

微波谐振模型及其 3dB-Q 值

苏涛, 梁昌洪

(西安电子科技大学电子工程学院, 陕西西安 710071)

摘要: 本文通过网络方法对通过式谐振腔的性质进行了深入分析, 指出它不同于传统的并联谐振模型, 进一步推得通过式谐振腔的 3dB-Q 值公式, 其结果与微扰法、复频率法的结果近似相等, 它为微波工程中半功率点法 Q 值的理论提出了重要佐证。

关键词: 并联谐振; 通过式谐振腔; 3dB-Q 值

中图分类号: TN711.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 03-0335-03

Microwave Resonance Model and Its 3dB-Q

SU Tao, LIANG Chang-hong

(Faculty of Electrical Engineering, Xidian Univ, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: The characteristic of the pass through resonance cavity is studied in this paper, which distinguishes itself from the traditional parallel connection resonance model. This paper also gives the Q equations of pass through resonance cavity, which is similar to the result obtained by perturbation method or complex frequency method. This process is the theoretical basis of measuring Q by half power points method in microwave engineering.

Key words: parallel connection resonance model; pass-through resonance cavity; 3dB-Q

1 引言

通常低频集总元件并联谐振模型直接推广到微波波段, 由其得到的通带 3dB-Q 值公式也直接应用于工程实践中(半功率点法测 Q 值^[4]). 但其正确性和有效性均未见证明。

本文应用微波网络理论, 以通过式谐振腔为例, 分析了微波谐振的实际情况, 指出了其与集总元件并联谐振模型的本质不同, 由此说明简单的并联谐振模型在微波波段只能有条件的应用. 由于实际特性与并联谐振模型存在差异, 不能直接应用并联谐振模型 3dB-Q 值结论, 文中进一步推证了通过式谐振腔的 3dB-Q 值公式, 指出了它与理论 Q 值的一致性和误差允许条件, 证明了半功率点法测 Q 值在微波波段的可行性. 虽然测量方法与低频情况相同, 但其理论依据不再是并联谐振模型, 而完全可以由网络理论得到, 其结果与微扰法和复频率法近似相等。

2 低频并联谐振模型

品质因数 Q 值是评价谐振系统的重要参量, 其定义为

$$Q = \frac{\text{单位时间系统存储能量}}{\text{系统损耗功率}} \quad (1)$$

在低频电路中谐振电路通常等效为图 1 所示的并联谐振电路. 在近谐振情况下, 当输入阻抗 $|Z_{in}|$ 下降到其最大值 $\sqrt{2}/2$ (3dB 处) 时 (实部和虚部相等, 相角为 $\pm 45^\circ$), 此时作为实际 Q

值的近似有关系式^[1].

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{1}{BW} \quad (2)$$

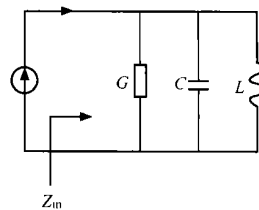


图1 并联谐振等效电路

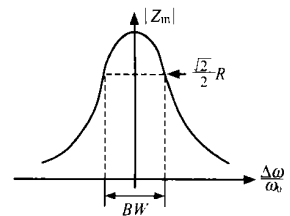


图2 并联谐振电路的 Z_{in}

3 通过式谐振腔

在微波波段, 通常直接延用第一节中的模型和公式^[4]. 但是, 在微波波段上述模型是否恰当呢? 以通过式谐振腔结

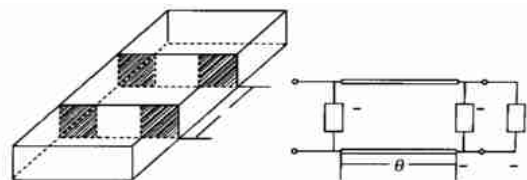


图3 通过式谐振腔

收稿日期: 2001-11-08; 修回日期: 2002-07-12

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 69931030)



构为例,如图3左图所示,在窄带情况下,其等效为一段无耗传输线两端并联电感(可以近似认为膜片电感与频率无关),相当于存在耦合的谐振腔,见图3右图.下面对其性质进行详细分析:

3.1 反射系数,在 Smith 圆图上构成一个圆

根据 Weissfloc 圆几何法^[2],显然可以得到,通过式谐振腔的反射系数在 Smith 圆图上是一个圆.图4为 $B=0.2, 2, 20$ 的曲线.

可以发现:该圆过 Smith 圆图的圆心,直径最大为1.最优传输为匹配,最差传输与最优相差 90° .进一步,很容易得到功率传输最优和最差时的反射系数分别为

$$|\Gamma|_{\min} = 0 \quad |\Gamma|_{\max} = \frac{\bar{B}}{B^2 + 2} \sqrt{B^2 + 4} \quad (3)$$

同时,当 $\bar{B} > \sqrt{2\sqrt{2} - 2}$ 成立时,该圆与半功率传输圆有两个交点,即此时传输曲线存在 3dB 点和半功率带宽.且 \bar{B} 越大,该圆越接近左半轴上直径为1的圆.在极限情况下,最差传输为反射系数等于1,与半功率曲线交于 $\theta = 0.5 \pm 0.5i$.需要说明以下几点:

(1) 通常实际工作中, $\bar{B} > \sqrt{2\sqrt{2} - 2}$ 总是满足的,所以总能观察到 3dB 通带曲线,而没有注意到理论上 \bar{B} 值较小时,没有 3dB 交点更没有 3dB-Q 值的情况.

(2) 全反射的极限情况对应膜片全封闭的电壁,对于通过式谐振的模型是不能达到的.

(3) \bar{B} 较大与窄带等价,在窄带条件下,可以近似认为膜片电感与频率无关.

(4) 半功率传输点的反射系数极限为 $\Gamma = 0.5 \pm 0.5i$,即在半功率传输点,有 $Z_{in} = 1 \pm 2i$.虚部值是实部的 ± 2 倍,相角为 $\pm \text{Arc tan} 2$,与低频并联谐振等效电路不同.

3.2 传输曲线关于最佳传输点左右对称

在假定 \bar{B} 为常数(不随频率变化)的前提下,传输曲线 $1 - |\Gamma|^2$ 为

$$1 - |\Gamma|^2 = \frac{4}{4(1 + \bar{B}^2) + \bar{B}^2(\bar{B}^2 - 4)\sin^2\theta + 4\bar{B}^3\sin\theta\cos\theta} \quad (4)$$

令 $F(\theta) = 4(1 + \bar{B}^2) + \bar{B}^2(\bar{B}^2 - 4)\sin^2\theta + 4\bar{B}^3\sin\theta\cos\theta$ 得到,

$$F(\theta) = \bar{B}^2[4\bar{B}\cos(2\theta) + (\bar{B}^2 - 4)\sin 2\theta] \quad (5)$$

在偏离最佳传输点 θ_0 处,有

$$\begin{aligned} \frac{F(\theta_0 + \Delta\theta)}{B^2} &= 4\bar{B}\cos 2(\theta_0 + \Delta\theta) + (\bar{B}^2 - 4)\sin 2(\theta_0 + \Delta\theta) \\ &= (4 + \bar{B}^2)\sin 2\theta_0 \end{aligned} \quad (6)$$

即,在最佳传输点左右两侧,功率传输曲线的斜率等值反向.

所以,功率传输曲线关于最佳传输点左右对称.实际中,由于膜片电感是频率的函数,功率传输曲线并不对称,而频率低端下降较缓.

3.3 在最佳传输点, Z_{in} 的实部 R 不是最大值

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \frac{\cos\theta + \bar{B}\sin\theta + j\sin\theta}{\cos\theta + \bar{B}\sin\theta + j[\cos\theta - 2\bar{B}\cos\theta + (1 - \bar{B}^2)\sin\theta]} \\ &= \frac{1 + j(2\bar{B}\cos^2\theta + 3\bar{B}^2\sin\theta\cos\theta + \bar{B}^3\sin^2\theta)}{\bar{B}^2(\bar{B}^2 - 1)\sin^2\theta + 4\bar{B}^2\cos^2\theta + 2\bar{B}(2\bar{B}^2 - 1)\sin\theta\cos\theta + 1} \end{aligned} \quad (7)$$

设

$$G(\theta) = \bar{B}^2(\bar{B}^2 - 1)\sin^2\theta + 4\bar{B}^2\cos^2\theta + 2\bar{B}(2\bar{B}^2 - 1)\sin\theta\cos\theta + 1 \quad (8)$$

则阻抗的实部, $R(\theta) = 1/G(\theta)$. 在最佳传输点 $\theta = 0$ 时, $Z_{in} = 1$, 但是,

$$R(\theta) = \frac{-G'(\theta)}{G^2(\theta)} = -2\bar{B} \quad (9)$$

即,在最佳传输点,阻抗实部为1,斜率为 $-2\bar{B}$,非驻点.在通过式谐振腔中输入阻抗的电阻部分值随频率变化,与并联谐振模型也不同.

综上所述,在微波波段通过式谐振腔的特性与低频的并联谐振模型存在明显差异,低频并联谐振模型已经不再适用,或者说只能有条件的使用.此时,可以使用微波网络理论简单而有效的分析和解决问题.

4 微波网络模型谐振分析

在上节中已经论证了在微波波段并联谐振模型不再适用,那么工程中 Q 值测量的半功率点法仍然是正确的吗?下面就应用网络理论推导通过式谐振腔的 Q 值公式,同时说明微波测量中的半功率点法测 Q 值的合理性.应该指出的是,虽然在微波工程中 3dB-Q 仍然是有意义的,但它并不是并联谐振模型直接继承,两者现象相同但本质有别,而这一点一直以来都没有被注意到.举例来讲,在半功率点(3dB 点)处,并联谐振模型和通过式谐振腔的阻抗特性完全不同.

如图2所示,据网络理论,通过式谐振腔的 $[a]$ 矩阵为

$$\begin{aligned} [a] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & j\sin\theta \\ j\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y} & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\theta + j\bar{Y}\sin\theta & j\sin\theta \\ 2\bar{Y}\cos\theta + j\sin\theta(1 + \bar{Y}^2) & \cos\theta + j\bar{Y}\sin\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

代入 $\bar{Y} = -j\bar{B}$ 得到,进一步得到对于归一化通过功率

$$\begin{aligned} \bar{P} = \frac{P}{P_0} &= 1 - |\Gamma|^2 \\ &= \frac{4}{4(1 + \bar{B}^2) + \bar{B}^2(\bar{B}^2 - 4)\sin^2\theta + 4\bar{B}^3\sin\theta\cos\theta} = \frac{4}{F(\theta)} \end{aligned} \quad (11)$$

上式中,令 $F(\theta) = 4(1 + \bar{B}^2) + \bar{B}^2(\bar{B}^2 - 4)\sin^2\theta + 4\bar{B}^3\sin\theta\cos\theta$. 对 \bar{P} 的驻点有

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = 4\bar{B}\cos 2\theta + (\bar{B}^2 - 4)\sin 2\theta = 0 \quad (12)$$

得到

$$\tan \theta_0 = -\frac{2}{\bar{B}} \quad \text{或者} \quad \cos \theta_0 = \frac{\bar{B}}{2} \quad (13)$$

接下来,针对不同的情况进行分析:

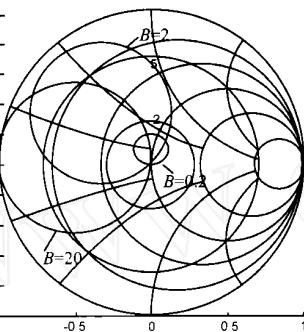


图4 通过式谐振腔的反射系数

(1) 谐振时, 有 $1 - | \dots |^2 = 1$, 即 $F(\dots) = 4$, 整理得到

$$\tan \theta_0 = -\frac{2}{B}, \cos \theta_0 = \frac{\bar{B}}{2} \text{ (舍去)} \quad (14)$$

(2) 近谐振时, 即 $\dots = \theta_0 + \dots$. 特别的, 在半功率点处有

$$1 - | \dots |^2 = 1/2, \text{ 即 } F(\dots) = 8$$

代入 $\dots = \theta_0 + \dots$, 化简得

$$(\bar{B}^4 + 4\bar{B}^2)(1 - \cos 2\theta) = 8 \quad (15)$$

取近似 $\cos 2\theta = 1 - 2\theta^2 + o(\theta^4)$, 并代入上式, 得

$$\dots = \frac{2}{B\sqrt{\bar{B}^2 - 4}} \quad (16)$$

考虑到

$$\dots = \frac{2}{g} l - \frac{2}{g_0} l \cong -2 l \frac{-\epsilon}{g} \quad (17)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \quad (18)$$

于是有

$$-\frac{2}{3} g = -\frac{2}{3} \quad (19)$$

$$\frac{-\epsilon}{g} = \left(-\frac{\epsilon}{g} \right)^2 - \dots = - \left(-\frac{\epsilon}{g} \right)^2 \frac{1}{f_0} \quad (20)$$

代入式(18)

$$\dots = \frac{2}{g} \left(-\frac{\epsilon}{g} \right)^2 \frac{f}{f_0} = \frac{2}{\bar{B}\sqrt{\bar{B}^2 + 4}} \quad (21)$$

最后得到

$$Q = \frac{f_0}{2f} = \frac{1}{g} \left(-\frac{\epsilon}{g} \right)^2 \frac{\bar{B}\sqrt{\bar{B}^2 + 4}}{2} \quad (22)$$

文献[2]中通过微扰法和复频率法得到的 Q 值公式为

$$Q = \frac{1}{g} \left(-\frac{\epsilon}{g} \right)^2 \frac{1 + \bar{B}^2}{2} \quad (23)$$

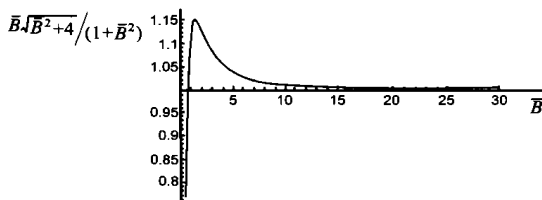


图 5 比值与 \bar{B} 的关系曲线

将式(22)和(23)比较可得

(1) 文献[2]中得到的是全电路 Q 值, 此时考虑了电源阻抗的影响. 而本文得到的公式(22)没有计及源内阻的影响, 两者存在一定的误差, 且式(22)偏大.

(2) 当 \bar{B} 较大时, 两者近似相等, 两者比值与 \bar{B} 的关系见

图 5. 同时注意到, \bar{B} 较大时带宽较窄, 也就是说, 网络法推导得到的 3dB-Q 值公式在窄带情况下效果较好. 以上也是微波工程中半功率点法测量 Q 值的重要佐证.

5 结论

在微波波段, 谐振情况与低频的简单的并联谐振模型存在本质区别, 而不仅仅是近似误差的问题, 通过式谐振腔不能等效为简单的非频变集总元件的并联谐振. 本文论证了微波通过式谐振腔与并联谐振模型的差异, 并应用网络理论推证了其 3dB-Q 值的合理性. 此时通过式谐振腔半功率点法测 Q 值的依据不是并联谐振模型的结论, 而其合理性完全可以由网络理论推得. 或者换一个角度说, 并联谐振模型在微波波段仍然可以应用, 但其适用条件和存在的差别必须予以充分注意.

参考文献:

[1] 吴大正, 王玉华. 电路基础[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1991.
 [2] 梁昌洪. 计算微波[M]. 西安: 西北电讯工程学院出版社, 1985.
 [3] 梁昌洪, 官伯然. 简明微波[M]. 西安: 西安电子科技大学, 1999.
 [4] M 怀特, 等. 微波测量方法[M]. 吴培亨, 等, 译. 上海: 上海科学技术出版社, 1958.
 [5] Robert E Collin. Foundations for microwave engineering[M]. USA: McGraw-Hill Book Company, 1966.

作者简介:



苏 涛 男, 1974 年 8 月出生于山东济南, 现为西安电子科技大学电磁场与微波技术专业博士研究生. 主要从事电磁场数值计算、电磁优化设计、复杂目标建模等方面的研究工作.



梁昌洪 男, 1943 年 12 月出生于上海, 教授, 博士生导师, 曾任西安电子科技大学校长, 中国电子学会会士、IEEE Senior member. 研究方向包括计算场论、计算微波、微波网络理论、电磁散射与逆散射、电磁兼容等方面.