

无相位近场测量和全息诊断中 基于泛函极值的相位恢复方法

胡鸿飞, 高 雪, 傅德民, 毛乃宏

(西安电子科技大学天线与微波技术国家重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: 相位恢复是无相位近场测量和全息诊断的关键技术. 本文考虑探头修正, 构造加权目标泛函, 给出避免局部极值的无相位测量条件. 为提高计算效率和工程实用性, 对 Fletcher-Reeves 共轭梯度法采取再开始技术、FFT 算法和构造迭代初值等改进措施. 数值模拟表明, 应利用有关天线和近场测量的先验信息, 选取尽量少的搜索变量. 实验结果验证了本文方法的正确性和有效性.

关键词: 近场测量; 相位恢复; 探头修正; 泛函极值; 共轭梯度法

中图分类号: TM154 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 12-1772-04

A Phase Retrieval Technique Based on Functional Extremes for Phaseless Near-Field Measurements and Holographic Diagnoses

HU Hong-fei, GAO Xue, FU De-min, MAO Nai-hong

(National Key Lab. of Antennas and Microwave Technology, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: Phase retrieval techniques are key to phaseless near-field measurements and holographic diagnoses. Based on the probe correction, the weighed functional are constructed and the phaseless measurement condition is presented to avoid local extremes. For the purpose of iterative efficiency and practicality, Fletcher-Reeves conjugate gradient method is modified by the application of re-beginning technique, FFT algorithm and construction of initial guess. Numerical simulations show that the search variables should be selected as less as possible in virtue of a priori information on the antenna under test and near-field measurements. Experimental results prove this technique to be accurate and efficient.

Key words: near-field measurements; phase retrieval; probe-corrected; functional extremes, conjugate gradient method

1 引言

近场天线测量时, 一般通过探头扫描采样复响应信号(幅度和相位), 测试系统相位通道的稳定性非常关键. 当测试频率升高时, 由于测量过程中探头定位偏差、电缆摆动和温度变化等因素的影响, 相位易出现一些不确定性, 在毫米波段和亚毫米波段尤为如此. 因此, 引入光学和图像处理领域里信号相位重建的思想, 由探头幅度响应, 通过数值方法恢复相位信息. 这种无相位方法非常适合难以精确及至无法测相的近场测量, 并兼有简化测试系统、降低设备成本诸优点.

近年来, 旨于相位恢复问题的研究受到极大关注. Plane-to-Plane 方法(PTP)利用 Fourier 变换关系, 在两个扫描面之间迭代相位, 用测量幅度值代替迭代幅度值^[1,2]. 但是, 收敛速度和计算精度严重依赖于迭代初值和两个扫描面间距等参数的选择^[3], 迭代解的良态性和全局性尚难提高. 另一种相位恢复方法是泛函极值方法, 其核心思想是基于非线性逆问题, 以幅度近场数据为已知量, 寻求使误差泛函达到最小的复量近

场分布^[4,5]. 虽然泛函极值方法是局部最优方法, 但在特定的测量条件下, 它的相位迭代结果要优于 PTP 方法. 文献[6]研究了泛函极值方法的唯一性条件, 分析数值解法的局部极值和病态问题, 但是没有考虑探头效应, 不符合实际测量情况.

本文针对平面矩形栅格扫描方式, 考虑探头修正, 以待测天线波谱与探头方向图的耦合积为搜索变量, 构造加权目标泛函, 推广文献[6]提出的测量条件. 为提高计算效率和工程实用性, 采用再开始 Fletcher-Reeves (FR) 共轭梯度结合 FFT 的迭代算法. 最后由数值模拟和实验结果检验该算法的正确性和有效性.

2 问题描述

2.1 探头平方响应表示

如图 1 所示, 被测天线的口径面 ($|x| \leq W_x$ 和 $|y| \leq W_y$) 与 $z=0$ 坐标面重合, $z>0$ 为无源区. 用一个开口矩形波导探头在两个扫描面 $S_1(z=d_1)$ 和 $S_2(z=d_2)$ 上先后作矩形栅格扫描, 探头的幅度响应分别为 $B_1(r_1)$ 和 $B_2(r_2)$, 假设对应的

收稿日期: 2001-08-03; 修回日期: 2002-03-07

复响应信号为 $b_1(\mathbf{r}_1)$ 和 $b_2(\mathbf{r}_2)$, 其中 \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 是探头在 S_1 和 S_2 上的位置矢.

对于一般的定向天线, 可忽略天线衰减波谱对近场扫描面上场的贡献, 因此设天线平面波谱 $A(\mathbf{k})$ 与探头方向图 $f(-\mathbf{k})$ 的耦合积 $u(\mathbf{k}) = A(\mathbf{k})f(-\mathbf{k})$ 的带宽为 K_{\max} , 即可见谱域为 $\Omega = \{(k_x, k_y) | k_x^2 + k_y^2 \leq K_{\max}^2 < k_0^2\}$. 当谱域采样间隔取为 $\Delta k_x \leq \pi/W_x$ 和 $\Delta k_y \leq \pi/W_y$, 耦合积可由 Cardinal 采样级数

$$u(k_x, k_y) = \sum_m \sum_n u_{mn} \text{sinc}(m\pi - k_x W_x) \text{sinc}(n\pi - k_y W_y) \quad (1)$$

逼近, 其中函数 $\text{sinc}(\cdot) = \text{sinc}(\cdot)/(\cdot)$, 系数 $u_{mn} = u(m\pi/W_x, n\pi/W_y)$. 由近场测量中天线与探头在扫描面上的耦合方程^[7], 可知探头复输出为

$$b_i(\mathbf{r}_i) = \sum_m \sum_n u_{mn} \phi_{mn}^i(x, y), \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

$$\phi_{mn}^i(x, y) = \int_{\Omega} \text{sinc}(m\pi - k_x W_x) \text{sinc}(n\pi - k_y W_y) \cdot e^{-j(k_x x + k_y y + k_z d_i)} dk_x dk_y \quad (3)$$

其中 $k_z = \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}$. 将式(2)简写成矢量形式 $b_i = \mathbf{u}^T \Phi_i$, 其中 $\Phi_i = [\phi_{mn}^i]^T$, $\mathbf{u} = [u_{mn}]^T$, 由此探头幅度响应平方可表示为

$$B_i^2 = \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \mathbf{u}^* \quad (4)$$

其中 $\bar{\mathbf{L}}_i = \Phi_i \Phi_i^H$, $(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示矢量的转置和共轭转置. 鉴于探头复响应的谱带宽为 K_{\max} , 根据 Fourier 变换的卷积关系, 幅度响应平方的谱宽为 $2K_{\max}$. 因此无相位近场测量的采样间隔必须保证 $\Delta x \leq 0.5\pi/K_{\max}$ 和 $\Delta y \leq 0.5\pi/K_{\max}$, 它一般等于常规有相位测量的采样间隔的一半.

2.2 加权泛函

实际近场测量时, 由于系统中各种不确定因素的影响, B_1^2 和 B_2^2 不可避免存在误差. 设实测值为 \bar{B}_1^2 和 \bar{B}_2^2 , 且其数据量一般大于未知量 \mathbf{u} 的个数, 因此相位恢复问题是超定性问题. 考虑不同电平的幅度响应对泛函极值收敛的影响, 构造加权目标泛函

$$\Psi(\mathbf{u}) = \sum_{i=1,2} \langle (\mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \mathbf{u}^* - \bar{B}_i^2) / \bar{B}_i, (\mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \mathbf{u}^* - \bar{B}_i^2) / \bar{B}_i \rangle_{S_i} \quad (5)$$

其中 $\langle \sigma_1, \sigma_2 \rangle_{S_i} (i = 1, 2)$ 表示 $\sigma_1 \sigma_2^*$ 在扫描面上积分. 上式分母中的幅度数据 \bar{B}_i 在小于某一低电平值 η (如 $\eta = -20\text{dB}$) 时, 可用 η 来代替. 泛函 Ψ 的全局极小值点, 可以认为是非线性问题的广义解, 相位恢复问题转化为泛函(5)的极值求解问题.

2.3 无相位测量条件

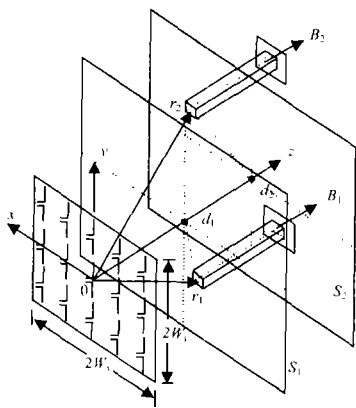


图 1 平面无相位近场测量示意图

以幅度响应平方为已知数据, 其优点在于 $\mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \mathbf{u}^*$ 是二次型, 由此可以给出克服局部极值的无相位测量条件. 设 \mathbf{u} 是泛函(5)的全局极值点, 对于任意变化量 $\mathbf{u} + \tau \Delta \mathbf{u}$, 有

$$\Psi(\tau) \triangleq \Psi(\mathbf{u} + \tau \Delta \mathbf{u}) = \tau^2 (a\tau^2 + 4b\tau + 2c) \quad (6)$$

其中

$$a = \sum_{i=1,2} \langle \Delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \Delta \mathbf{u}^* / \bar{B}_i, \Delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \Delta \mathbf{u}^* / \bar{B}_i \rangle_{S_i},$$

$$b = \sum_{i=1,2} \langle \Delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \Delta \mathbf{u}^* / \bar{B}_i, \text{Re}(\mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \Delta \mathbf{u}^*) / \bar{B}_i \rangle_{S_i},$$

$$c = 2 \sum_{i=1,2} \langle \text{Re}(\mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \Delta \mathbf{u}^*) / \bar{B}_i, \text{Re}(\mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \Delta \mathbf{u}^*) / \bar{B}_i \rangle_{S_i} + \sum_{i=1,2} \langle \Delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \Delta \mathbf{u}^* / \bar{B}_i, (\mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \mathbf{u}^* - \bar{B}_i^2) / \bar{B}_i \rangle_{S_i} \quad (7)$$

考察 $\Psi'(\tau) = (4a\tau + 4b) = 4\tau(ac^2 + 3b\tau + c)$, 当满足

$$9b^2 / (4ac) < 1 \quad (8)$$

式(6)只有零极值点, 即泛函(5)的极值点是全局性的.

3 算法实现

泛函(5)具有良好的凸性, 在排除局部极值可能性的前提下, 采用凸函数优化方法比较有效. 本文采用 FR 共轭梯度法^[8].

3.1 再开始技术

考虑到近场测量误差的影响及大规模优化问题, 算法中必须采取再开始技术. 设 t 为迭代次数, \mathbf{g}_t 为迭代过程中泛函关于变量 \mathbf{u} 的梯度, 当满足下列条件之一

- I. 若 $t \geq 2$, 且 $|\text{Re}(\mathbf{g}_t^T \cdot \mathbf{g}_{t-1}^*)| \geq 0.2 \|\mathbf{g}_{t-1}\|^2$;
- II. 若 $t = MN$ (变量 u_{mn} 的个数);
- III. 若 $\text{Re}(\mathbf{p}_t^T \cdot \mathbf{g}_t^*) > 0$, 其中 $\mathbf{p}_t = -\mathbf{g}_t + \alpha \mathbf{p}_{t-1}$, $\alpha = (\|\mathbf{g}_t\|^2 - \text{Re}(\mathbf{g}_t^T \cdot \mathbf{g}_{t-1}^*)) / \|\mathbf{g}_{t-1}\|^2$

算法重新开始: $k = 1, \mathbf{p}_1 = -\mathbf{g}_1$.

3.2 迭代初值

利用被测天线和近场测量的先验信息, 有利于加快收敛速度和避免局部极值. 基于近场幅度响应信息, 选取迭代初值的方法是: 产生一组伪随机相位 (如均匀分布或正态分布), 作为 S_1 上探头相位响应, 与实测幅度 \bar{B}_1 构成复量响应 \bar{b}_1 , 对 \bar{b}_1 逆 FFT 算出 $[u_{mn}]$, 作为迭代算法的初值 \mathbf{u}_0 .

3.3 FFT 计算泛函梯度

共轭梯度方法的主要计算是梯度运算, 对大规模问题其计算量非常大. 探头复响应既是谱域有限 (忽略衰减波) 又是空间有限 (扫描面截断), 合理选择采样参数和数值离散参数后, 可以利用 FFT 技术加快迭代计算. 由于 sinc 函数有恒等式

$$\text{sinc}(m\pi - k_x W_x) \equiv \frac{1}{2W_x} \int_{-W_x}^{W_x} \exp\left[j\left(\frac{m\pi}{W_x} - k_x\right)x\right] dx$$

$$\text{sinc}(n\pi - k_y W_y) \equiv \frac{1}{2W_y} \int_{-W_y}^{W_y} \exp\left[j\left(\frac{n\pi}{W_y} - k_y\right)y\right] dy \quad (10)$$

因此式(3)中耦合积 $u(k_x, k_y)$ 的计算就可以对 $\{u_{mn}\}$ 先离散 Fourier 变换 (记为 DFT), 再逆 FFT (记为 FFT⁻¹). 一方面, 探头幅度响应平方的谱带宽是天线口径场及复响应谱带宽的两倍, 另一方面, 天线口径一般小于扫描面尺寸. 因此, 在对 $\{u_{mn}\}$ DFT 后, 需在数据两边加零 (记为 Z), 使其数组大小与实测幅度平方数据一致. 由此复响应的计算式为

$$\mathbf{u}^T \Phi_i |_{(x,y)} = \text{FFT}\{\exp(-jk_z d_i) \text{FFT}^{-1}\{Z[\text{DFT}(\mathbf{u})]\}\} \quad i=1,2 \quad (11)$$

泛函(5)的梯度为

$$\nabla \Psi = 2 \sum_{i=1,2} \langle \bar{\mathbf{L}}_i \mathbf{u}^* / \bar{B}_i, (\mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \mathbf{u}^* - \bar{B}_i^2) / \bar{B}_i \rangle_{S_i} \quad (12)$$

泛函梯度的维数等于变量 u_{mn} 的个数 MN 。算出复响应后, 求出 $(\mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \mathbf{u}^* - \bar{B}_i^2) \mathbf{u}^T \Phi_i / \bar{B}_i^2$, 经 FFT^{-1} 、乘以传播因子 $\exp(jk_z d_i)$ 和 FFT , 所得数组的大小与实测幅度平方数组相同。而泛函梯度须在口径上对该数组离散逆 Fourier 变换(记为 DFT^{-1})求得, 相当于从数组中提取中间部分, 是充零 Z 的逆运算(记为 Z^{-1})。因此整个泛函梯度的计算式为

$$\nabla \Psi |_{mn} = 2 \sum_{i=1,2} \text{DFT}^{-1}\{Z^{-1}\{\text{FFT}[\exp(jk_z d_i) \cdot \text{FFT}^{-1}[(\mathbf{u}^T \bar{\mathbf{L}}_i \mathbf{u}^* - \bar{B}_i^2) \mathbf{u}^T \Phi_i / \bar{B}_i^2]]\}\} \quad (13)$$

3.4 精确线性搜索

共轭梯度法由于共轭性和精确线性搜索产生二次终止性, 从而提高算法的有效性和可靠性。迭代过程中需要一维搜索 τ_i , 使得 $\Psi(\mathbf{u}_i + \tau \mathbf{p}_i) = \min\{\Psi(\mathbf{u}_i + \tau \mathbf{p}_i) | \tau \geq 0\}$ 。泛函(5)是关于 τ 的 4 次多项式, 只需采用简单的代数方法, 就可以精确求解 3 次多项式的最小非负零点, 得到极值点 τ_i 。由此产生变量 \mathbf{u} 的迭代序列

$$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \tau_i \mathbf{p}_i \quad (14)$$

上述迭代算法的大部分计算是 FFT, 可显著提高计算速度, 降低内存开销。

4 数值模拟

对以 21×21 个半波振子组成的平面阵天线的无相位近

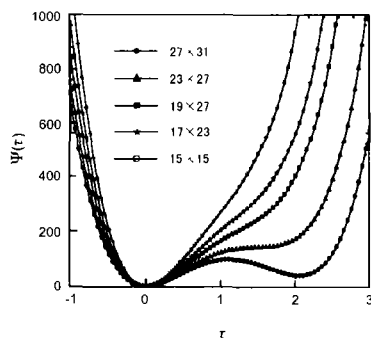


图 2 泛函(6)的局部极值

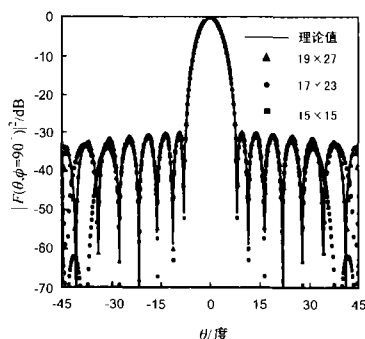


图 3 E 面方向图

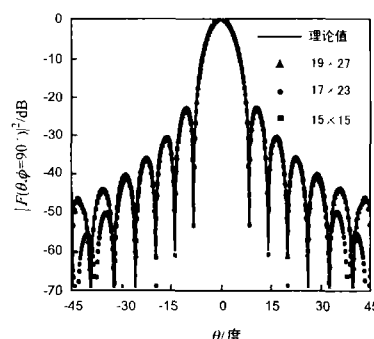


图 4 H 面方向图

场测量情况作数值模拟。如图 1 所示, 振子沿 y 方向放置, 阵元相距 0.5λ , 电流幅度沿 x, y 方向分别为余弦分布和 30dB Chebyshev 分布, 电流相位同相分布。两个扫描面与平面阵的距离分别为 $d_1 = 3\lambda$ 和 $d_2 = 12\lambda$, 两个面上的采样间距均为 $\Delta x = \Delta y = 0.245\lambda$, 采样点数均为 181×181 。采用电基本振子探头(方向图为 $f_E = \cos\theta, f_H = 1$)作模拟近场无相位采样, 相当于以该阵在 S_1 和 S_2 上电场分量的幅度作为幅度响应测量值。

取耦合离散间隔为 $\Delta k_x = \Delta k_y = \pi/(6.5\lambda)$, 搜索变量 $\{u_{mn}\}$ 的个数分别取 $27 \times 31, 23 \times 37, 19 \times 27, 17 \times 23$ 和 15×15 五种情况。产生一组均匀分布在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 的伪随机相位构造复响应 \bar{b}_1 , 算出 $\{u_{mn}\}$ 作为迭代初值 \mathbf{u} , 采用上述 FFT-FR 共轭梯度算法。结合式(6)考察同次迭代的 $\Psi(\tau)$, 比较不同搜索变量个数对泛函(5)局部极值的影响。如图 2 所示, 当搜索变量的个数取为 27×31 , 算法陷入局部极值点, 个数减少为 23×27 , 局部极值可排除, 但还有隧道效应。变量个数越少, 全局收敛性越好。但是, 由此近远场变换得到的远场方向图与理论方向图比较, 两者吻合的角度范围随变量个数减少而缩小。如图 3 和 4 所示。因此, 需要折衷考虑算法的全局收敛性和方向图的角域大小。

在选择搜索变量个数时, 考虑不同口径分布, 取 $2W_x$ 和 $2W_y$ 略大于天线的真实口径尺寸, 则由 $\Delta k_x \leq \pi/W_x$ 和 $\Delta k_y \leq \pi/W_y$ 确定耦合离散间隔。根据要求计算的方向图角域 K_{\max} , 近似可得变量个数分别为 $2K_{\max}/\Delta k_x$ 和 $2K_{\max}/\Delta k_y$ 。对于本例, 变量个数选为 19×27 , 对应 $K_{\max} \approx 0.7k_0$, 数值结果最好。

5 测量实例

在微波暗室里, 用开口矩形波导对平板缝隙阵样机天线作无相位近场测量。该天线的测试频率为 9.375GHz , 近似圆口径尺寸为 $R = 16\text{cm}$, 水平板化。被测天线与扫描面 S_1 的距离 $d_1 = 11.2\text{cm}$, 与扫描面 S_2 的距离 $d_2 = 34.6\text{cm}$, 在 S_1 和 S_2 上取相同的采样间距 $\Delta x = \Delta y = 0.75\text{cm}$ 和采样点数 161×161 。取耦合离散间隔为 $\Delta k_x = \Delta k_y = \pi/(7\lambda)$, 搜索变量个数为 23×23 。

如上数例, 产生均匀分布在 $[-60^\circ, 60^\circ]$ 的伪随机相位, 构造迭代初值 \mathbf{u} 。采用改进的 FFT-FR 共轭梯度算法, 恢复出耦

合积的复量重构系数 $\{u_{mn}\}$ 。为比较迭代幅度与实测幅度的总相对误差, 定义 S_1 上的收敛阈值

$$\epsilon = \sum_{x,y} (|\mathbf{u}^T \Phi_i| - \bar{B}_i)^2 / \sum_{x,y} \bar{B}_i^2 \quad (15)$$

ϵ 与迭代次数的关系如图 5 所示, 开始迭代时总相对误差下降很快, 迭代 20 次后下降很慢, 取收敛阈值 $\epsilon \leq -33\text{dB}$ 。

完成迭代后, 需对 $\mathbf{u}(\mathbf{k}) = \mathbf{f}(-\mathbf{k}) \cdot \mathbf{A}(\mathbf{k})$ 去耦, 求出天线平面波谱 $\mathbf{A}(\mathbf{k})$, 进而近场—远场变换, 计算出两个主面方向图, 如图 6 和 7 所示。另一方面, 对天线波谱切向分量 $A_t(\mathbf{k})$ 进行 FFT, 进行近场—口径场变换, 得到口径切向场的幅相全息图^[9], 如图 8 和 9 所示。在相同测试状态下作常规的有相位测量, 所得变换结果作为验证本文方法的参考。由图 6~9 可

见,两组变换结果很一致,只在方向图远角区域和口径边缘区域略有差异.因此,本文方法对无相位近场数据进行相位恢复,能够达到较高的工程精度.

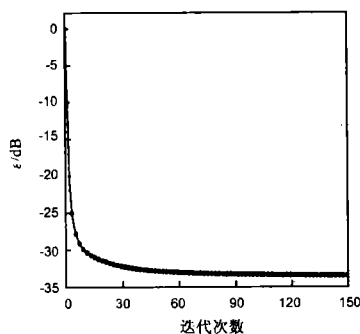


图 5 实测天线的迭代收敛情况

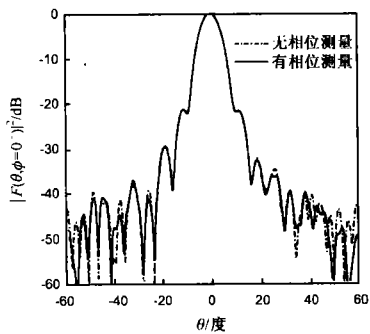


图 6 E 面方向图

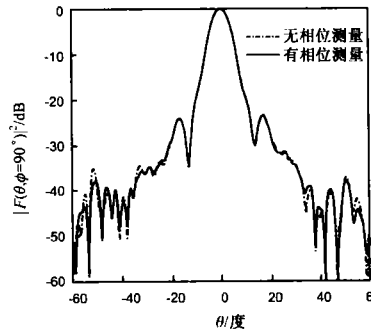


图 7 H 面方向图

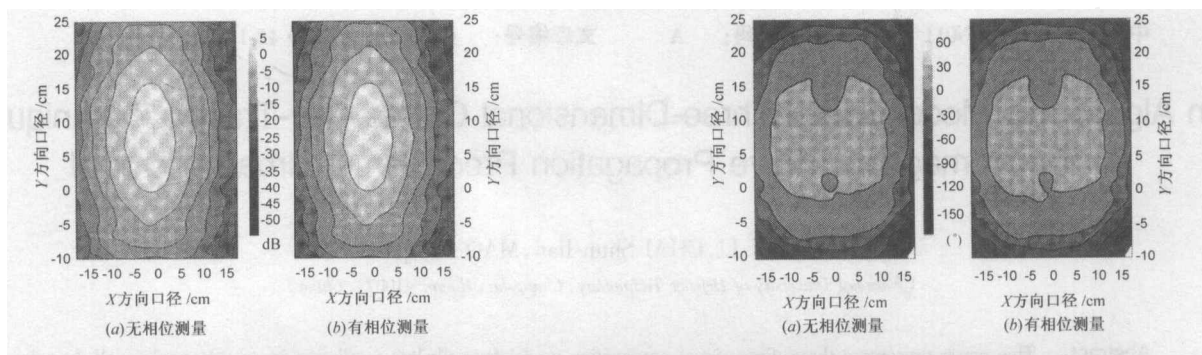


图 8 口径幅度全息图

图 9 口径相位全息图

6 结论

本文研究了基于泛函极值的相位恢复方法,构造了加权目标泛函,给出避免局部极值的无相位测量条件.数值模拟表明,选取天线波谱和探头方向图的耦合积采样作为搜索变量,应充分利用一切可能的先验信息使变量个数尽量少.采用改进的 FFT-FR 再开始共轭梯度算法,其优点是能够修正近场测量中的探头效应,迭代初值包含实测的幅度信息,内存需求小,计算速度快.最后,通过无相位近场测量实例,说明由本文相位恢复方法计算方向图和口径场幅相全息图,能够满足较高的精度要求,可望拓宽现有近场系统的频率上限.

参考文献:

[1] A P Anderson, S Sali. New possibilities for phaseless microwave diagnostics-Part I: Error reducing techniques [A]. Proc. Inst. Elect. Eng. [C]. 1985, 132: 291 - 298.

[2] R G Yaccarino, Y Rahmat-Samii. Phaseless bi-polar planar near-field measurements and Diagnostics of array antennas [J]. IEEE Trans., 1999, AP-47(3): 574 - 583.

[3] C A E Rizzo. Evaluation of the accuracy of the PTP phase retrieval algorithm by means of a numerical/statistical approach [A]. AMTA Symp. Dig. [C]. Philadelphia, PE, 2000: 292 - 297.

[4] O M Bucci, G D'Elia, G Leone, et al. Far-field pattern determination from the near-field amplitude on two surfaces [J]. IEEE Trans., 1990, AP-38(11): 1772 - 1779.

[5] O M Bucci, G D'Elia, M D Migliore. An effective near-field far-field transformation technique from truncated an inaccurate amplitude-only

data [J]. IEEE Trans., 1999, AP-47(9): 1377 - 1385.

[6] T Isernia, F Soldovieri, G Leone, et al. On the local minima in phase reconstruction algorithms [J]. Radio Science, 1996, 31(11 - 12): 1887 - 1899.

[7] 毛乃宏, 俱新德等. 天线测量手册 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1988. 229 - 238.

[8] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1997. 183 - 218.

[9] 胡鸿飞, 高雪, 傅德民. 基于 FFT 的近场-口径场变换方法 [J]. 微波学报, 2001, 17(2): 1 - 6.

作者简介:



胡鸿飞 男, 2000 年在西安电子科技大学获电磁场与微波技术专业硕士学位, 并于 1999 年免试提前攻读该专业博士学位, 主要研究兴趣为近场测量新技术和天线数值分析与设计.

高雪 女, 分别于 1998 年和 2001 年获得西安电子科技大学电磁场与微波技术专业学士和硕士学位, 现为该校博士研究生, 主要研究兴趣为智能天线与信号处理和天线数值分析与设计.