

多维分配的剪枝法及其在无源探测跟踪中的应用

叶西宁¹, 潘泉¹, 程咏梅¹, 康伟², 张洪才¹

(11 西北工业大学自动控制系, 陕西西安 710072; 21 联想集团公司深圳分公司, 广东深圳 518087)

摘要: 本文通过对多维分配问题的数学模型进行分析, 利用代价矩阵所提供的信息对解矩阵进行变换, 提出了多维分配问题的剪枝法求解方法, 给出了该算法的理论证明分析, 对其剪枝机理进行了分析说明, 对具体的求解步骤进行了描述, 并将其应用于无源探测跟踪中. 该方法对分配问题的维数没有任何限制, 对无源探测设备的数目没有特殊要求, 为无源探测跟踪技术提供了一种新的有效方法.

关键词: 多维分配; 剪枝法; 无源探测; 跟踪; 解矩阵

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 06-0842-04

A Pruning Algorithm of Multi-Dimension Assignment Problem and Its Application in Passive Target Detection

YE Xining¹, PAN Quan¹, CHENG Yongmei¹, KANG Wei², ZHANG Hongcai¹

(11 Dept. of Automatic Control, Northwestern Polytechnic University, Xi'an, Shaanxi 710072, China;

21 Shenzhen Company of Legend Group Company, Shenzhen, Guangdong 518087, China)

Abstract: On the basis of analyzing the mathematic model of the multi-dimension assignment problem, we propose a pruning algorithm of multi-dimension assignment problem by transforming the solution matrix using corresponding cost matrix, and give its theory proving analysis. And next, we analyze the mechanism of the pruning algorithm, describe its solving process and apply it into passive target detection tracking. Moreover, the algorithm can be applied to every-dimension optimal assignment problem and has not special restriction of the number of passive target detection equipment. The algorithm provides a new effective way for passive target detection technology.

Key words: multi-dimension assignment; pruning algorithm; passive target detection; tracking; solution matrix

1 引言

有源探测需向空中辐射大功率的电磁波, 信号易被敌方侦察、截获, 因而易遭受电子干扰和反辐射导弹的袭击. 这些先天性缺陷, 使得有源探测设备在技术水平日益提高的电子干扰、反辐射导弹、隐身飞机和低空超低空突防等四大威胁面前面临严重的生存危机. 而无源探测由于本身不辐射任何能量, 因而隐蔽性好, 不可能被敌方侦察和定位, 无从实施干扰和攻击, 增强了机载电子系统的整体抗干扰能力^[1]. 尤其是近二十年来, 一些高新技术的不断涌现和迅猛发展, 为无源探测理论和技术注入了许多全新的概念, 使无源探测成为今后一段时间内各国进行电子战、信息战的主要技术手段之一.

数据关联是无源探测跟踪中的一个关键问题, 也是一个难题. 无源探测跟踪分为单站跟踪和多站跟踪^[2,3], 若用双站跟踪单目标, 则可以利用几何关系方便地求得目标的位置. 然而若用多站跟踪多目标, 则会产生大量的鬼点. 因此研究无源探测跟踪中利用多站跟踪多目标情况下的数据关联就非常

重要. 而利用多站无源探测设备对多目标进行跟踪时, 数据之间的关联通常有两种策略, 一种是沿用单站多目标数据关联算法, 分别完成各站数据与目标的关联, 间接实现多站数据之间的关联. 另一种是根据各站数据之间的接近程度, 直接考虑站与站数据之间的关联. 对于多站无源探测跟踪来说, 由于量测维数较低, 单站数据与目标的关联效果不好, 所以本文考虑后一种数据关联方式.

Yaakov 等学者将多站多目标数据关联描述为多维分配问题^[4-7], 用穷举法求其最优解是 NP 难题, 计算复杂性随问题维数的增加呈指数增长. 其它最优算法还有匈牙利算法、0-1 规划法、分枝限界法等多种方法. 由于匈牙利算法需要不断地作判断与标记, 不易计算机实现. 而将 0-1 规划法用于求解多维分配问题, 未考虑问题的特殊性, 有额外的计算量. 这些方法的计算机实现均相对复杂. 次优算法有拉格朗日松弛法^[7]等, 这些算法得到的均为近似最优解.

本文通过对多维分配问题的数学模型进行分析, 利用代价矩阵所提供的信息对解矩阵进行变换, 提出了多维分配问

题的剪枝0求解方法,给出了该算法的理论证明,对其剪枝0机理进行了分析说明,并将其应用于无源探测跟踪中.该方法通过剪枝0可以迅速缩小可行解空间以便求得最优解,对分配问题的维数没有任何限制,对无源探测设备的数目没有特殊要求,为无源探测跟踪技术提供了一种新的有效方法.

2 数学模型

不失一般性,以传感器数目等于3的情况为例,其数学模型可描述如下^[4-7]:

代价函数为:

$$J_{CI\#}^*(C, C) = \min_{CI\#} J(C, C) \quad (1a)$$

$$J(C, C) = \prod_{i_1=0}^{n_1} \prod_{i_2=0}^{n_2} \prod_{i_3=0}^{n_3} c_{i_1 i_2 i_3} Q_{i_1 i_2 i_3} \quad (1b)$$

受如下约束:

$$\prod_{i_1=0}^{n_1} \prod_{i_2=0}^{n_2} Q_{i_1 i_2 i_3} = 1, \quad i_3 = 1, 2, \dots, n_3 \quad (2a)$$

$$\prod_{i_3=0}^{n_3} \prod_{i_1=0}^{n_1} Q_{i_1 i_2 i_3} = 1, \quad i_2 = 1, 2, \dots, n_2 \quad (2b)$$

$$\prod_{i_2=0}^{n_2} \prod_{i_3=0}^{n_3} Q_{i_1 i_2 i_3} = 1, \quad i_1 = 1, 2, \dots, n_1 \quad (2c)$$

其中

$C = [c_{i_1 i_2 i_3}]$ 为代价矩阵, C 中元素的含义是量测之间关联的代价值,代价值是根据实际情况而设定的.其设定原则是:关联概率越大,代价值越小; $J(C, C)$ 为性能函数.

$$Q_{i_1 i_2 i_3} = \begin{cases} 1, & Z_{i_1 i_2 i_3} \in I \\ 0, & Z_{i_1 i_2 i_3} \in C \end{cases} \quad i_s = 0, 1, 2, \dots, n_s; s = 1, 2, 3$$

为解矩阵中的元素.

$C = \{Z_i, Z_i\}$ 是把量测集 Z 分成两个子集的一个可行分割, $\# = \{C\}$ 是所有可行分割的集合^[7].

3 主要定理及说明

首先给出一些符号标记,以便于后面定理的叙述与证明.

11 记 $\#_1 = \{C | Q_{qk} = 1\}$, $\#_2 = \{C | Q_{qm} = 1\}$, $\#_1, \#_2 < \#$ ^[9]. $\#_1, \#_2$ 分别表示在 $Q_{qk} = 1, Q_{qm} = 1$ 条件下可行分割的集合.

2. $P_{k, m} = 1, 2, \dots, n_3, k \times m$, 记 $E_1 = \min_{CI\#_1} J(C, C) - c_{qk}$
 $= J_{CI\#_1}^*(C_1, C), E_2 = \min_{CI\#_2} J(C, C) - c_{qm} = J_{CI\#_2}^*(C_2, C)$. 其中 l, q 为矩阵的下标, $(l, q) = \arg \max_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m})$ 或 $(l, q) = \arg \min_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m}), i_1 = 1, 2, \dots, n_1, i_2 = 1, 2, \dots, n_2, l \in \{i_1\}, q \in \{i_2\}$.

$$C_1 = \{c_{i_1 i_2 i_3} | i_1 = 1, \dots, n_1, i_1 \times l; i_2 = 1, \dots, n_2, i_2 \times q; i_3 = 1, \dots, n_3, i_3 \times k$$

$$C_2 = \{c_{i_1 i_2 i_3} | i_1 = 1, \dots, n_1, i_1 \times l; i_2 = 1, \dots, n_2, i_2 \times q; i_3 = 1, \dots, n_3, i_3 \times k$$

然后给出几个定理,引理是为定理1.2的证明提出的,而定理1.2是用于剪枝0的.所有定理的证明见附录.

引理 将 $c_{i_1 i_2 i_3}$ 看成是下标 i_1, i_2, i_3 的函数,若 $(l, q) =$

$\arg \min_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m}), k \times m; i_1 = 1, 2, \dots, n_1; i_2 = 1, 2, \dots, n_2; i_3, k, m = 1, 2, \dots, n_3; l \in \{i_1\}, q \in \{i_2\}$, 则 $E_2 - E_1 [c_{qk} - c_{qm}] = \min_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m})$; 若 $(l, q) = \arg \max_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m}), k \times m; i_1 = 1, 2, \dots, n_1; i_2 = 1, 2, \dots, n_2; i_3, k, m = 1, 2, \dots, n_3; l \in \{i_1\}, q \in \{i_2\}$, 则 $E_1 - E_2 [c_{qm} - c_{qk}] = \max_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m})$.

定理1 将 $c_{i_1 i_2 i_3}$ 看成是下标 i_1, i_2, i_3 的函数,若 $(l, q) = \arg \min_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m}), k \times m; i_1 = 1, 2, \dots, n_1; i_2 = 1, 2, \dots, n_2; i_3, k, m = 1, 2, \dots, n_3; l \in \{i_1\}, q \in \{i_2\}$, 则在最优解中有: $Q_{qk} = 0$.

通过该定理,可将可行解中 $Q_{qk} = 0$ 的枝条剪掉,使可行解空间逐渐缩小.

定理2 将 $c_{i_1 i_2 i_3}$ 看成是下标 i_1, i_2, i_3 的函数,若 $(l, q) = \arg \max_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m}), k \times m; i_1 = 1, 2, \dots, n_1; i_2 = 1, 2, \dots, n_2; i_3, k, m = 1, 2, \dots, n_3; l \in \{i_1\}, q \in \{i_2\}$, 则在最优解中有: $Q_{qm} = 0$.

通过该定理,可剪掉 $Q_{qm} = 0$ 的枝条,使可行解空间进一步缩小.

4 求解步骤

11 初始化解矩阵中的元素 $Q_{i_1 i_2 i_3} = 1, i_s = 0, 1, 2, \dots, n_s, s = 1, 2, 3$.

21 计算 $(l_1, q_2)_{k, m} = \arg \min_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m}), k, m = 1, 2, \dots, n_3, k \times m$, 令 $Q_{l_1 q_2 k} = 0$. 若 $Q_{l_1 q_2 m} = 0$, 再计算 $(l_2, q_2)_{k, m} = \arg \min_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m})$, 令 $Q_{l_2 q_2 k} = 0$. 若 $Q_{l_2 q_2 m}$ 也为0, 可以再计算 $(l_3, q_2)_{k, m} = \arg \min_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m})$, 并且令 $Q_{l_3 q_2 k} = 0$.

这个过程一直进行下去,直到条件不满足.即依据定理1,将可行解中 $Q_{qk} = 0$ 的枝条剪掉,使可行解空间逐渐缩小.

31 计算 $(l_1, q_2)_{k, m} = \arg \max_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m}), k, m = 1, 2, \dots, n_3, k \times m$, 令 $Q_{l_1 q_2 m} = 0$. 若 $Q_{l_1 q_2 k} = 0$, 再计算 $(l_1, q_2)_{k, m} = \arg \max_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m})$, 令 $Q_{l_1 q_2 m} = 0$. 若 $Q_{l_1 q_2 k}$ 也为0, 可以再计算 $(l_1, q_2)_{k, m} = \arg \max_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m})$, 并且令 $Q_{l_1 q_2 m} = 0$.

这个过程一直进行下去,直到条件不满足.即依据定理2,剪掉 $Q_{qm} = 0$ 的枝条,使可行解空间进一步缩小.

41 再对另外 i_2, i_1 下标,分别进行步骤2.3的剪枝0过程.

51 若 $Q_{qm} = 1$, 且 $\prod_{i_1=0}^{n_1} \prod_{i_2=0}^{n_2} Q_{i_1 i_2 m} = 1$, 则令 $Q_{qk} = 0, k \times m$; 然后对另外 i_2, i_1 下标进行同样的过程.

由于以上操作是在矩阵的某一下标的不同值之间进行的,规律性较强,易于用循环实现,所以可使可行解空间迅速缩小.

61 如果 $Q_{i_1 i_2 i_3}$ 满足约束条件(2), 则此时的解为最优可行

解, 求解完毕.

7) 如果 $Q_{i_1 i_2 i_3}$ 不满足约束条件(2), 但 $\sum_{i_1=0}^{n_1} \sum_{i_2=0}^{n_2} \sum_{i_3=0}^{n_3} Q_{i_1 i_2 i_3}$ 比

进行步骤 2 以前小, 回到步骤 2, 直至 $\sum_{i_1=0}^{n_1} \sum_{i_2=0}^{n_2} \sum_{i_3=0}^{n_3} Q_{i_1 i_2 i_3}$ 不会再减小为止.

利用这种方法, 可以在不丢失最优解的前提下将可行解的范围逐步缩小, 迅速得到最优解, 即使得不到最优解, 也可将可行解缩小到一个很小的范围内, 以便于求得最优解. 由上面的求解过程可以看出, 该方法对分配问题的维数(即无源探测的站数)没有限制.

5 / 剪枝0机理分析

/ 剪枝0 法的 剪枝0 机理是根据局部信息, 逐次剪掉可行解空间中的不可能解枝条, 缩小可行解范围, 以求求得最优解.

下面以二维分配问题来分析这种算法的机理. 为便于理解, 假设测量值是目标的二维直角坐标, 横轴为 X 坐标, 纵轴为 Y 坐标, 单位均假设为公里(km), 代价矩阵中的元素为所有点两两之间的距离值, 性能指标是距离和最小.

在图 1 中, a1~ a10 是第 1 组 10 个目标的位置, b1~ b10 是第 2 组 10 个目标的位置. 下面我们利用仿真图对该算法的 / 剪枝0 机理进行分析说明, 图的顺序为从 (a) 到 (d), (a) 表示两组点的结构分布及处理前的所有可能关联; (b) 表示执行一遍 / 剪枝0 过程后的可能关联图, 从图中可以看出, 该遍 / 剪枝0 过程剪掉了图 1(a) 中的许多枝条; (c) 为执行完 / 剪枝0 过程后最后所剩的可行解. (d) 为最后得到的最优解, 也就是两组点的最优关联.

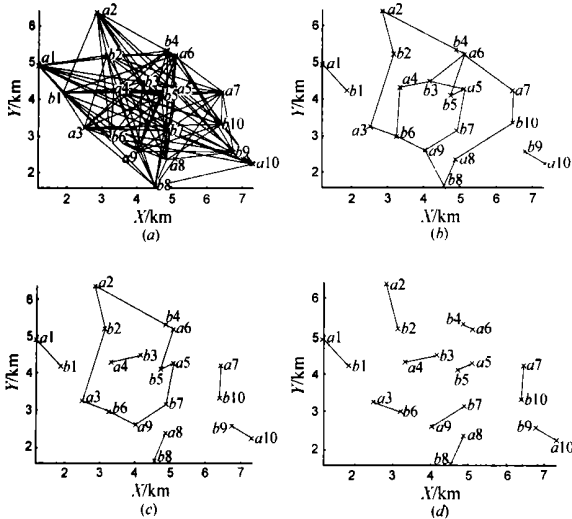


图 1 / 剪枝0 方法机理分析图

6 跟踪仿真分析

按照本文介绍的数据关联算法对数据进行分配, 然后送入融合中心, 采用集中综合方法进行融合, 可以完成多站多目

标跟踪. 这里考虑用三个无源探测系统跟踪两个目标的情况, 研究匀速运动, 进行 Monte Carlo 仿真, 仿真曲线见图 2.

采用 CV 模型、集中综合法、伪线性卡尔曼滤波.

目标 1 的初始位置为 $x_{10} = -10\text{km}$, $y_{20} = 50\text{km}$, 速度为 $v_{1x0} = 0.13\text{km/s}$, $v_{1y0} = -0.1\text{km/s}$; 目标 2 的初始位置为 $x_{20} = -10\text{km}$, $y_{20} = 40\text{km}$, 速度为 $v_{2x0} = v_{1x0}$, $v_{2y0} = -v_{1y0}$. 采样时间 $T = 1\text{s}$.

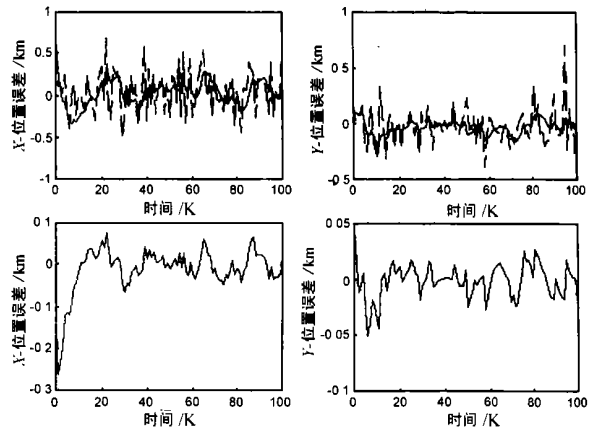


图 2(a) 目标 1 的匀速运动跟踪误差曲线

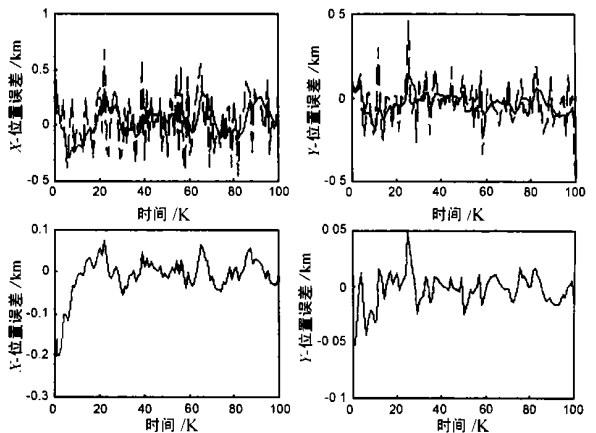


图 2(b) 目标 2 的匀速运动跟踪误差曲线

图 2(a) 和图 2(b) 分别表示无杂波环境下目标 1、目标 2 的误差曲线. 图中, 实线为目标滤波值误差曲线, 虚线为目标量测误差曲线, 由于时间是离散的, 所以用 K 表示.

7 结论

无源探测跟踪技术, 以其抗干扰能力强、隐蔽性好的突出特点受到世界各国跟踪界的高度重视. 而无源探测跟踪中的数据关联一直是一个难于解决的问题, 该问题被一些学者描述为多维分配问题. 本文针对该问题提出了 / 剪枝0 求解方法, 并将其应用于无源探测跟踪中. 该方法与分配问题的其它最优解法相比, 可以通过 / 剪枝0 迅速缩小可行解空间以便求得最优解, 没有遍历所有的可行解空间, 计算量较小, 易于编程实现, 且对分配问题的维数没有任何限制, 对无源探测站的数目没有特殊要求, 是更有效的一种方法, 给无源探测跟踪技术提供了一种新的方法, 有着广泛的应用前景.

附录 定理的证明

第 3 节引理的证明

根据公式(1)及已知条件,显然有:

$$J_{c1\#1}^*(C_1, C) + c_{kk} \setminus J_{c1\#}^*(C, C) \tag{A1}$$

和 $J_{c1\#2}^*(C_2, C) + c_{qm} \setminus J_{c1\#}^*(C, C) \tag{A2}$

两式相减并整理可得:

$$J_{c1\#1}^*(C_1, C) - J_{c1\#2}^*(C_2, C) \setminus c_{qm} - c_{kk} \tag{A3}$$

或 $J_{c1\#1}^*(C_1, C) - J_{c1\#2}^*(C_2, C) [c_{qm} - c_{kk}] \tag{A4}$

将已知条件(1, q) = arg min(c_{i₁i₂k} - c_{i₁i₂m})

代入(A13)式并整理可得:

$$E_2 - E_1 [c_{kk} - c_{qm}] = \min_{i_1, i_2} c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m} \tag{A5}$$

同理可得 $E_1 - E_2 [c_{qm} - c_{kk}] = \max_{i_1, i_2} (c_{i_1 i_2 k} - c_{i_1 i_2 m}) \tag{A6}$

第 4 节定理 1 的证明

令 $\gamma = \min_{c1\#1} J(C, C) - \min_{c1\#2} J(C, C)$
 $= c_{kk} - c_{qm} - (E_2 - E_1) \tag{A7}$

将(1, q) = arg min(c_{i₁i₂k} - c_{i₁i₂m}) 及(A5)代入(A7)可得:

$$\gamma \setminus c_{kk} - c_{qm} - (c_{kk} - c_{qm}) = 0 \tag{A8}$$

故得 $J_{c1\#1}^*(C, C) \setminus J_{c1\#2}^*(C, C) \tag{A9}$

也就是说,在 Q_{kk} = 1 条件下的最优值不是全局最优值,所以在最优解中有: Q_{kk} = 0.

总结定理 1 和定理 2 的结论,其物理意义是:利用代价矩阵所提供的信息对解矩阵进行变换,将可行解空间中不可能存在的解枝条剪掉,使可行解空间逐步缩小到最小,以便求得最优解.

参考文献:

[1] 张小义. 机载无源测向交叉定位系统中消除系统误差的一种方法[J]. 航空电子技术, 2002, 33(1): 16- 19.

[2] 丁振, 潘泉, 张洪才, 戴冠中. 多站被动式跟踪自适应融合算法[J]. 西北工业大学学报, 1997, 15(4): 570- 574.
[3] 潘泉, 戴冠中, 张洪才. 被动式跟踪可观测性分析的非线性系统方法[J]. 信息与控制, 1997, 26(3): 168- 173.
[4] Deb, Somnath, et al. A generalized S2D assignment algorithm for mult2 senso2multitarget state estimate [J]. IEEE Trans, 1997, AES233(2): 523- 538.
[5] Y Ba2shalom, et al. Multitarge2Multisensor Tracking: Principles and Techniques[M]. Storrs, CT: YBS, 1995: 500- 527.
[6] Robert L. Popp, et al. n2Best S2D assignment algorithm with applica2 tion to multitarget tracking [J]. IEEE Trans, 2001, AES237(1): 22- 37.
[7] Krishna R Pattipati, et al. A new relaxation algorithm and passive ser2 sor data association [J]. IEEE Trans, 1992, AC237(2): 198- 213.
[8] 康伟. 多传感器多目标跟踪数据融合技术研究[D]. 西安: 西北工业大学研究生院, 1999.

作者简介:



叶西宁 女, 1968 年 8 月生于陕西蒲城, 1988 年毕业于西安航空工业技术专科学校, 获专科学历, 1999 年毕业于西安石油学院机械系, 获硕士学位, 现为西北工业大学自控系控制理论与控制工程专业博士生, 已在学术期刊及会议上发表论文 7 篇, 获部级科技进步二等奖一项, 现主要研究方向有: 信息融合, 智能控制等.



潘泉 男, 1961 年 8 月生于上海, 1982 年毕业于华中工学院(现华中科技大学)自控系, 获学士学位, 1991 年毕业于西北工业大学自控系, 获硕士学位, 并留校从事教学科研工作, 1997 年在西北工业大学获博士学位, 现为西北工业大学自控系教授, 博士生导师, 任国际信息融合协会(ISIF)会员等职, 先后发表论文百余篇, 获国家及省部级以上奖励 6 项, 主要研究方向有: 自适应系统的建模、估计与控制, 信息融合, C¹, 小波理论及应用, 多尺度系统理论等.