

多径衰落信道的分数布朗运动模型

胡 刚,朱世华,谢 波

(西安交通大学电子与信息工程学院,陕西西安 710049)

摘 要: 本文旨在将分形理论引入多径衰落信道的研究,从非线性科学的角度出发建立了多径信道的分数布朗运动模型.通过探讨多径信号的增量统计分布、统计自相似性、广义功率谱和分形维数,揭示了多径衰落与分数布朗运动间的内在联系;指出信号的分维是描述无线信道传播特性的重要参数;在分形模型的基础上,对多径信号进行了重构.实验结果表明,无线信道的分数布朗运动模型比传统的随机模型能更有效地刻划和描述多径衰落的行为.

关键词: 多径衰落;信道模型;分数布朗运动;分形

中图分类号: TN914.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 01-0008-05

Fractal Brownian Motion Model of Multipath Fading Channels

HU Gang, ZHU Shi-hua, XIE Bo

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)

Abstract: This paper introduces fractal theory into the research of multipath fading channels, and a novel Fractal Brownian Motion (FBM) model is established. By studying the increments probability distribution, statistical self-similarity, generalized power spectra and fractal dimension of multipath fading signals, it shows the inherent relationship between the multipath fading and FBM, and that fractal dimension is a key parameter for describing the signal propagation in wireless channels. Finally, we apply FBM model to the reconstruction of multipath signals, yielding reasonably accurate replication. Simulation results indicate that the FBM model could describe multipath fading phenomena more accurately and effectively than the conventional statistical models.

Key words: multipath fading; channel model; fractal brownian motion; fractal

1 引言

移动通信系统的性能主要受到无线信道的制约.八十年代以来,随着移动通信向数字系统的迅速换代,传统的大区制向蜂窝小区和微蜂窝发展.对移动信道研究的重点也集中于城市微区和室内等典型个人通信环境下的传播特性.此时,建筑等障碍物对电波的反射、散射和绕射作用成为传播的主导因素,由于电波的多径传播和通信终端的移动而引起的多径衰落成为无线信道的主要特征之一.实际中移动台的运动和周围环境的变化都是随机和无规则的,这使得多径衰落具有异常复杂的特性,表现出较强的非线性.正因如此,对多径衰落的研究一直未获得如大尺度传播损耗 Okumura-Hata 模型被广泛接受的结论.

多径衰落是由于周围环境对发射信号所造成的综合效应,体现了自然界之间复杂电磁作用的规律.复杂分形传播环境下的电磁相互作用能产生混沌,分形是人们早已注意,并加以研究的现象.文[1,2]研究了复杂地表环境中电磁散射回波的分形特征,文[3]分析了舰船辐射噪声的分数布朗运动模型,文[4]应用分形模型讨论了周围物体对电波散射的影响,文[5]则初步探讨了多径衰落信号的多重分形谱.以上研究表

明,有理由相信多径衰落同样是一个复杂的非线性动力过程,具有分形特性.

本文将分形理论引入多径衰落信道的研究,尝试建立一种新的基于分数布朗运动(FBM: Fractal Brownian Motion)的信道模型.首先介绍了多径传播和FBM理论;接着通过对实测数据的统计分析,考察了多径衰落的增量统计特性、广义功率谱及分维等分形特征;最后运用FBM模型进行多径信号的重构,取得了较好的结果.

2 多径传播与分形几何

在移动通信环境中,到达移动台天线的信号不是单一路径来的,而是许多路径电波的合成,这就是多径传播.多径传播对数字通信的影响表现为幅度衰落、时延散布和随机调频,目前信道模型的研究大都集中在前两个方面.

根据 R. H. Clarke 的经典散射模型,通常认为多径幅度衰落的概率分布服从 Rayleigh、Rice 分布.但近年来国内外的很多研究报告^[6,7]已指出许多蜂窝小区的实测数据偏离这两种分布,甚至超出了可以勉强接受的程度.究其原因,主要是理论假设条件有别于实际:其一,同一延时的多径信号分量之间

并不是相互独立的,而是存在着空间和时间相关性;其二,复杂环境对电波传播的影响增强,对于移动速度较快的情况,信道近似平稳的假设难以成立;其三,同一延时的多径数目足够多的假设并未得到验证.后来人们又陆续提出了 Lognormal、Nakagami- M ^[6]、Suzuki^[7]等复合统计分布的信道模型,但仍都未能实现准确的描述.分形则适合于描述多径衰落这种强烈不规则、无几何特征和不可微的复杂物理现象.

分数布朗运动是普通布朗运动的推广,现已成为研究分形运动的一种常用数学模型.各种具有分形特征的噪声时间轨迹,如生电信号、语音信号、电子器件噪声、地海杂波、通信信道上的突发误差等等都是或近似是FBM.它是具有统计自相似性和长程相关性的非平稳过程,具有类似城市微区多径衰落的上述特征.本文利用FBM来研究多径幅度衰落的分形特征.下面先简要介绍它的定义和主要性质.

FBM是零均值高斯型非平稳过程,它的定义如下^[8]:给定Hurst指数 $H(0 < H < 1)$ 的分数布朗运动是定义在某概率空间上的一随机过程 $B_H(t):[0, \infty) \rightarrow R$,如果

(1) $B_H(0) = 0$, 并且 $B_H(t)$ 连续;

(2) 对于任意时刻 t 和时间间隔 τ , FBM的增量(称为分数高斯噪声FGN: Fractal Gaussian Noise) $B_H(t + \tau) - B_H(t)$ 是平稳随机过程,服从 $N(0, \tau^{2H})$.

当 $H = 1/2$ 时, FBM退化成普通布朗运动. FBM具有下列主要性质^[8,9]:

性质1 FBM的增量具有统计自相似性,即

$$B_H(t + \tau) - B_H(t) \cong \tau^H [B_H(t+1) - B_H(t)] \quad (1)$$

其中“ \cong ”表示具有相同的统计分布.

性质2 FBM具有统计自相似性,即

$$B_H(at) \cong a^H B_H(t) \quad (2)$$

性质3 FBM的广义功率谱具有幂函数谱的特性,即

$$S(f) = \tau^{2H} |f|^{-2H} \quad (3)$$

其中 H 是功率谱指数.

性质4 FBM的分形维数 D 满足

$$D = 2H + D_T, \quad D = D_T + 1 - H \quad (4)$$

式中 D_T 是信号的拓扑维数. 对于时间序列, $D_T = 1$.

3 多径衰落的 FBM 模型

通常,对复杂系统的探测是通过在某一时间周期内对某

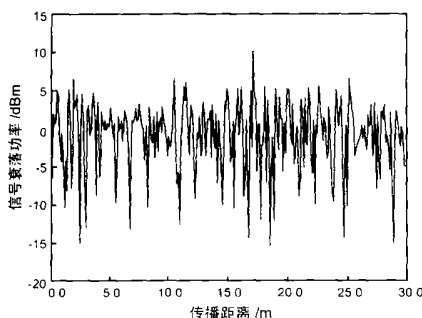


图1 现场实测数据

个变量的观测进行的.系统中一个变量的时间序列信号包含着非常丰富的信息,蕴藏着参与动态过程的全部其他变量的痕迹.所以对于复杂的移动通信信道系统,在无法判断其“自变量”的数量、性质的情况下,可以通过研究多径衰落的实际观察时间序列来考察信道的性质.

本节针对FBM的定义和性质采用统计分析的方法依次研究多径衰落的各种分形特征,从而揭示出多径信号是一种FBM,建立基于FBM的新型信道模型.其中采用的移动通信接收信号实测数据引自文[10].测量条件是城市微区环境,载频910MHz,信号的功率分布如图1所示.

3.1 单步增量的统计分布

由于FBM是非平稳过程,对其进行统计分析将受到理论上的限制.而FGN是具有良好统计特性的平稳随机过程,所以这里研究多径衰落增量的统计分布.根据定义,当 $\tau = 1$ 时, FBM的单步增量 $B_H(t+1) - B_H(t)$ 是服从 $N(0, \tau^{2H})$ 分布的平稳随机过程.

表1 多径信号单步增量的统计特性

分布	均值 μ	标准差	双侧分布概率 P		
			2	3	
理想高斯分布	—	—	0.6827	0.9545	0.9973
多径信号单步增量	6.4103 e - 4	0.4849	0.6745	0.9560	0.9971

设时间序列 $x(t)$ 表示多径信号,则单步增量为 $x(t+1) - x(t)$.不妨假设增量具有各态历经性,那么就可以用时间平均来估计增量的统计平均值.这样利用最大似然法估计出单步增量的均值与标准差,结果如表1所示.从表中可见其均值非常接近于零.

接着绘出了单步增量的直方图,如图2所示,其中的平滑曲线是根据估计出的均值与标准差所构造的理想高斯分布的PDF.直方图的分布形状与高斯分布非常相似.为了进一步分析其统计特性,可以通过计算其双侧分布概率来验证直方图与理想高斯分布的吻合程度.高斯分布的双侧分布概率可以通过概率密度函数的双侧积分求得,而信号增量的双侧分布概率可由下式估计:

$$P(|x - \mu| > \tau) = \frac{N(\mu - \tau, \mu + \tau)}{N} \quad (5)$$

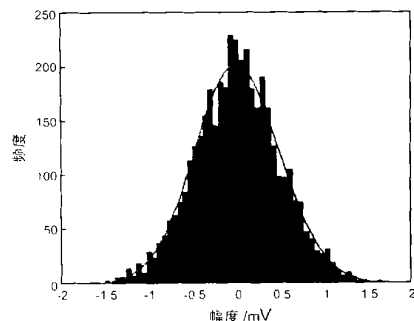


图2 多径信号单步增量的直方图

其中 N 是单步增量的样本总数, $N(\mu - \tau, \mu + \tau)$ 是落在区间 $[\mu - \tau, \mu + \tau]$ 中的样本数目.表1分别给出了单步增量 and 理想高斯分布的 σ 分位点、两倍 σ 分位点及三倍 σ 分位点

的双侧分布概率,其数据非常接近于理想高斯分布。

最后,做出单步增量的概率分布曲线,如图 3 所示,图中纵座标间隔的选取使理想高斯分布的 CDF 成一条直线。信号增量的数据点主要分布在两倍 分位点的范围内,并且总体

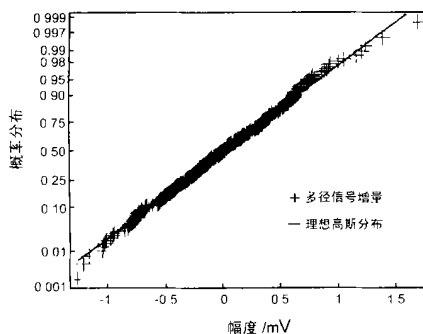


图 3 多径信号单步增量的 CDF

趋势呈现出良好的直线吻合性,只是在分布的两端出现少量偏差的样本点。

因此通过对分布参数、PDF 和 CDF 的研究,结果表明多径信号的单步增量服从零均值高斯分布。

3.2 增量的统计自相似性

自相似性是分形的一个基本特征,是指形体的局部与局部、局部与整体之间在形态、功能等方面相互类似,分为严格自相似性和统计自相似性两类。而 FBM 是一种具有统计意义下自相似性的分形时间信号。根据性质 1,可以推导出 FBM 的 k 阶增量矩满足

$$E[|B_H(t+\tau) - B_H(t)|^k] = C_k |\tau|^{kH} \quad (6)$$

当 $k=2$ 时, $C_2 = 2^2$, 令 $(\sigma^2)^2 = E[|B_H(t+\tau) - B_H(t)|^2]$, 那么二阶增量矩满足

$$(\sigma^2)^2 = 2^2 |\tau|^{2H} \quad (7)$$

写成对数的形式

$$\lg(\sigma^2)^2 = H \lg(|\tau|) + \lg(C_2) \quad (8)$$

这样增量的统计自相似性表现为在一定的观测尺度 范围内, FBM 的 $\{\lg(\sigma^2)^2, \lg(|\tau|)\}$ 应该是一条以 H 为斜率、 $\lg(C_2)$ 为截距的直线。

对于多径信号,作出其二阶增量矩的双对数变化曲线,结果示于图 4。在尺度 1 到 26 范围内,曲线是线性的。其中的直线是根据最小二乘线性拟合方法得到的,斜率为 0.77。由以

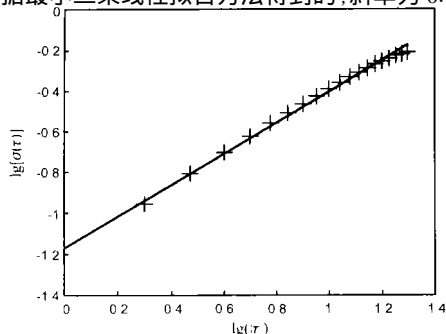


图 4 多径信号二阶增量矩的双对数图

上的实验,可以得出下列结论:

(1) 多径信号满足性质 1,不同间隔的增量间具有统计自相似性。并且其 Hurst 指数的估计值 $H=0.77$ 。

(2) 由于上一节已证明单步增量服从 $N(0, \sigma^2)$, 显然根据统计理论和上述结果,多径信号在时间间隔 τ 上的增量 $x(t+\tau) - x(t)$ 服从 $N(0, \sigma^2 \tau^{2H})$ 分布,这进一步论证了多径信号满足 FBM 的定义条件。

(3) 因为性质 2 可以由性质 1 推导得到,所以上述实验结果同样显示出多径信号本身也具有统计自相似性。

3.3 广义功率谱

由于是具有长程相关特性的非平稳过程,所以 FBM 只具有广义功率谱的概念,并且表现出如性质 3 所示的幂函数谱,写成对数的形式:

$$\lg[S(f)] = \lg(|\sigma^2|) + 2\lg(f) \quad (9)$$

这样在双对数坐标中, FBM 的功率谱将是一条以 $-2H$ 为斜率的直线。

图 5 做出了多径信号广义功率谱的 $\{\lg[S(f)], \lg(f)\}$ 双对数关系曲线。从中可以看出,曲线的包络基本上呈线性关系,只是在高频端并不按直线下降而出现振荡现象,那是由于多径信号中包含宽带噪声(如加性高斯白噪声)的原因,这一点是很容易理解的。并且根据线性最小二乘拟合的方法,从直线的斜率可以得到多径信号功率谱指数的估计值 -2.46 。

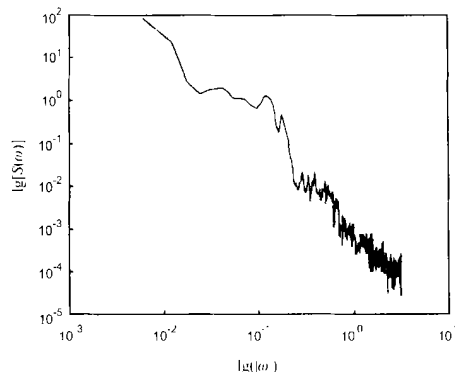


图 5 多径信号功率谱的双对数图

3.4 R/S 分析

描述分形的一个主要参数是分形维数,它有很多定义和估计方法,分别利用了分形的不同性质。对于 FBM, H. E. Hurst 提出了估计分维的 R/S 分析方法^[9]。

设一个 FBM 时间序列为 $\{B_H(t_i)\}_{i=1}^M$, 前 M 个数据的极差和标准差分别为 $R(M)$ 、 $S(M)$, 则有

$$\lg[R(M)/S(M)] = H \lg(M) + C_0 \quad (10)$$

其中 C_0 为一常数。这样,分数布朗运动在一定的 M 取值范围内,其 $\{\lg[R(M)/S(M)], \lg(M)\}$ 应该是一条以 H 为斜率的直线。利用线性最小二乘拟合法可以得到 Hurst 参数的估计值,再根据性质 4,就可计算出分维 D 的估计。图 6 绘出了多径信号相应的 R/S 曲线。由图可见,当 M 大于某值时,数据样本点近似于线性关系。其中的直线是在此区间上相应的拟合直线,斜率为 $H=0.76$ 。

3.5 分形维数与无标度区间

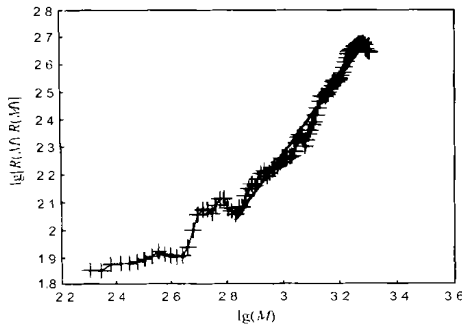


图 6 多径信号 R/S 曲线的双对数图

分形的一个不严格定义是指它具有尺度变换下的自相似性。自相似的量化表示是分维,它不随观测尺度的变化而变化。分形的分维严格地大于其拓扑维数。自然界中的分形并没有无穷嵌套的层次,只是在一定的尺度范围内满足自相似性,这个区间称为无标度区间。

若分形体的某种测度为 $f(r)$, r 为测量的尺度,那么必然在某个区间内存在

$$\lg[f(r)] = D_f \lg r + C \quad (11)$$

的双对数线性关系。这里的 $f(r)$ 由具体问题和方法而定, D_f 与分维有关, C 为一常数。满足上式的尺度 r 区间就是无标度区间,在此区间上,分形呈现自相似性。因此上述的分形判断转化成:(1)是否存在如式(11)的线性测度关系和尺度区间;(2)在此区间上计算出的分维是否大于其拓扑维数,并且其值具有一定的稳定性。

对于多径衰落信号,前面实际上给出了三种不同的测度定义:二阶增量矩、广义功率谱和 R/S 比值。从图 4、5 和 6 中可见,它们都存在一定范围的尺度区间,使测度满足近似线性关系。并且在这些区间内,根据 FBM 的性质 4,可以计算得到分维 D 的估计值分别为 1.23、1.27 和 1.24。它们不仅都大于拓扑维数 1,而且相差不大,体现出一定的稳定性。所以这进一步证明多径衰落是一个具有分形特征的复杂非线性动力过程。

对于观察时间序列,其分维量化地表示了多径信号变化的复杂度和自相似性。多径衰落是由于周围环境对发射信号综合作用的结果,蕴含着大量移动通信信道的信息。不同的信道环境具有不同的传播特性,接收信号的强度也就表现出不同的变化趋势。因此,分形维数体现出信道传播环境对接收信号强度的影响,揭示了多径衰落历经非线性动力系统产生复杂结构的演化过程,是描述多径传播信道特性的重要参数。

4 多径信号的分形重构

在初步建立多径衰落的分数布朗运动模型后,可以利用它的分形特征来重构多径信号,以获得准确描述移动通信中多径幅度衰落的方法。

FBM 的产生方法有很多种,如协方差矩阵 Cholesky 分解法、随机中点位移法、频谱法等。本文采用下述 Wornell 提出的利用小波生成 FBM 信号的方法^[11]。

虽然分数布朗运动 $B_H(t)$ 本身是非平稳随机过程,但其

离散小波变换系数 $d_k^{(m)}$ 却具有良好的规律性质。在同一尺度下, $d_k^{(m)}$ 是广义平稳的随机序列,并且基本互不相关,可近似视为白噪声。在不同尺度下,小波变换系数的均值为 0,方差遵循乘幂率

$$\text{Var}(d_k^{(m)}) = \frac{2}{w} 2^m \quad (12)$$

因此 Wornell^[11]提出:选取一系列互不相关的零均值高斯随机序列作为小波系数 $d_k^{(m)}$,它们的方差遵循式(12),然后利用小波反变换即可重构 FBM 信号 $B_H(t)$ 。

于是,可以采用上节所讨论的任何一种测度定义,根据多径衰落时间序列的观测值先求出其分形维数和标准差,然后利用小波生成算法从而实现基于 FBM 模型的多径信号重构。

5 实验结果与分析

对于图 1 所示的城市微区中实测的多径衰落信号,在考察分析了其各项分形特征之后,我们基于 FBM 信道模型对其进行了重构,结果如图 7 所示。

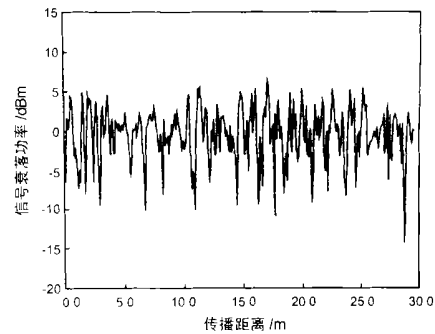


图 7 重构的多径信号

为了有效地评价 FBM 信道模型对实际信道的拟合性能,尤其是与 Rayleigh 等传统的随机分布信道模型间的比较,这里采用了 Cramer-Von Mises 准则^[7]。拟合误差²越小,拟合度越好。拟合误差定义如下:

$$^2 = \int [P(x) - P^*(x)]^2 dP(x) \quad (13)$$

其中 $P(x)$ 是实测数据的概率分布函数, $P^*(x)$ 是信道模型的理论概率分布函数。因此,进行性能评价时,首先要根据最大似然法对各种随机分布进行参数估计。几种信道模型拟合误差的计算结果如表 2 所示。可以看到, Rayleigh 和 Lognormal 两种分布的误差最大。因为实测数据中可能存在强直射波分量,所以 Rice 分布的误差相对较小。Nakagami- M 分布是一种复合分布,随 M 的不同,可以逼近 Rayleigh、Rice、Normal 等各种分布,具有适应性。所以可以想象的是,它的拟合度应该比较好,实验结果也证明了这一点(此时, $M=1.3$)。而 FBM 信道模型的拟合误差则是最小的,分别是四种随机分布的 26.1%、47.2%、30.7%、54.5%。

表 2 拟合性能比较

信道模型	Rayleigh	Rice	Lognormal	Nakagami- M	FBM
²	0.1175	0.0651	0.1001	0.0563	0.0307
功率谱误差	0.0097	0.0031	0.0113	0.0029	0.0013

为了进一步考察 FBM 模型对多径衰落的重构性能,我们

比较了几种模型重构信号在频域上的功率谱分布,如图 8 所示.通过与图 5 的比较可见,基于 FBM 模型的重构信号功率谱具有与多径衰落相似的线性下降分布趋势,体现出长程相关性.而 Rayleigh 和 Rice 模型的功率谱则明显表现出不同,在大部分区间上包络呈现出水平分布,这是由于随机模型是建立在弱相关性(自相关函数快速衰减)基础上的原因.同时,我们计算了各重构信号功率谱与实测衰落数据功率谱之间的归一化均方误差,结果如表 2. FBM 信道模型的误差是最小的.

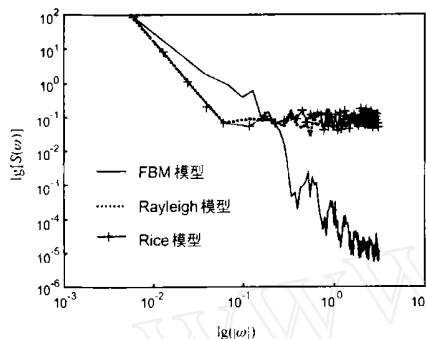


图 8 重构信号功率谱的双对数图

以上对重构信号幅度分布和频域功率谱的分析表明,分数布朗运动信道模型的拟合性能比几种随机模型更有效,能更精确地描述电波信号在无线信道中的传播特性.

6 结论

分数布朗运动是具有长程相关性的非平稳过程,与城市微区环境下多径衰落的特征相类似.本文将分形理论引入多径衰落的研究,建立了多径衰落信道 FBM 模型.采用对实测数据进行统计分析的方法,通过对多径信号的增量统计分布、统计自相似性、广义功率谱、分维和无标度区间的研究,阐述了多径衰落与 FBM 间的联系,并指出分维是描述无线信道传播特性的重要参数.最后,利用 FBM 生成算法,对多径信号进行了重构.实验结果表明,与传统的随机模型相比,FBM 信道模型能更精确地拟合多径衰落.

本文的研究结果表明将分形等非线性理论引入移动通信信道模型的研究,使我们能够从一个全新的角度认识多径衰落,具有广阔的发展前景.

参考文献:

- [1] Jaggard D L, Sun X. Scattering from fractally corrugated surfaces [J]. Optical Society of America journal (A): Optics and Image Sciences, 1990, 7(6): 1131 - 1139.

- [2] Lo T, Leung H, Litva J, Haykin S. Fractal characterization of sea-scattered signals and detection of sea-surface targets [J]. IEE Proceedings-F, 1993, 140(4): 243 - 250.
- [3] 高翔, 陆信人, 陈向东. 舰船辐射噪声的分形布朗运动模型 [J]. 声学学报, 1999, 24(1): 19 - 28.
- [4] 王显德, 罗贤云, 等. 基于倾斜地面上分形树的电磁散射研究 [J]. 电子学报, 1999, 27(9): 48 - 51.
- [5] 胡刚, 朱世华, 谢波. 多径衰落信号的多重分形谱 [J]. 西安交通大学学报, 2001, 35(2): 137 - 141.
- [6] Hashemi H. The indoor propagation channel [J]. IEEE Proceedings, 1993, 81(7): 943 - 968.
- [7] Suzuki H. A statistical model for urban radio propagation [J]. IEEE Trans. Communications, 1977, COM-25(7): 673 - 680.
- [8] 谢和平, 薛秀谦. 分形应用中的数学基础与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1998. 123 - 141.
- [9] 李后强, 汪富泉. 分形理论及其在分子科学中的应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1993. 164 - 178.
- [10] Lecours M, Chouinard I Y, Delisle G Y, Roy J. Statistical modeling of the received signal envelope in a mobile radio channel [J]. IEEE Trans. VT, 1988, 37(4): 204 - 212.
- [11] Wornell G W, Oppenheim A V. Wavelet - based representations for a class of self - similar signals with application to fractal modulation [J]. IEEE Trans. IT, 1992, 38(2): 785 - 800.

作者简介:



胡刚 男, 1974 年 4 月生于湖北省荆门市, 2002 年获西安交通大学信息与通信工程博士学位, 现主要从事第三代移动通信系统信道模型及信道估计等方面的研究.



朱世华 男, 1950 年 1 月生于上海市, 西安交通大学教授、博导, 1987 年获英国 ESSEX 大学电子系统工程博士学位, 现主要从事移动通信、数字传输和程控交换等方面的研究.