可以看出, 码矩阵对 $(C, E)$ 构成的集合和所有错误事件构成的集合一一对应, 下面的讨论将对它们不加区分.

定义2(差矩阵) 设 $(a, b)$ 为一长为 $l$ 的错误事件, 路径 $a$ 对应码矩阵为 $C$ , 路径 $b$ 对应码矩阵为 $E$ , 则它们对应的矩

阵 $B(C, E)^{[2]}$ 为:

$$B(C, E) = \begin{pmatrix} c_1^1 - e_1^1 & c_1^2 - e_1^2 & \dots & c_1^n - e_1^n \\ c_2^1 - e_2^1 & c_2^2 - e_2^2 & \dots & c_2^n - e_2^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_l^1 - e_l^1 & c_l^2 - e_l^2 & \dots & c_l^n - e_l^n \end{pmatrix} \quad (1)$$

$R$ 为 $B(C, E)$ 的秩;  $c_k^i$ 为第 $i$ 根天线在 $k$ 时刻发送的信号.

定义3(码增益矩阵) 称 $\Lambda(C, E) = B^H(C, E)B(C, E)$ 为码矩阵 $C$ 和 $E$ 对应的码增益矩阵.  $\Lambda(C, E)$ 为码增益矩阵 $\Lambda(c, e)$ 非零特征值的乘积, 所有可能的 $\Lambda(C, E)$ 构成集合 $\{\Lambda(C, E)\}$ .

STTC在平坦慢衰落信道下的性能主要由差矩阵 $B(C, E)$ 的秩 $R$ 和集合 $\{\Lambda(C, E)\}$ 中的最小值 $\min\{\Lambda(C, E)\}$ 决定<sup>[2]</sup>. 其中,  $R$ 决定STTC性能曲线的斜率,  $\min\{\Lambda(C, E)\}$ 决定性能曲线在坐标轴中的位置. 因此, STTC在平坦慢衰落信道下的设计准则为<sup>[1]</sup>:

◎ 秩准则 为达到系统所能提供的最大分集增益 $mn$ , 任意一对码矩阵 $C, E$ 对应差矩阵必须满秩, 其中,  $n$ 为发送天线数,  $m$ 为接收天线数;

◎ 行列式准则 为获得最佳的编码增益, 应最大化 $\min\{\Lambda(C, E)\}$ .

由于分集增益对STTC性能的影响相对要比编码增益大, 因此在优化STTC时, 一般要先保证最大分集增益, 然后再优化编码增益.

### 3 基于距离谱的STTC设计准则

#### 3.1 基于距离谱设计准则的导出

一般情况下, 人们认为当 $\min\{\Lambda(C, E)\}$ 值较小时会使

STTC 产生较大的成对错误概率,并最终导致码的总体性能较差。但我们研究发现,在 STTC 的  $\min\{\Lambda(C, E)\}$  值较小时,如果该最小值的出现概率较低,那么它对码总体性能的影响就会相对较小。因此,在衡量 STTC 的性能时,不仅要考虑  $\min\{\Lambda(C, E)\}$  的大小,还要考虑它出现的概率。这里,我们把  $\min\{\Lambda(C, E)\}$  出现的概率定义为对应错误事件的“重量”,从距离谱的角度研究 STTC 的优化。

若 STTC 能获得最大分集增益,则接收端将发送码矩阵  $C$  错判为  $E$  时,其成对错误概率上限为<sup>[1]</sup>:

$$P(C \rightarrow E) \leq \frac{1}{\Lambda(C, E)^m (E_b/4N_0)^{mn}} \quad (2)$$

其中:  $\Lambda(C, E)$ , 是码增益矩阵  $A(C, E)$  非零特征值的乘积;  $n$  为发送天线数;  $m$  为接收天线数;  $E_b$  为每个比特的能量,复高斯噪声每维的方差为  $N_0/2$ 。根据联合界的概念,在能够获得最大分集增益前提下,STTC 的误帧率可近似为<sup>[4]</sup>:

$$P_f(E) \leq \sum_C \sum_E P(C \rightarrow E) P(C) \quad (3)$$

下面,利用式(2)和 STTC 状态转移图的特点,推导误帧率表示式。设 STTC 编码器的状态数为  $2^v$ , 采用的调制阶数为  $2^k$ 。从状态转移图中某一时刻  $t$  出发,所有可能长度的错误事件构成的集合记为  $\Gamma(t)$ , 长为  $l$  的所有可能错误事件构成的集合记为  $\Psi(l, t)$ , 则  $\Psi(l, t)$  中包含  $2^v(2^k)^l$  个元素。

由式(2)可以看出:对于能够获得最大分集增益的 STTC, 其成对错误概率  $P(C \rightarrow E)$  主要与错误事件  $(C, E)$  对应行列式值有关,因此我们按照行列式值的不同将集合  $\Psi(l, t)$  划分成  $Q$  个互不相交的子集合  $\Psi(l, t, \Lambda(q))$ , 每个子集合包含的元素个数记为  $N(l, q)$ ,  $Q$  为  $\Psi(l, t)$  中错误事件对应的所有可能行列式值的个数,  $\Lambda(q)$  为第  $q$  个行列式值。则根据全概率公式,由集合  $\Psi(l, t)$  引起误帧的概率为:

$$\sum_q \frac{N(l, q)}{2^v(2^k)^l (\Lambda(q))^m (E_b/4N_0)^{mn}} \quad (4)$$

因此,集合  $\Gamma(t)$  引起误帧的概率为:

$$\sum_l \sum_q \frac{N(l, q)}{2^v(2^k)^l (\Lambda(q))^m (E_b/4N_0)^{mn}} \quad (5)$$

所以,STTC 的误帧率为:

$$P_f \leq \sum_l \sum_q \frac{(N_f - l)N(l, q)}{2^v(2^k)^l (\Lambda(q))^m (E_b/4N_0)^{mn}} \quad (6)$$

其中,  $N_f$  为帧长。当  $N_f$  很大时,可以忽略由于加归零尾比特的影响,误帧率又可表示为:

$$P_f \leq \sum_l \sum_q \frac{N_f N(l, q)}{2^v(2^k)^l (\Lambda(q))^m (E_b/4N_0)^{mn}} \quad (7)$$

令  $A(q) = \frac{1}{2^v} \sum_l \frac{1}{(2^k)^l} N(l, q)$ ,  $\tilde{A}(q) = N_f A(q)$ ,  $\gamma_b = E_b/4N_0$ , 则式(7)可简化为:

$$P_f \leq \sum_q \tilde{A}(q) \frac{1}{\gamma_b^{mn} \Lambda(q)^m} = \frac{1}{\gamma_b^{mn}} \sum_q \tilde{A}(q) \frac{1}{\Lambda(q)^m} \quad (8)$$

令  $S_m = \sum_q \tilde{A}(q) \frac{1}{\Lambda(q)^m}$ , 则式(8)可写为:

$$P_f \approx \frac{N_f}{\gamma_b^{mn}} S_m \quad (9)$$

其中,  $N_f$  是帧长,  $\gamma_b$  是信噪比。

由式(9)可以看出:在帧长和信噪比一定的前提下,STTC 的误帧率将主要由  $S_m$  决定,  $S_m$  越小, STTC 的性能越好。由此,我们给出 STTC 基于距离谱的编码增益设计准则。

码增益准则 为保证 STTC 有最佳的编码增益,应最小化  $S_m$ 。

### 3.2 一种近似搜索算法

利用 3.1 节给出的码增益准则,统计出集合  $\Gamma(t)$  中每个可能行列式值的重量,按码增益准则筛选即可搜索出性能较好的编码方式。但由于长错误事件的出现概率较低,对应的行列式值较大,对误帧率影响相对较小,因此没有必要统计出所有可能错误事件对应行列式值的概率分布。我们从行列式值的统计和错误事件长度的限定两个方面出发,给出一种近似搜索方法。

3.2.1 行列式值统计 由式(8)知,  $S_m$  的值与错误事件对应的行列式值  $\Lambda(q)$  成反比关系,  $\Lambda(q)$  值越大,对  $S_m$  的影响越小。因此,只考虑最小的几个行列式值就可以较准确地估计 STTC 的性能,这里选  $T=3$ 。

定义  $S_m(T) = \sum_{i=1}^T \frac{A(i)}{(\Lambda(i))^m}$ , 则由式(8)得:

$$P_f \approx \frac{N_f}{\gamma_b^{mn}} S_m(T) \quad (10)$$

根据式(10),STTC 的码增益准则可改写为:为保证 STTC 有最佳的编码增益,应最小化  $S_m(T)$ 。

在确定需要统计的最小行列式值的个数后,下面需要解决的问题是还有无必要统计所有可能长度的错误事件对应行列式值,即错误事件长度的选择问题。

3.2.2 错误事件长度的选择 根据文[4]的讨论,任意一对错误事件均具有以下两个性质:

性质 1 设  $(a, b)$  为一长为  $l$  的错误事件 ( $l \geq L_t$ ), 把  $a$  中从  $t=0$  时刻到  $t=k+L_t$  时刻对应的路径记为  $a'$ ,  $b$  中从  $t=0$  时刻到  $t=k+L_t$  时刻对应的路径记为  $b'$ , 若它们对应差矩阵  $B(C', E')$  能达到最大分集,继续延伸路径  $a'b'$  得到两条新路径  $a''b''$ , 则它们对应的差矩阵  $B(C'', E'')$  仍然能达最大分集,从而  $(a, b)$  对应的差矩阵  $B(C, E)$  能达最大分集;

性质 2 设  $(a, b)$  为一长为  $l$  的错误事件 ( $l \geq L_t$ ), 把  $a$  中从  $t=0$  时刻到  $t=k+L_t$  时刻对应的路径记为  $a'$ ,  $a$  中从  $t=0$  时刻到  $t=k+L_t$  时刻对应的路径记为  $b'$ , 它们对应码增益矩阵记为  $A(C', E')$ 。如果继续延伸路径  $a'b'$  得到两条新路径  $a''b''$ , 它们对应的码增益矩阵记为  $A(C'', E'')$ , 则有  $\Lambda(C', E') \leq \Lambda(C'', E'')$ , 从而有  $\Lambda(C', E') \leq \Lambda(C, E)$ 。

根据上述两条性质,可以只统计有限长度的错误事件。这是因为:设一长为  $l$  的错误事件  $(a, b)$ , 从中选取一段构成错误事件  $(a', b')$ , 若  $(a', b')$  对应码增益矩阵的行列式值大于目前已经记录下的  $T$  个行列式值中的最大值  $N_{max}$ , 由性质 2 知,整个错误事件  $(a, b)$  对应码增益矩阵的行列式值肯定大于  $N_{max}$ , 因此该错误事件不必记入统计范围。本文选择  $l = l_{\min} + 2l_{\min}$  是最短错误事件长度。

### 4 仿真结果与分析

采用上述方法, 分别对 4PSK-STTC 和 16QAM-STTC 进行优化. 表 1 给出了优化后的 4PSK STTC 的生成矩阵, 本文关于生成矩阵的概念直接引用文[3] 定义. 表 2 比较了 4 状态 STTC 在优化前后的性能参数.

表 1 优化后的基于 4PSK 调制 STTC 生成矩阵

调制方式	序号	状态数	生成矩阵
4PSK	1	4	$G = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}^T$
	2	16	$G = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}^T$

表 2 基于 PSK 调制空时码参数比较

	状态数	$\Lambda(1)$	$A(1)$	$\Lambda(2)$	$A(2)$	$\Lambda(3)$	$A(3)$	$S_2(3)$
文[1]	4	4	2	12	4	16	1	0.157
文[3]	4	8	3	12	1.63	16	0.78	0.061
Code1	4	8	1.48	12	2.12	16	1	0.042

由表 2 可以看出, 虽然优化后 STTC 的编码增益并不比穷搜索得到的结果好, 但由于它对应的重量  $A(1) = 1.484 < 3$ , 使参数  $S_2(3)$  相对较小. 所以, 当接收端有两根接收天线时, 本文给出码字的性能要好于文[3] 中给出的码字.

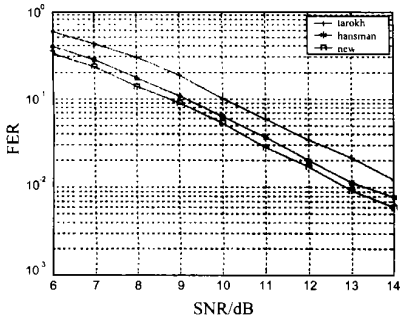


图 1 基于 4PSK 调制 4 状态 STTC 在优化前后性能比较

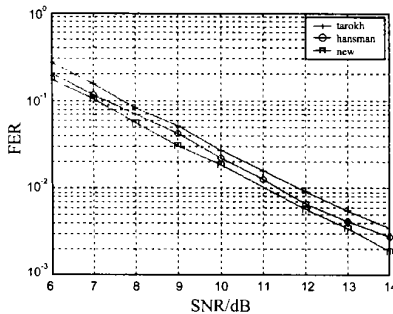


图 2 基于 4PSK 调制 16 状态 STTC 在优化前后性能比较

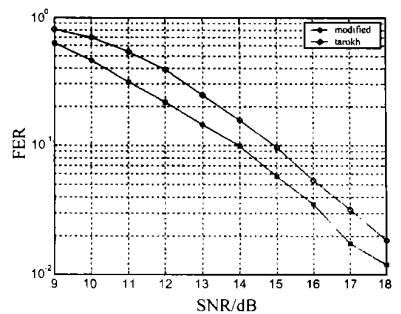


图 3 基于 16QAM 调制的 STTC 优化前后的性能比较

图 1、2 分别比较了状态数为 4、16 的各种 STTC 编码方式的性能. 由图可看出: 在平坦慢衰落信道下, 本文给出的 STTC 编码方案比文[1] 的有大约 1dB 左右的增益, 比文[3] 的有大约 0.3dB 左右的增益.

表 3 给出了优化后的基于 16QAM 调制的 STTC 生成矩阵, 表 4 比较了优化前后两个码字的性能参数. 由表 4 可以看出: 优化后 STTC 的编码增益仅为 0.64, 远小于文[1] 中给出的, 但由于它对应的重量  $A(1) = 0.1406 < 1.625$ , 使参数  $S_2(3)$  相对较小, 因此, 本文给出的码字的性能要好于文[1]. 仿真结果表明: 在平坦慢衰落信道下, 收发两端都有两根天线时, 优化后的码字比优化前有大约 1dB 的增益.

图 3 给出了 16QAM 调制的 STTC 优化前后的性能比较.

表 3 优化后的基于 16QAM 调制 STTC 生成矩阵

调制方式	序号	状态数	生成矩阵
16QAM	3	16	$G_1 = (2 \oplus_4 2x \ 1) \oplus_{4j} (x \ 2 \oplus_4 2x)$ $G_2 = (1 \ 3x) \oplus_{4j} (1 \ 2x)$

表 4 基于 16QAM 调制空时码参数比较

	$\Lambda(1)$	$A(1)$	$\Lambda(2)$	$A(2)$	$\Lambda(3)$	$A(3)$	$S_2(3)$
文[1]	2.53	1.63	3.2	4	6.96	10.5	0.86
Code4	0.64	0.14	3.2	0.33	3.95	1.007	0.45

### 5 结论

本文给出了一种基于距离谱的网格空时码优化算法, 并利用满秩错误事件行列式值不减的特性, 对搜索算法进行了简化, 得到了一些性能更佳的 STTC 编码方案. 本文给出的算法不仅在复杂度方面低于穷搜索算法, 而且得到的码字比采用穷搜索算法给出的有 0.3-1dB 增益.

#### 参考文献:

[ 1 ] V Tarokh, N Seshadri, A R Calderbank. Space time codes for high data Rate wireless communication: performance criterion and codes construction [J]. IEEE Trans IT, 1998, 44(2): 744- 765.  
[ 2 ] V Tarokh, H Jafarkhani, A R Calderbank. Space time codes for high data rate wireless communication: performance criterion in the presence of channel estimation, errors, mobility, and multiple paths [J]. IEEE Trans. on com, 1999, 47(2): 199- 207.

[ 3 ] S Baro, G Bauch A Hansman. Improved codes for space time trellis coded modulation [J]. IEEE Trans. Com. Letters, 2000, 4(1): 20- 22.  
[ 4 ] D Aktas, M P Fitz. Computing the distance spectrum of space time trellis codes [A], Proc. of WCNC 2000[C]. Chicago: IEEE, 2000.

#### 作者简介:



李 颖 女, 1973 年 10 月生于山东省菏泽县, 1995 年毕业于西安电子科技大学通信工程学院, 1998 年在西安电子科技大学攻读硕士学位, 并于 2000 年 3 月开始攻读博士学位, 主要研究方向: 信息论和信道编码技术等.