

# 椭圆波导中探针之间的互阻抗

王百锁<sup>1</sup>, 李森<sup>2</sup>, 王演<sup>2</sup>, 李春庚<sup>2</sup>

(1. 大连理工大学电子与信息工程学院, 辽宁大连 116023; 2. 大连海事大学信息工程学院, 辽宁大连 116026)

**摘要:** 本文采用并矢格林函数和反应原理讨论了椭圆波导中平行于长轴和短轴的探针之间的互耦合. 波导是半无限长的. 端面反射系数为. 本文给出了互阻抗表示式并绘制了曲线.

**关键词:** 互阻抗; 探针; 椭圆波导

**中图分类号:** TN813 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 05-0779-04

## Mutual Impedance between Probes in an Elliptic Waveguide

WANG Bai-suo<sup>1</sup>, LI Sen<sup>2</sup>, WANG Yan<sup>2</sup>, LI Chun-geng<sup>2</sup>

(1. School of Electron & Information Eng., Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116023 China;

2. Information Engineering College, Dalian Maritime University, Dalian Liaoning 116026, China)

**Abstract:** The couplings of probes parallel to the major and minor axes in an elliptic waveguide are discussed by means of dyadic Green's function and reaction principle. The waveguide is semi-infinite. The reflection coefficient at terminal plane is. The mutual impedance is given and plotted.

**Key words:** mutual impedance; probes; elliptic waveguide

### 1 引言

现代波导理论和实验均已证明,椭圆波导比其他截面波导具有更多的优越性,它的功率携带效率因子是最高的,为4698.因此椭圆波导在卫星通信,雷达馈线和加速器中都得到了广泛的应用.

在设计椭圆波导元件时,分析其中的杆状结构是一个重要的问题,而这种问题和探针在部分封闭空间中的辐射-互阻抗问题是等价的.矩形和圆形波导中的这类问题以及椭圆波导中探针的辐射问题,已由许多学者分析过<sup>[1~6]</sup>.本文讨论了椭圆波导中平行于长轴和短轴的探针的互阻抗.与矩形和圆形波导相比,处理椭圆波导中的这类问题要复杂得多.本文的讨论对微波电路、滤波器和特殊天线的设计都是非常有用的.

### 2 并矢格林函数

假设在端面( $z=0$ )反射系数为的半无限长椭圆波导

中有两个任意放置的探针,它们分别处在和 $w$ 轴上.波导中填充空气( $\mu_0, \epsilon_0$ ),如图1所示.直角坐标系和椭圆柱坐标系横向变量之间的关系为

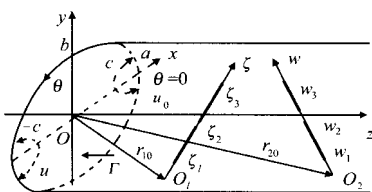


图1 椭圆波导中的二探针

$$x = x(u, v) = c \cosh u \cos v \tag{1}$$

$$y = y(u, v) = c \sinh u \sin v$$

二坐标系单位矢量之间的方向余弦为

$$u \cdot x = \cos v, \quad v \cdot x = -\frac{c}{H} \sinh u \cos v \tag{2}$$

$$u \cdot y = \sin v, \quad v \cdot y = \frac{c}{H} \cosh u \sin v$$

椭圆波导中并矢格林函数  $G$  的表示式为

$$G(r, r') = -\frac{1}{k} \sum_{m,n} (r - r')_{zz} + \frac{1}{2} \sum_{m,n} \frac{1}{\mu^2 k_{\mu} I_{\mu}} \left[ M_{m\mu}(\pm k_{\mu}) M_{m\mu}(\mp k_{\mu}) + M_{m\mu}(+k_{\mu}) M_{m\mu}(+k_{\mu}) \right] + \frac{1}{2} \sum_{m,n} \frac{1}{k I} \left[ N_m(\pm k) N_m(\mp k) - N_m(+k) N_m(+k) \right] \tag{3}$$

在上式中,  $I_{\mu}$  和  $I$  是两个归一化常数,即

$$I_i = \int_0^{u_0} \int_0^{v_0} R_{mi}^2(u) S_{mi}^2(v) H^2 d u d v, \quad i = \mu, \tag{4}$$

$$R_m(u) S_m(v) = \begin{cases} C_{em}(u, c q_{mn}) c e_m(c, c q_{mn}) \\ S_{em}(u, s q_{mn}) s e_m(u, s q_{mn}) \end{cases} \tag{5}$$

对于  $R_{m\mu}(u) S_{m\mu}(v)$ , 只需将上式中的  $q_{mn}$  改为  $q_{m\mu}$ .  $c e_m, s e_m$  和  $C_{em}, S_{em}$  分别是第一类  $m$  阶角向和径向马丢函数,  $q_{mn}$  和  $q_{m\mu}$  分别是第  $m$  阶径向马丢函数及其导数在波导壁  $u = u_0$  处的第  $n$  个参数根. 下标  $c, s$  分别表示偶、奇函数,而下标  $\mu$  对应 E 波,  $\mu$  对应 H 波.  $k = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  是自由空间波数,  $k = (k^2 - \mu^2)^{1/2}$  和  $k_{\mu} = (k^2 - \mu^2)^{1/2}$  分别是椭圆波导中 E 波和 H 波的

波数  $k$  和  $\mu$  分别是 E 波和 H 波的截止波长, 即

$$\begin{aligned} k &= \frac{2}{ae} \sqrt{q_{mn}} \\ \mu &= \frac{2}{ae} \sqrt{q_{mn}} \end{aligned} \quad (6)$$

而  $M$  和  $N$  的表示式为

$$\begin{aligned} M_{m\mu}(\pm k\mu) &= \nabla \times \int z R_{m\mu} S_{m\mu} \exp(\pm jk\mu z) dz \\ N_m(\pm k) &= \frac{1}{k} \nabla \times \nabla \times \int z R_m S_m \exp(\pm jkz) dz \end{aligned} \quad (7)$$

### 3 互阻抗

假设探针 1 的坐标系为  $O_1(x, y, z)$ , 如图 1 所示.  $w_1$  和  $w_3$  是端点坐标,  $w_2$  是馈电点坐标. 在  $O$  系中, 点  $O_1$  的坐标为  $(x_{10}, y_{10}, z_{10}; u_{10}, v_{10}, z_{10})$ . 由于探针很细, 可以假设探针 1 的电流分布为

$$J(x, y, z) = I_1(x, y, z) \quad (8a)$$

$$I_1(x, y, z) = \begin{cases} I_{10} \frac{\sin k(z - z_1)}{\sin k(z_2 - z_1)}, & z_1 \leq z \leq z_2 \\ I_{10} \frac{\sin k(z - z_3)}{\sin k(z_3 - z_2)}, & z_2 \leq z \leq z_3 \end{cases} \quad (8b)$$

式中  $I_{10}$  是馈电点电流值. 探针 1 产生的电场为

$$E_1 = j \mu_0 \int_V G \cdot J_1 dV = j \mu_0 \int_V G \cdot I_1 dz \quad (9)$$

式中的积分是对  $J_1$  所在区域  $V$  进行的.  $(x, y, z) = xs_1 + ys_2 + zs_3$ ,  $(s_1, s_2, s_3)$  为  $(x, y, z)$  的方向余弦.  $(x, y, z)$  的参数方程为

$$\begin{aligned} x &= x_0 + s_1 \\ y &= y_0 + s_2 \\ z &= z_0 + s_3 \end{aligned} \quad (10a)$$

$$u = u(x, y, z) = u(x_0 + s_1, y_0 + s_2, z_0 + s_3) \quad (10b)$$

参看图 1. 假设探针 2 的坐标为  $O_2(w)$ ,  $w_1$  和  $w_3$  是端点坐标,  $w_2$  是馈电点坐标. 在  $O$  系中, 点  $O_2$  的坐标是  $(x_{20}, y_{20}, z_{20}; u_{20}, v_{20}, z_{20})$ . 假设探针 2 上的电流分布类似于探针 1, 即

$$J_2(w) = w I_2(w) \quad (11a)$$

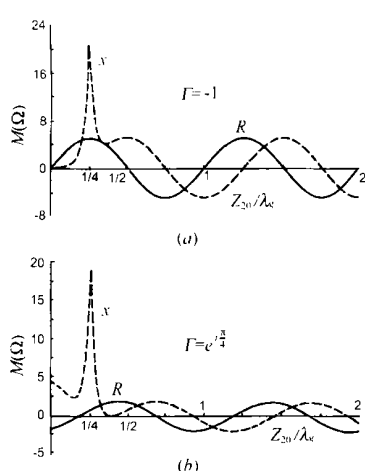


图 3 平行于短轴同侧二探针的互阻抗,  $h_1 = h_2 = 2\text{mm}$

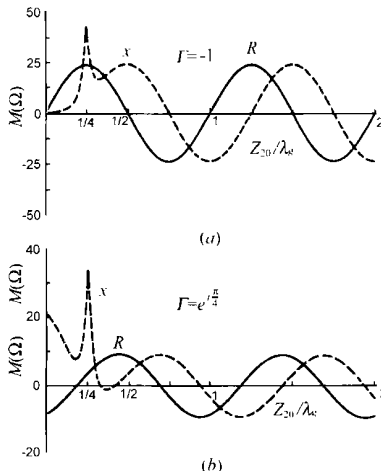


图 4 平行于短轴同侧二探针的互阻抗,  $h_1 = h_2 = 4\text{mm}$

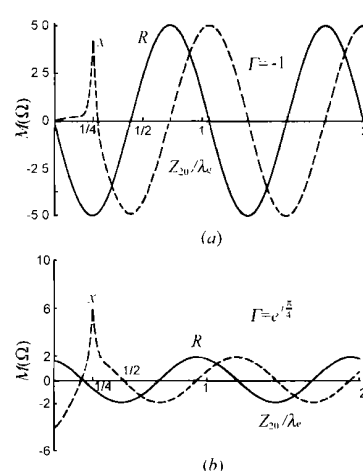


图 6 平行于短轴异侧的二探针的互阻抗,  $h_1 = h_2 = 2\text{mm}$

$$I_2(w) = \begin{cases} I_{20} \frac{\sin k(w - w_1)}{\sin k(w_2 - w_1)}, & w_1 \leq w \leq w_2 \\ I_{20} \frac{\sin k(w_3 - w)}{\sin k(w_3 - w_2)}, & w_2 \leq w \leq w_3 \end{cases} \quad (11b)$$

式中单位矢量  $w = xt_1 + yt_2 + zt_3$ ,  $(t_1, t_2, t_3)$  是  $w$  的方向余弦.  $w$  轴的参数方程为

$$x_w = t_1 w + x_{20}, \quad y_w = t_2 w + y_{20}, \quad z_w = t_3 w + z_{20} \quad (12a)$$

$$u_w = u(w) = u(x_w, y_w), \quad w = (w) = (x_w, y_w) \quad (12b)$$

按照反应原理, 二探针之间的互阻抗为

$$M = - \frac{1}{I_{10} I_{20}} \int_{w_1}^{w_3} E_1 \cdot w I_2(w) / w dw \quad (13)$$

$E_1$  的切向分量为

$$E_1 \cdot w = (t_1 s_{1c} + t_2 s_{2c}) E_u = (-t_1 s_{1c} + t_2 s_{2c}) E + t_3 E_z \quad (14)$$

符号  $|_w$  表示在被积函数中,  $u = u_w, w = w, z = z_w, \dots$  在本文中时间因子为  $\exp(-j\omega t)$ , 因此  $+j$  表示容抗,  $-j$  表示感抗.

### 4 平行于短轴的探针

作为例子, 首先讨论这种应用最多的情况. 两个探针平行于  $y$  轴放置, 如图 2 所示. 探针 1 的馈电点坐标为  $(0, -b, z_{10}; u_0, -v_0/2, z_{10})$ , 方向余弦为  $s_2 = 1, s_1 = s_3 = 0$ ; 探针 2 的参数为  $(0, -b, z_{20}; u_0, v_0/2, z_{20}), t_2 = 1, t_1 = t_3 = 0$ .

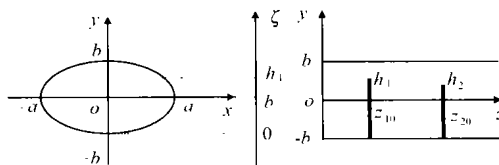


图 2 平行于短轴同侧的二探针

假设波导的长、短轴半径为  $a \times b = 10 \times 6.614378\text{mm}^2$ , 相应的偏心率为  $e = 0.75$ . 选取工作波长为  $28.3809061\text{mm}$ . 在该波导中, 主模  $H_{11}$  的截止波长为  $33.6971154\text{mm}$ , 第一高次模  $H_{21}$  的截止波长为  $23.0646968\text{mm}$ <sup>[7]</sup>. 因此, 只有主模是传播

模,其波导波长为  $\lambda_g = 52.6440292\text{mm}$ ,而高次模均为凋落模.

假设探针的高度为  $h_1 = h_2 = 2\text{mm}$ . 当  $\Gamma = -1$ ,  $z_{10} = \lambda_g/4$  时,互阻抗  $M = E + jX$  随  $z_{20}/\lambda_g$  的变化如图 3 所示. 此时互电阻  $R$  仅仅是由传播模  $c_{H_{11}}$  提供的,呈正弦变化. 互电抗  $X$  是由传播模和凋落模共同提供的,它在探针 1 处(二探针的重合处)出现尖峰(无限大). 虽然二探针重合时互阻抗失去意义,但是经过适当地处理,可以得到单个探针的自阻抗. 因为高次模提供的互阻抗随着二探针间距的增大而指数减少,所以当  $|z_{10} - z_{20}|$  较大时,总的互阻抗主要是由主模  $c_{H_{11}}$  提供的.

在图 3 还绘出了反射系数为  $\Gamma = \exp(j/4)$  (其余参数不变)时的互阻抗曲线. 由于  $\Gamma$  为复数,凋落模不仅提供互电抗,而且还提供互电阻. 和  $\Gamma = -1$  时不同,当探针 2 位于端面附近时,互阻抗不为零.

如果仅将图 3 中探针的尺寸改为  $h_1 = h_2 = 4\text{mm}$ ,其他参数不变,则互阻抗曲线如图 4 所示.

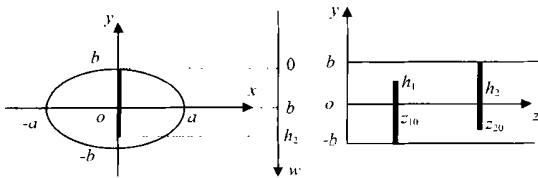


图 5 平行于短轴异侧的二探针

如果探针 2 的馈电点位于相对壁上,如图 5 所示,其参数

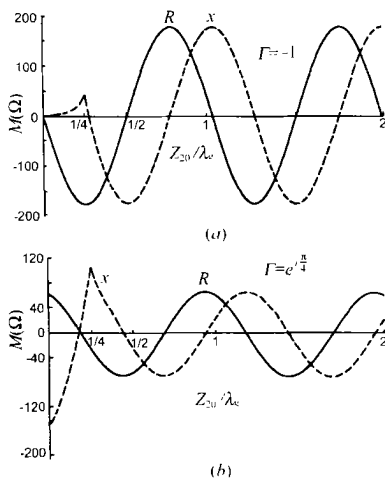


图 7 平行于短轴异侧的二探针的互阻抗,  $h_1 = h_2 = 8\text{mm}$

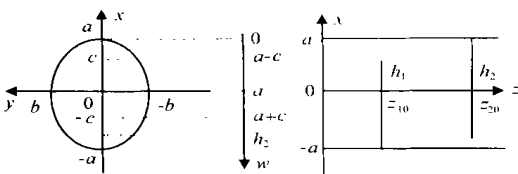


图 10 平行于长轴异侧的二探针

为  $(0, b, z_{20}; u_0, \lambda_g/2, z_{20})$ ,  $t_2 = -1, t_2 = t_3 = 0$ . 当其他参数和图 3 相同时,互阻抗曲线如图 6 所示.

如果仅将探针尺寸改为  $h_1 = h_2 = 8\text{mm}$ ,其他参数不变,则互阻抗曲线如图 7 所示.

### 5 平行于长轴的二探针

二探针平行于  $x$  轴放置,如图 8 所示. 探针 1 的参数为  $(-a, 0, z_{10}; u_0, \lambda_g, z_{10})$ ,  $s_1 = 1, s_2 = s_3 = 0$ . 探针 2 的参数为  $(-a, 0, z_{20}; u_0, \lambda_g, z_{20})$ ,  $t_1 = 1, t_2 = t_3 = 0$ . 选用的波导尺寸及其工作波长和图 4 中相同. 虽然波导可以传播  $c_{H_{11}}$  模,但此时不能激励出这种模. 因此波导中没有传播模,只有凋落模. 图 9 示出了  $h_1 = h_2 = 6\text{mm}$ ,  $z_{10} = 10\text{mm}$ ,  $\Gamma = -1$  和  $\Gamma = \exp(j/4)$  时,  $M = R + jX$  随  $z_{20}$  的变化. 在  $\Gamma = -1$  时,互电阻  $R = 0$ . 在  $z_{20} = z_{10}$  时,互电抗  $X$  为无限大. 随着二探针的远离,  $R$  和  $X$  都按指数趋向零.

如果将探针 2 的馈电点位于相对壁上,如图 10 所示,其参数为  $(a, 0, z_{20}; u_0, \lambda_g, z_{20})$ ,  $t_1 = -1, t_2 = t_3 = 0$ . 当其他参数和图 8 相同时,互阻抗曲线如图 10 所示.

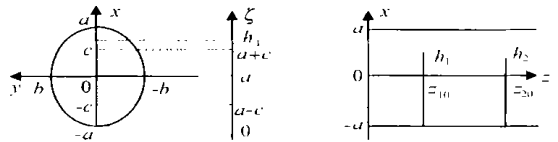


图 8 平行于长轴同侧的二探针

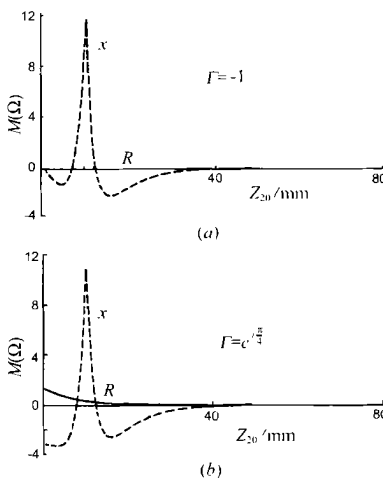


图 9 平行于长轴同侧的二探针的互阻抗,  $h_1 = h_2 = 6\text{mm}$

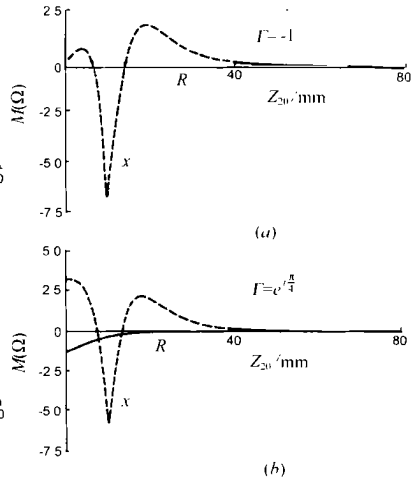


图 11 平行于长轴异侧的二探针的互阻抗,  $h_1 = h_2 = 6\text{mm}$

### 6 结论

本文分析了半无限长椭圆波导中平行于短轴和长轴的二探针之间的互阻抗. 互阻抗不仅依赖于探针的长度、取向和间距,而且还依赖于波导的尺寸、介质特性和端面反射系数. 当  $\Gamma$  为实数时,互电阻是由传播模提供的,而互电抗是由传播模和凋落模共同提供的. 当  $\Gamma$  为复数时,互电阻和互电抗与所有模有关.

与文[4], [6]相比可知,当三种波导中探针的取向相似时,其互阻抗曲线也是相似的.

867.

#### 参考文献:

- [ 1 ] Ittipiboon A Shafai L. Probe mutual impedance in a rectangular waveguide [J]. IEEE Trans. Microwave Theory Tech, 1985, 33(4): 327 - 335.
- [ 2 ] Wang B S. Mutual impedance between probes in a waveguide [J]. IEEE Trans. Microwave Theory Tech, 1988, 36(1): 53 - 60.
- [ 3 ] Wang B S. Mutual impedance between probes in a circular waveguide [J]. IEEE Trans. Microwave Theory Tech, 1989, 37(6): 1006 - 1011.
- [ 4 ] 王百锁. 矩形波导中线天线的辐射和互阻抗[J]. 电子学报, 1990, 18(6): 47 - 55.
- [ 5 ] 王百锁. 椭圆波导中探针天线的辐射[J]. 通信学报, 1990, 11(4): 33 - 42.
- [ 6 ] 王百锁, 赵丽宁. 圆形波导中线天线的辐射和互阻抗[J]. 电子学报, 1993, 21(3): 50 - 57.
- [ 7 ] Li S, Wang B S. Field expressions and patterns in the elliptical waveguide [J]. IEEE, Trans. Microwave Theory Tech, 2000, 48(5): 864 -

#### 作者简介:



王百锁 男, 1941 年生于山西万荣, 教授, 1964 年毕业于南开大学物理系, 主要从事电磁场理论, 微波技术, 小波分析等方面的教学和科研工作.



李 森 女, 1973 年生于辽宁盖州, 1998 年在大连海事大学获“通信与信息系统”硕士学位, 主要从事微波技术和信号处理等方面的教学和科研工作.