

# 径向振动压电变压器的等效电路模型及特性研究

黄以华<sup>1</sup>,周康源<sup>2</sup>,施俊<sup>2</sup>,顾宇<sup>2</sup>

(1. 中山大学电子与通信工程系,广东广州 510275;2. 中国科学技术大学电子工程与信息科学系,安徽合肥 230027)

**摘 要:** 本文使用线性压电方程并结合相关的弹性理论对目前国际上刚刚出现的径向振动压电变压器进行了分析和研究,导出了该压电变压器的等效电路模型,并根据电路模型得出径向振动压电变压器的输入阻抗、输出阻抗、升压比、输出功率及效率等特性的数学表达式.文中通过实验对上述特性加以验证,实验结果与理论计算值基本一致,说明本文给出的径向振动压电变压器等效电路模型及其各种特性的数学表达式是正确的.

**关键词:** 压电变压器;径向振动;等效电路

**中图分类号:** TN384 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 11-1585-04

## The Equivalent Circuit Model and Characteristic of Radial Vibration Mode Piezoelectric Transformer

HUANG Yi-hua<sup>1</sup>,ZHOU Kang-yuan<sup>2</sup>,SHI Jun<sup>2</sup>,GU Yu<sup>2</sup>

(1. Department of Electronic and Communication, Zhongshan University, Guangzhou, Guangdong 510275, China;

2. Department of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230027, China)

**Abstract:** A new kind of piezoelectric transformer, radial vibration mode piezoelectric transformer, is investigated through linear piezoelectric equations combined with the theory of elasticity, and its equivalent circuit model is deduced. According to the model, the mathematical expressions of the input impedance, output impedance, voltage gain, output power and efficiency of radial vibration mode piezoelectric transformer are concluded. These expressions are verified by the experiment results.

**Key words:** piezoelectric transformer; radial vibration; equivalent circuit

### 1 引言

压电变压器从本质上讲,是将两个压电振子有机地接合在一起而形成的一种功率电子器件,其中一个振子作为输入部分,另一个振子作为输出部分,输入部分在外加交变电场的作用下通过逆压电效应产生振动,将电能转化为机械能,输出部分则感受这种振动,通过正压电效应将机械能转换为电能(压)输出.从电学的角度来看,由于在能量的转换和传递过程中,输入部分和输出部分的阻抗不同,所以压电变压器输出端的电压一般情况下不等于输入端的电压,由此起到了变压器的作用,即电压变换和阻抗变换的作用.同传统的电磁式变压器相比,压电变压器有许多优点:(a)功率密度大,易于小型化;(b)无电磁噪声;(c)无绕阻,不会燃烧(因为是陶瓷材料);(d)结构非常简单,成本低廉,易于批量生产.由于上述优点的存在,这种器件在过去的数十年里,特别是在最近的十几年来得到了迅速的发展和运用. GE、MOTOROLA、PHILIPS、SIEMENCE、Tokin 等世界著名的大公司都对此类器件进行了研发,并有成熟的产品.特别值得一提的是日本京都技术研究所开发的第三代手机的背光源所用的压电变压器连同控制 IC 在内仅重 1.78g.

目前世界上主要有两种发展比较成熟的压电变压器:Rosen 型<sup>[1]</sup>,厚度振动型<sup>[2,3]</sup>.前者的特点是电压增益非常高,特别适合于驱动高电压小功率器件,比如驱动 CFL (cold cathode fluorescent lamps),可为手机、笔记本电脑的 LCD 显示器提供背光源.后者的特点是功率较大、工作频率很高,能够降低电压,多用于高频开关电源中.

本文所要研究的径向振动压电变压器则是处于发展中的一种新型压电变压器,其结构如图 1 所示.这种压电变压器突出的优点是能以很小的尺寸实现低频和大功率,可用在电子整流器、适配器及 DC-DC 变换器中.这种压电变压器的器件已由美国 Transoner 公司制作出来,但是有许多理论问题尚待解决:该器件的等效电路模型及等效参数尚不清楚;该压电变压器的各种特性与压电材料特性参数之间的关系,与压电变压器结构尺寸之间的关系也不明确.由于这些问题对于制定该压电变压器合理的设计方案,对该器件性能的改进和提高,对该压电变压器在实际电路中的应用都具有重要意义,所以本文力图解决上述问题.

### 2 径向振动压电变压器的结构及等效电路模型

径向振动压电变压器的输入部分如图 2 所示.陶瓷圆片

收稿日期:2001-12-12;修回日期:2002-02-05

基金项目:国家自然科学基金(No. 59877023)

的上下表面被覆银电极. 设圆片的直径  $\phi = 2a$ , 厚度为  $t_1$ , 且  $\phi \gg t_1$ , 极化方向  $P$  和外加电场方向均与  $z$  轴平行. 采用  $r, \theta, z$  柱坐标系. 在后续的分析中做如下假设: 因为圆片主要做径向伸缩振动, 所以不计剪切力及形变, 则剪切应力  $T_{rz}, T_r, T_{\theta z}$ , 剪切应变  $S_{rz}, S_z$  为零; 忽略电场的边界效应, 则  $r$  方向的电场和电位移  $E_1, D_1$  为零,  $z$  方向的电场和电位移  $E_2, D_2$  也为零, 且有  $\partial D_3 / \partial z = 0, \partial E_3 / \partial r = 0$ .

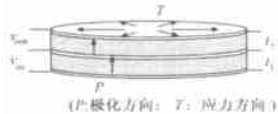


图1 径向振动压电变压器的结构

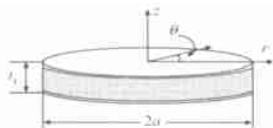


图2 径向振动压电变压器的输入部分

在轴对称的情况下, 对圆片可列出压电方程为<sup>[4]</sup>:

$$S_{rr} = s_{11}^E T_{rr} + s_{12}^E T_{\theta\theta} + d_{31} E_3 \quad (1)$$

$$S_{\theta\theta} = s_{12}^E T_{rr} + s_{11}^E T_{\theta\theta} + d_{31} E_3 \quad (2)$$

$$D_3 = d_{31} (T_{rr} + T_{\theta\theta}) + \epsilon_{33}^E E_3 \quad (3)$$

上述式(1)~(3)中,  $S_{rr}$  和  $S_{\theta\theta}$  分别为  $r$  方向和  $\theta$  方向的应变;  $T_{rr}$  和  $T_{\theta\theta}$  分别为  $r$  方向和  $\theta$  方向的应力;  $D_3$  和  $E_3$  分别为  $z$  方向的电位移和电场强度;  $s_{11}^E$  和  $s_{12}^E$  为压电材料的短路柔顺常数;  $d_{31}$  为压电应变常数;  $\epsilon_{33}^E$  为自由介电常数.

输入部分的运动方程为:

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} = \frac{\partial T_{rr}}{\partial r} + \frac{T_{rr} - T_{\theta\theta}}{r} \quad (4)$$

其中,  $\rho$  为压电材料的密度,  $u_r$  为输入部分在  $r$  方向上的质点振动位移.

从弹性力学的理论知

$$S_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}; \quad S_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} \quad (5)$$

对于简谐振动有

$$u_r = u_0 e^{j\omega t} \quad (6)$$

其中,  $u_0$  代表质点的振动幅度;  $\omega$  为振动的角频率. 由式(1)~(6)可得:

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_0}{\partial r} - \frac{u_0}{r^2} + k^2 u_0 = 0 \quad (7)$$

此方程的解为:

$$u_0 = A J_1(kr) + B Y_1(kr) \quad (8)$$

在上式中,  $J_1(kr)$  及  $Y_1(kr)$  为第一和第二类一阶贝塞尔函数;  $k$  为波数,  $k = \omega / c_r$ ;  $c_r$  为声波沿径向传播的相速度,  $c_r = 1 / \sqrt{s_{11}^E (1 - \nu^2)}$ ,  $\nu$  为压电材料的泊松比.

利用边界条件

$$\begin{cases} u_0|_{r=0} = 0 \\ T_{r\theta}|_{r=a} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

可得

$$A = \frac{d_{31} (1 + \nu) E_3}{kJ_0(ka) - \frac{1-\nu}{a} J_1(ka)}, \quad B = 0 \quad (10)$$

上式中,  $J_0(kr)$  为第一类零阶贝塞尔函数. 根据式(1)、(2)、

(3)、(5)、(6)、(8)、(10) 可得:

$$D_3 = \left\{ \begin{aligned} & \epsilon_{33}^E - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E (1 - \nu^2)} \left[ 2 - \frac{(1 + \nu) k J_0(kr)}{kJ_0(ka) - \frac{1-\nu}{a} J_1(ka)} \right] \end{aligned} \right\} E_3 \quad (11)$$

流过输入电极的电流为

$$i = j \omega Q = j \int_0^a D_3 r dr \quad (12)$$

将式(11)代入上式得

$$i = j \omega a^2 \epsilon_{33}^E \left\{ \begin{aligned} & 1 - \frac{2}{(1 - \nu^2)} \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E \epsilon_{33}^E} \left[ 1 - \frac{(1 + \nu) J_1(ka)}{ka J_0(ka) - (1 - \nu) J_1(ka)} \right] \end{aligned} \right\} E_3$$

$$= j \omega \frac{a^2 \epsilon_{33}^E}{t_1} \left[ 1 - \frac{2 d_{31}^2}{(1 - \nu^2) s_{11}^E \epsilon_{33}^E} \right] v_{in} + \frac{(1 + \nu) 2 a^2 d_{31}^2}{(1 - \nu^2) s_{11}^E t_1} v_{in}$$

$$\left[ \frac{j J_1(ka)}{ka J_0(ka) - (1 - \nu) J_1(ka)} \right] v_{in} \quad (13)$$

$$\text{令 } C_{d1} = \frac{a^2 \epsilon_{33}^E}{t_1} \left[ 1 - \frac{2 d_{31}^2}{(1 - \nu^2) s_{11}^E \epsilon_{33}^E} \right] \quad (14)$$

$$Z_{m1} = \left[ \frac{j J_1(ka)}{ka J_0(ka) - (1 - \nu) J_1(ka)} \right]^{-1} \quad (15)$$

$$N_1^2 = \frac{(1 + \nu) 2 a^2 d_{31}^2}{(1 - \nu^2) s_{11}^E t_1} \quad (16)$$

$$\text{则 } i = j \omega C_{d1} v_{in} + N_1^2 \frac{v_{in}}{Z_{m1}} \quad (17)$$

根据上式可画出压电变压器输入部分的分布参数等效电路图.

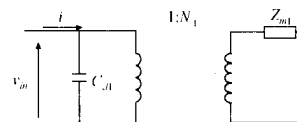


图3 压电变压器输入部分的分布参数等效电路

式(15)可化为

$$z_{m1} = \frac{a}{j c_r} \frac{J_0(ka)}{J_1(ka)} - \frac{1-\nu}{j} \frac{1}{2} \quad (18)$$

将上式在  $\omega = \omega_s = 2 f_s = \frac{c_r}{a}$  附近展开, 则

$$Z_{m1} = \frac{a}{j c_r} \left[ f(\omega_s) - \frac{a}{c_r} \left[ 1 + \frac{J_0^2(ka) - J_0(ka) J_2(ka)}{2 J_1^2(ka)} \right] \right]_{k = \omega_s / c_r}$$

$$- \frac{1-\nu}{j} \left[ \frac{1}{s} - \frac{1}{s} \right] \quad (19)$$

$$\text{记 } f(\omega_s) = \left[ 1 + \frac{J_0^2(ka) - J_0(ka) J_2(ka)}{2 J_1^2(ka)} \right]_{k = \omega_s / c_r}$$

$$\text{则 } Z_{m1} = - \frac{a}{j c_r} f(\omega_s) - \frac{1-\nu}{j} \frac{1}{s} \quad (20)$$

而  $LC$  串联电路的阻抗  $Z$  在串联谐振角频率  $\omega_s = 1 / \sqrt{LC}$  附近展开得

$$Z = j \left[ L - \frac{1}{\omega^2 C} \right] = \frac{2j}{\omega^2 C} + \dots \quad (21)$$

$$\text{对比式(20)、(21)可得 } C_{m1} = \frac{8}{2 - 4(1 - \nu)} \quad (22)$$

$$\text{则 } L_{m1} = \frac{s_{11}^E (1 - \nu^2)}{2} \left[ a^2 \left( \frac{1}{2} - 4 a^2 (1 - \nu) \right) \right] \quad (23)$$

$$R_{m1} = \frac{a[l^2 - 4(1 - )]}{4 Q_m} \sqrt{s_{11}^E (1 - ^2)} \quad (24)$$

根据类似的过程可以推出输出部分的等效集中参数为

$$C_{d2} = \frac{a^2 \frac{T}{33} \left[ 1 - \frac{2 d_{31}^2}{(1 - ) s_{11}^E \frac{T}{33}} \right]}{t_2} \quad (25)$$

$$Z_{m2} = \left[ \frac{j J_1(ka)}{ka J_0(ka) - (1 - ) J_1(ka)} \right]^{-1} \quad (26)$$

$$N_2^2 = \frac{(1 + ) 2 a^2 d_{31}^2}{(1 - ) s_{11}^E t_2} \quad (27)$$

$$C_{m2} = \frac{8}{2 - 4(1 - )} \quad (28)$$

$$L_{m2} = \frac{s_{11}^E (1 - ^2)}{2^2} [ a^2 - 4 a^2 (1 - ) ] \quad (29)$$

$$R_{m2} = \frac{a[l^2 - 4(1 - )]}{4 Q_m} \sqrt{s_{11}^E (1 - ^2)} \quad (30)$$

由此我们可画出径向振动压电变压器的等效电路

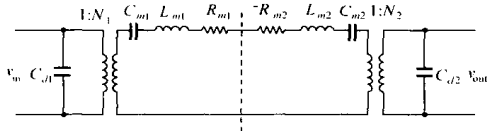


图 4 径向振动压电变压器集总参数等效电路

图 4 中的各元件可通过式 (31)、(32)、(33) 合并后得到图 5.

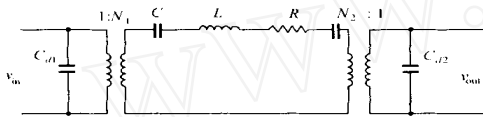


图 5 合并后的径向振动压电变压器等效电路

$$R_m = \frac{a[l^2 - 4(1 - )]}{2 Q_m} \sqrt{s_{11}^E (1 - ^2)} \quad (31)$$

$$L_m = \frac{s_{11}^E (1 - ^2)}{2} [ a^2 - 4 a^2 (1 - ) ] \quad (32)$$

$$C_m = \frac{4}{2 - 4(1 - )} \quad (33)$$

运用关系式  $R = R_m / N_1^2$ ,  $C = C_m \cdot N_1^2$ ,  $L = L_m / N_1^2$  并考虑负载  $R_L$ , 图 5 可变为图 6.

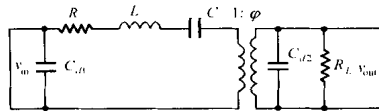


图 6 简化的径向振动压电变压器等效电路

根据图 6, 可得出径向振动模式压电变压器的输入阻抗  $Z_{in}$  和输出阻抗  $Z_{out}$ .

$$Z_{in} = \frac{\frac{1}{C_{d1}} \left[ L - \frac{1}{C} - \frac{R^2 C_{d2}}{1 + (R_L C_{d2})^2} - \frac{1}{2} \frac{j R_L}{1 + (R_L C_{d2})^2} - j R \right]}{R - \frac{1}{1 + (R_L C_{d2})^2} - \frac{1}{2} + j \left[ L - \frac{1}{C} - \frac{1}{C_{d1}} - \frac{R^2 C_{d2}}{1 + (R_L C_{d2})^2} - \frac{1}{2} \right]} \quad (34)$$

$$\text{当变压器空载时, } Z_{in} = \frac{\frac{1}{C_{d1}} \left[ \left( L - \frac{1}{C} - \frac{1}{2 C_{d2}} \right) - j R \right]}{R + j \left[ L - \frac{1}{C} - \frac{1}{2 C_{d2}} \right]} \quad (35)$$

$$Z_{in} \text{ 的最大值出现在 } = \sqrt{\frac{1}{L} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C_{d1}} + \frac{1}{2 C_{d2}} \right)} \quad (36)$$

$$Z_{in} \text{ 的最小值出现在 } = \sqrt{\frac{1}{L} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{2 C_{d2}} \right)} \quad (37)$$

$$Z_{out} = \frac{\frac{2}{C_{d2}} \left[ \left( L - \frac{1}{C} \right) - j R \right]}{2 R + j \left[ 2 L - \frac{1}{C_{d2}} - \frac{2}{C} \right]} \quad (38)$$

$$Z_{out} \text{ 的最大值出现在 } = \sqrt{\frac{1}{2 L} \left( \frac{2}{C} + \frac{1}{C_{d2}} \right)} \quad (39)$$

$$Z_{out} \text{ 的最小值出现在 } = 1 / \sqrt{L C} \quad (40)$$

在串联谐振频率  $\omega_s = 1 / \sqrt{L C}$  点上, 由图 6 还可得到<sup>[5]</sup>

$$\text{电压增益 } G_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{2 R}{1 + \frac{2 R}{R_L} + j \omega_s C_{d2} 2 R} \quad (41)$$

$$\text{空载情况下 } G_{v \max} = \frac{2 R}{\sqrt{1 + (\omega_s C_{d2} 2 R)^2}} \quad (42)$$

输出功率

$$P_{out} = \frac{|V_{out}|^2}{R_L} = \frac{2^2 V_{in}^2}{R_L \left[ \left( 1 + \frac{2 R}{R_L} \right)^2 + (\omega_s C_{d2} 2 R)^2 \right]} \quad (43)$$

$$\text{当 } R_L = \frac{2 R}{\sqrt{1 + (\omega_s C_{d2} 2 R)^2}} \text{ 时,}$$

$$\text{最大输出功率为 } P_{out \max} = \frac{2^2 V_{in}^2}{2 R \left[ 1 + \sqrt{1 + (\omega_s C_{d2} 2 R)^2} \right]^2} \quad (44)$$

$$\text{输入功率为 } P_{in} = \frac{2^2 R + R_L}{R_L} + (\omega_s C_{d2})^2 2^2 R \quad (45)$$

$$\text{则效率为 } = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{1}{1 + \frac{2 R}{R_L} + (\omega_s C_{d2})^2 2^2 R} \quad (46)$$

$$\text{当 } R_L = \frac{1}{\omega_s C_{d2}} \text{ 时, 最大效率为 } \eta_{\max} = \frac{1}{1 + 2 \omega_s C_{d2} 2 R} \quad (47)$$

### 3 等效电路模型的验证

本文所用的材料参数如下:

材料参数:

机械品质因数:  $Q_m = 1600$  密度:  $\rho = 7.9 (\text{g/cm}^3)$

机械耦合因数:  $k_{31} = 0.35, k_{33} = 0.70$

杨氏模量:  $Y_{11} = 9.6 (\times 10^{10} \text{N/m}^2)$

$Y_{33} = 7.5 (\times 10^{10} \text{N/m}^2)$

顺性系数:  $s_{11} = 14.2 (\times 10^{-12} \text{m}^2/\text{N})$

$s_{33} = 16.6 (\times 10^{-12} \text{m}^2/\text{N})$

变压器几何尺寸:  $a = 10 \text{mm}$   $t_1 = 0.5 \text{mm}$   $t_2 = 2 \text{mm}$

将上述参数代入相关公式得出径向振动压电变压器等效电路中各元件的理论值及该压电变压器各特性的理论曲线.

表 1 等效电路参数

	理论估算值	实验测试值
$C_{d1}$	7.23nf	6.97nf
$R$	0.895	1.047
$L$	2.38mH	2.09mH
$C$	1.26nf	1.15nf
$C_{d2}$	2.89nf	3.38nf
$f_s$	96.78kHz	103.6kHz 至 104kHz

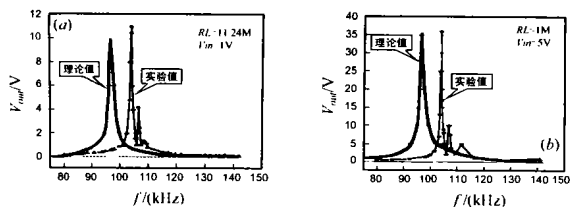
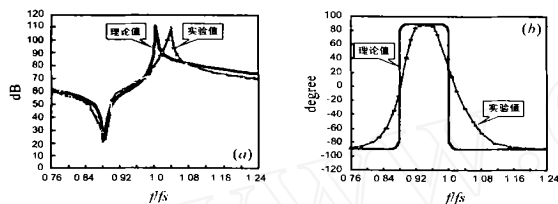
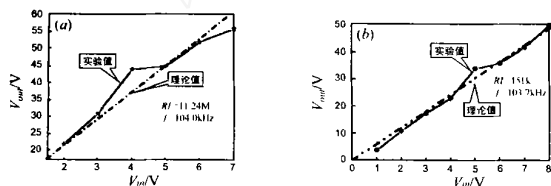
图 7 频率特性 (a) 负载阻抗为 11.24M 时的频率特性;  
(b) 负载阻抗为 1M 时的频率特性

图 8 输出阻抗特性 (a) 幅值; (b) 相位

图 9 升压特性 (a) 负载阻抗为 11.24M 时的升压特性;  
(b) 负载阻抗为 151k 时的升压特性

从表 1 不难看出,等效电路参数的理论值与测试值之间尚存在一定的误差,由此计算出来的谐振频率与测试值之间约有 8% 左右的误差。产生这种误差的原因可能是:(1)材料参数的误差;(2)几何尺寸的测量误差;(3)环境温度的影响;(4)粘合层的影响。图 7 中的 (a)、(b) 两条曲线是不同负载下的频率特性理论曲线与实验曲线的对比,可以看出,理论值与实验值相差不大,但是,每条实验曲线主峰的右侧,都存在两个小的尖峰,出现这种现象的原因难以确定,一种可能的解释是有其他振动模式存在。图 8 是压电变压器的输出阻抗,图 8 (a) 为幅值,图 8 (b) 为相位,其中,幅值特性与理论值很接近,

相位则稍差些。图 9 是两组不同负载下升压特性测试,每组数据都呈现较好的线性,特别是图 9 (b),测试数据与理论值非常吻合,另外还可以看出,在相同的输入电压下,负载越轻,则输出电压越高。以上的图表说明,本文所得出的径向振动压电变压器的电路模型、参数表达式及各种特性表达式是正确的。

#### 4 结束语

本文推导出径向振动压电变压器的等效电路模型及其具体参数,并得出径向振动压电变压器的输入阻抗、输出阻抗、升压比、输出功率及效率等特性的数学表达式。样品的测试结果与理论计算的结果基本符合,所以,本文所提供的等效电路模型、参数及特性表达式对制定径向振动压电变压器合理的设计方法,对改进和提高该器件的性能都有所帮助。

#### 参考文献:

- [1] C A Rosen. Ceramic Transformers and Filters[A]. IEEE Proc. Of Electrical Componet Symp[C]. 1956. 205 - 211.
- [2] Zaitzu T, Inoue, T Ohnishi, O Iwamoto. 2 MHz power converter with piezoelectric ceramic transformer[A]. Telecommunications Energy Conference[C]. 1992. INTLEEC '92., 14th International, 1992. 430 - 437.
- [3] T Zaitzu. Power Converter Using Piezoelectric Transformer[D]. Fukuoka Japan :Dissertation, Kyushu University, 1997.
- [4] G C Walter. Piezoelectricity[M]. New York :First Edition, Third Impression. 1946. 69 - 79.
- [5] Huang yi-hua, Zhou K. Y. A study of Property and Application of Piezoelectric Transformer[J]. ACTA ELECTRONICAL SINICA 2001, 29(11) :1549 - 1551.

#### 作者简介:



黄以华 男,1973 年生于福建省福清市,博士,毕业于中国科学技术大学电子工程与信息科学系,现为中山大学电子与通信工程系讲师,主要研究方向为固体超声电子器件、超声检测技术及医学超声影像等。



周康源 男,1941 年出生于上海,1964 年毕业于上海交通大学水声工程专业,中国科学技术大学电子工程与信息科学系博士生导师,主要从事生物医学超声工程领域的研究。