

减小非同步取样中频谱泄漏的迭代算法

陈隆道, 陈云

(浙江大学电气工程学院, 浙江杭州 310027)

摘要: 由于很难实现真正意义上的同步取样, 频谱泄漏似乎不可避免. 针对周期信号分析中的频谱泄漏问题, 本文提出了一种基于 FFT 的迭代算法, 用此算法可以使频谱泄漏大幅减小甚至消除. 而这种方法并不需要增加单个周期内的取样点数, 也不需要几个或更多周期的取样数据. 这一算法只需对原有取样数据进行迭代运算, 从而得到比较真实的频谱, 因此, 具有较大的实用价值.

关键词: 非同步取样; 频谱泄漏; 迭代算法

中图分类号: TN911. 7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 06-0947-04

An Iterative Algorithm for Reducing Spectrum Leakage in Asynchronous Sampling

CHEN Long-dao, CHEN Yun

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract: In a sense, the spectrum leakage is inevitable in asynchronous sampling. A FFT-based iterative algorithm is presented in this paper to solve the problem of spectrum leakage on analyzing periodical signal. The leakage will be reduced sufficiently, and so much as to be eliminated when put to use. The algorithm can be easily applied to determinate accurately the amplitude, the phase of the harmonic component of a distorted signal, and doesn't need more sampling-data. It approaches the accurate amplitude and the phase only by the analysis of the distorted amplitude and phase and has its better theoretical and practical importance.

Key words: asynchronous sampling; spectrum leakage; iterative algorithm

1 引言

对周期性过程信号的数字化高精度分析, 由于取样的非同步, 不仅可以导致时域参量的截断误差, 也会带来严重的频谱泄漏误差^[1]. 非同步取样数据的同步化算法^[2]、准同步算法^[3]、加窗和插值^[4]等算法, 都是为了尽可能地减少这些误差, 使其参量的测量和分析达到较高的准确度.

由于数字化测试系统中定时标尺的有限分辨率, 一般而言, 取样不可能做到真正意义上的同步. 但是, 非同步取样数据与同步取样数据之间必然存在着一定的联系^[5~7]. 本文试图用同步取样序列和一个误差项来表示非同步取样序列, 提出了一个基于 FFT 的迭代公式. 通过对非同步取样参量的迭代, 使其逐步逼近同步取样参量. 本文重点是从周期性过程信号频谱分析的角度, 以使频谱泄漏大幅减小甚至消除. 以下分同步取样和非同步取样两部分来讨论上述的这种联系.

本文的第 2 节对同步取样进行了一些必要的分析, 为第 3 节的叙述和推导做了适当的铺垫. 第 3 节为公式的推导, 得出了非同步取样时的迭代公式. 第 4 节证明了导出的迭代公式是收敛的. 第 3 节中公式推导之前曾作了一个定性的假设, 即“ T 远小于 T_0 ”, 但是 T 跟 T_0 的比值到底要多小公式才

成立? 第 5 节着重解决了这个问题. 最后是仿真结果和结论.

2 同步取样

对一个含谐波的周期信号: $f(t) = \sum_{k=-l}^l C(k) e^{jk\omega_0 t}$ (最高谐波次数为 l , 即 $C(k) = 0 (k < -l \text{ or } k > l)$), 基波周期为 T_0 , 频率为 ω_0 . 取样点数为 $N (N > 2l + 1$ 设 N 为偶数), 取样周期为 T_1 , 取样频率为 ω_1 .

若在同步取样的情况下 ($NT_1 = T_0$), 取样数据序列为

$$y(-\frac{N}{2}), y(-\frac{N}{2} + 1), \dots, y(\frac{N}{2} - 1).$$

那么有这样的关系式:

$$T(k) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} y(n) e^{\frac{jkn}{N}}, \quad k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (1)$$

$$y(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} T(n) e^{\frac{jkn}{N}}, \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (2)$$

以上两式中 $T(k) = C(k)$, $k = -N/2, \dots, N/2 - 1$.

也就是说, 同步取样之后经过 FT 运算得到的系数 $T(k)$ 等于实际值 $C(k)$.

这样,信号 $f(t)$ 就可以表示成:

$$f(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} T(k) e^{jk_0 t}, \quad k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (3)$$

那么, $f(t)$ 的一阶导数为:

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{j_0}{N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} kT(k) e^{jk_0 t}, \quad k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (4)$$

由上式得到信号 $f(t)$ 在第 n 点 ($t = n \frac{T_0}{N}$) 的导数是:

$$\left. \frac{df(t)}{dt} \right|_{t=n \frac{T_0}{N}} = \frac{j_0}{N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} kT(k) e^{j \frac{k_0}{N} n T_0}, \quad k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (5)$$

3 非同步取样

若为非同步取样 ($NT_1 = T_0 + T$), 其取样序列为:

$$y(-\frac{N}{2}), y(-\frac{N}{2}+1), \dots, y(\frac{N}{2}-1),$$

同样有:

$$T(k) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} y(n) e^{-\frac{j_0}{N} kn}, \quad k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (6)$$

非同步取样序列 $y(n)$ 与同步取样序列 $y(n)$ 自然是不相等的, 但考虑到 T 远小于 T_0 , 可以把式(6)中的 $y(n)$ 用 $y(n)$ 及在该点的一阶导数近似表示:

$$y(n) = F(T) \left|_{t=n \frac{T_0+T}{N}} f(t) \right|_{t=n \frac{T_0}{N}} + \frac{df(t)}{dt} \Big|_{t=n \frac{T_0}{N}} \times n \frac{T}{N} \\ = y(n) + j_0 T \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \frac{mT(m)}{N^2} e^{j^2 \frac{m}{N} n T} \quad (7)$$

这样就把非同步取样数据 $y(n)$ 表示成了同步取样数据

$$y(n) \text{ 和一个误差项 } j_0 T \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \frac{mT(m)}{N^2} e^{j^2 \frac{m}{N} n T} \text{ 之和.}$$

把式(7)代入式(6)得到 $T(k)$ 和 $T(k)$ 有如下关系:

$$T(k) = T(k) + \frac{j_0 T}{N^2} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \left[n \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} mT(m) e^{j^2 mn} \right] e^{-j^2 kn}, \\ k = -N/2, \dots, N/2-1 \quad (8)$$

其中, $T(k)$: 各次谐波的实际系数; $T(k)$: 各次谐波的计算系数; N : 取样点数 $d=2l+1$, l 为最高次谐波; ω_0 : 基波角频率; T_0 : 基波周期; ω_1 : 取样角频率; T_1 : 取样周期; T 满足: $NT_1 = T_0 + T$.

式(8)中 $T(k)$ 是未知量, 而 $T(k)$ 为已知. 由此式容易看出信号的实际频谱 $T(k)$ 和有泄漏的频谱 $T(k)$ 存在着一种确定的关系, 但由式(8)很难直接把 $T(k)$ 解出来. 因此, 设想是否存在一个迭代式, 使得上式的迭代结果趋近于实际值. 事实上, 这样的迭代式是存在的:

$$T_{h+1}(k) = T(k) - \frac{j_0 T}{N^2} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \left[n \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} mP_h(m) e^{j^2 mn} \right] e^{-j^2 kn},$$

$$k = -N/2, \dots, N/2-1 \quad (9)$$

其中: $T_0(m) = T(k)$, $A = -\frac{j_0 T}{N^2}$

$$P_h(k) = \begin{cases} T_h(k) + \frac{1}{d} \left(\sum_{k=-\frac{N}{2}}^{-l-1} T_h(k) + \sum_{k=l+1}^{\frac{N}{2}-1} T_h(k) \right), \\ k = -l, \dots, l \\ 0, \quad -\frac{N}{2} < k < -l \text{ 和 } l < k < \frac{N}{2}-1 \end{cases} \quad (10)$$

对于式(9), 我们希望能有 $\lim_h T_h(k) = T(k)$, 也即 $T_h(k)$ 收敛于 $T(k)$. 从下文的论述(即收敛性的证明)可以看出, 一定条件下, 式(9)具有一个很好的特性 - 收敛性.

另外, 有一点需要说明的是, 之所以在式(9)中除外 $T_h(k)$ 又引入 $p_h(k)$, 只是为了得到一个较好的收敛区间. 事实上, 也可以不引入 $p_h(k)$, 这样得到的迭代式如下:

$$T_{h+1}(k) = T(k) - \frac{j_0 T}{N^2} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \left[n \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} mT_h(m) e^{j^2 mn} \right] e^{-j^2 kn}, \\ k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (11)$$

但由此式推得的收敛区间远比式(9)小.

4 收敛性的证明

设: $h(k) = T_h(k) - T(k)$, $h(k) = P_h(k) - T(k)$ 则式(9) - (8)得到:

$$h_{h+1}(k) = -\frac{j_0 T}{N^2} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \left[n \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} m h(m) e^{j^2 mn} \right] e^{-j^2 kn} \\ = jA \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \left[n \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} mT_h(m) e^{j^2 mn} \right] e^{-j^2 kn}, \\ k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (12)$$

对上式两边取模:

$$|h_{h+1}(k)| = \left| jA \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \left[n \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} m h(m) e^{j^2 mn} \right] e^{-j^2 kn} \right| \\ |A| \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} n \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |m h(m)| < |A| \frac{N^2}{4} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h(m)| \\ \frac{N^3}{4} |A| \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h(k)| < \frac{N^3}{4} |A| \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h(k)| \quad (13)$$

所以, N 项误差和:

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h_{+1}(k)| &< \frac{N^3}{4} |A| \lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h(m)| \\ &= \frac{N^2 w_0 |T|}{4} \lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h(k)| \end{aligned} \quad (14)$$

若令 $\frac{N^2 w_0 |T|}{4}$, 显然有:

$$\lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h(k)| < \lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h_{-1}(k)| < \lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |o(k)| \quad (15)$$

所以:

$$\lim_h \lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h(k)| \left(\lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |o(k)| \right) \lim_h h = 0 \quad (16)$$

($|T| < \frac{4}{N^2 w_0}$, 即 $\frac{N^2 w_0 |T|}{4} < 1$) 也即:

$$\lim_h T_h(k) = T(k), \quad |T| < \frac{4}{N^2 w_0}, \text{ 即 } < 1 \quad (17)$$

本节的目的是证明迭代式是收敛的. 但显然可以看出, 上述的收敛区间 $|T| < 4/N^2 w_0$ 是太小了, 没有很大的实用意义. 在此文的下一部分给出了一个相对较大的收敛区间, 具有较大实际应用价值.

5 收敛区间

若令 $d = 2l + 1$, 即可得到如下的不等式(证明略):

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h(k)|^2 &< \lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h_{-1}(k)|^2 < \lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |o(k)|^2, \\ &= d^3/4N^2 (|T/T_1|)^2 < 1 \end{aligned} \quad (18)$$

所以:

$$\begin{aligned} \lim_h \lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |h(k)|^2 \left(\lim_{k \rightarrow -\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |o(k)|^2 \right) \lim_h h &= 0, \\ &= d^3/4N^2 (|T/T_1|)^2 < 1 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{即: } \lim_h T_h(k) = T(k), \quad = \frac{d^3}{4N^2} \left(\frac{T}{T_1} \right) < 1 \quad (20)$$

从上式可以看出: 只要 $|T/T_0| = |T/NT_1| < 2/d^{3/2}$, 经过几次迭代之后, 得到的结果就会逼近实际幅值.

事实上, 由于公式中存在大量的累加, 和式中有很大一部分值可以相互抵消, 从而使得 $|T/T_0|$ 在远大于 1 即 $|T/T_0| \gg 2/d^{3/2}$ 的情况下存在: $\min_h T_h(k) = T(k)$. 对此, 笔者在计算机上已进行的大量的仿真计算都证明了这一特性.

$T_0(k)$ 的选取与收敛结果无关, 它可以任意选取(假如全选为 0, 那么经一次迭代 $T_1(k) = T(k)$). 但为了使迭代结果更迅速地逼近真值, 我们一般采用与实际幅值相差不是非常大的 $T(k)$, 当然也可以选用其他方法得到的更接近真值的数据(如用自适应算法^[8]得到的数值).

6 仿真结果与结论

若分别取 $|T|/T_0 = 0.01$ 和 $|T|/T_0 = 0.04$, 仿真结果如表 1 和表 2 所示. 从仿真结果可看出, 本文提出的迭代公式是正确且切实可行的. 在 T 已知的情况下, 用此公式可消除几乎所有的泄漏; 即使不能得到准确的 T , 也可大幅度地减小泄漏.

仿真过程还表明, 此公式具有呈平方收敛性, 因而有较高地收敛速度. 另外, 需要提及的是, 式(9)的运算量不是很大, 迭代过程的运算量只相当于 $3l/N < 1.5$ 个 FFT 的运算量(鉴于篇幅的限制以及本文的目的, 我们只给出了结果, 而没有涉及证明过程).

表 1 | $|T|/T_0 = 0.01$ 时的仿真结果

谐波次数	谐波真值	泄漏后的谐波真值	迭代后的谐波真值	泄漏绝对误差	迭代绝对误差	$ T /T = 10\%$	$ T /T = 30\%$
- 8	0	- 0.1639 + 0.0000i	- 0.0078 + 0.0000i	- 0.1639 + 0.0000i	- 0.0078 + 0.0000i	0.0100 + 0.0000i	0.0471 + 0.0000i
- 7	0	0.2303 - 0.0024i	0.0137 - 0.0000i	0.2303 - 0.0024i	0.0137 - 0.0000i	- 0.0077 + 0.0002i	- 0.0505 + 0.0008i
- 6	3	2.9590 + 0.0055i	2.9812 + 0.0001i	- 0.0410 + 0.0055i	- 0.0188 + 0.0001i	- 0.0189 - 0.0005i	- 0.0210 - 0.0017i
- 5	0	- 0.1578 - 0.0105i	0.0107 - 0.0002i	- 0.1578 - 0.0105i	0.0107 - 0.0002i	0.0284 + 0.0008i	0.0645 + 0.0029i
- 4	0	0.0932 + 0.0247i	- 0.0018 + 0.0008i	0.0932 + 0.0247i	- 0.0018 + 0.0008i	- 0.0108 - 0.0014i	- 0.0284 - 0.0058i
- 3	1 + j	0.9759 + 1.0121i	1.0005 + 0.9989i	- 0.0241 + 0.0121i	0.0005 - 0.0011i	0.0024 - 0.0026i	0.0059 - 0.0056i
- 2	2 + j	2.0368 + 0.9835i	1.9991 + 1.0003i	0.0368 - 0.0165i	- 0.0009 + 0.0003i	- 0.0043 + 0.0020i	- 0.0109 + 0.0054i
- 1	3 + j	2.9458 + 0.9898i	3.0007 + 1.0001i	- 0.0542 - 0.0102i	0.0007 + 0.0001i	0.0058 + 0.0011i	0.0157 + 0.0032i
0	6	5.9975	5.9998	- 0.0025	- 0.0002	0.0004	0.0021
1	3 - j	2.9458 - 0.9898i	3.0007 - 1.0001i	- 0.0542 + 0.0102i	0.0007 - 0.0001i	0.0058 - 0.0011i	0.0157 - 0.0032i
2	2 - j	2.0368 - 0.9835i	1.9991 - 1.0003i	0.0368 + 0.0165i	- 0.0009 - 0.0003i	- 0.0043 - 0.0020i	- 0.0109 - 0.0054i
3	1 - j	0.9759 - 1.0121i	1.0005 - 0.9989i	- 0.0241 - 0.0121i	0.0005 + 0.0011i	0.0024 + 0.0026i	0.0059 + 0.0056i
4	0	0.0932 - 0.0247i	- 0.0018 - 0.0008i	0.0932 - 0.0247i	- 0.0018 - 0.0008i	- 0.0108 + 0.0014i	- 0.0284 + 0.0058i
5	0	- 0.1578 + 0.0105i	0.0107 + 0.0002i	- 0.1578 + 0.0105i	0.0107 + 0.0002i	0.0284 - 0.0008i	0.0645 - 0.0029i
6	3	2.9590 - 0.0055i	2.9812 - 0.0001i	- 0.0410 - 0.0055i	- 0.0188 - 0.0001i	- 0.0189 + 0.0005i	- 0.0210 + 0.0017i
7	0	0.2303 + 0.0024i	0.0137 + 0.0000i	0.2303 + 0.0024i	0.0137 + 0.0000i	- 0.0077 - 0.0002i	- 0.0505 - 0.0008i
误差模的平方和				0.2158	0.0014	0.0029	0.0192



表 2 | $T_1/T_0=0.04$ 时的仿真结果

谐波次数	谐波真值	泄漏后的谐波真值	迭代后的谐波真值	泄漏绝对误差	迭代后绝对误差	$T/T=10\%$	$T/T=30\%$
- 8	0	- 0.6673 + 0.0000 <i>i</i>	- 0.2530 + 0.0000 <i>i</i>	- 0.6673 + 0.0000 <i>i</i>	- 0.2530 + 0.0000 <i>i</i>	- 0.1884 + 0.0000 <i>i</i>	- 0.0550 + 0.0000 <i>i</i>
- 7	0	1.0201 - 0.0098 <i>i</i>	0.2725 - 0.0010 <i>i</i>	1.0201 - 0.0098 <i>i</i>	0.2725 - 0.0010 <i>i</i>	0.2062 + 0.0003 <i>i</i>	0.0791 + 0.0033 <i>i</i>
- 6	3	2.6316 + 0.0221 <i>i</i>	2.7417 + 0.0018 <i>i</i>	- 0.3684 + 0.0221 <i>i</i>	- 0.2583 + 0.0018 <i>i</i>	- 0.2794 - 0.0005 <i>i</i>	- 0.3312 - 0.0053 <i>i</i>
- 5	0	- 0.4844 - 0.0431 <i>i</i>	0.1181 - 0.0037 <i>i</i>	- 0.4844 - 0.0431 <i>i</i>	0.1181 - 0.0037 <i>i</i>	0.1850 - 0.0001 <i>i</i>	0.3178 + 0.0069 <i>i</i>
- 4	0	0.3249 + 0.1075 <i>i</i>	0.0007 + 0.0126 <i>i</i>	0.3249 + 0.1075 <i>i</i>	0.0007 + 0.0126 <i>i</i>	- 0.0210 + 0.0056 <i>i</i>	- 0.0600 - 0.0071 <i>i</i>
- 3	1 + <i>j</i>	0.9280 + 1.0355 <i>i</i>	0.9933 + 0.9847 <i>i</i>	- 0.0720 + 0.0355 <i>i</i>	- 0.0067 - 0.0153 <i>i</i>	- 0.0076 - 0.0228 <i>i</i>	- 0.0112 - 0.0389 <i>i</i>
- 2	2 + <i>j</i>	2.1214 + 0.9386 <i>i</i>	1.9957 + 1.0031 <i>i</i>	0.1214 - 0.0614 <i>i</i>	- 0.0043 + 0.0031 <i>i</i>	- 0.0124 + 0.0095 <i>i</i>	- 0.0276 + 0.0219 <i>i</i>
- 1	3 + <i>j</i>	2.8050 + 0.9592 <i>i</i>	3.0018 + 1.0015 <i>i</i>	- 0.1950 - 0.0408 <i>i</i>	0.0018 + 0.0015 <i>i</i>	0.0164 + 0.0061 <i>i</i>	0.0441 + 0.0155 <i>i</i>
0	6	5.9743	6.0054	- 0.0257	0.0054	0.0140	0.0332
1	3 - <i>j</i>	2.8050 - 0.9592 <i>i</i>	3.0018 - 1.0015 <i>i</i>	- 0.1950 + 0.0408 <i>i</i>	0.0018 - 0.0015 <i>i</i>	0.0164 - 0.0061 <i>i</i>	0.0441 - 0.0155 <i>i</i>
2	2 - <i>j</i>	2.1214 - 0.9386 <i>i</i>	1.9957 - 1.0031 <i>i</i>	0.1214 + 0.0614 <i>i</i>	- 0.0043 - 0.0031 <i>i</i>	- 0.0124 - 0.0095 <i>i</i>	- 0.0276 - 0.0219 <i>i</i>
3	1 - <i>j</i>	0.9280 - 1.0355 <i>i</i>	0.9933 - 0.9847 <i>i</i>	- 0.0720 - 0.0355 <i>i</i>	- 0.0067 + 0.0153 <i>i</i>	- 0.0076 + 0.0228 <i>i</i>	- 0.0112 + 0.0389 <i>i</i>
4	0	0.3249 - 0.1075 <i>i</i>	0.0007 - 0.0126 <i>i</i>	0.3249 - 0.1075 <i>i</i>	0.0007 - 0.0126 <i>i</i>	- 0.0210 - 0.0056 <i>i</i>	- 0.0600 + 0.0071 <i>i</i>
5	0	- 0.4844 + 0.0431 <i>i</i>	0.1181 + 0.0037 <i>i</i>	- 0.4844 + 0.0431 <i>i</i>	0.1181 + 0.0037 <i>i</i>	0.1850 + 0.0001 <i>i</i>	0.3178 - 0.0069 <i>i</i>
6	3	2.6316 - 0.0221 <i>i</i>	2.7417 - 0.0018 <i>i</i>	- 0.3684 - 0.0221 <i>i</i>	- 0.2583 - 0.0018 <i>i</i>	- 0.2794 + 0.0005 <i>i</i>	- 0.3312 + 0.0053 <i>i</i>
7	0	1.0201 + 0.0098 <i>i</i>	0.2725 + 0.0010 <i>i</i>	1.0201 + 0.0098 <i>i</i>	0.2725 + 0.0010 <i>i</i>	0.3485	0.4556
误差模的平方和				3.6362	0.3748	0.3485	0.4566

of periodic signal analysis [J]. IEEE Trans, 1996, IM-45 (4) :827 - 831.

参考文献:

- [1] 陈隆道. 过程信号周期域分析与应用的研究 [D]. 杭州: 浙江大学研究生院, 1999.
- [2] 陈隆道, 钱照明, 张圣训. 周期域分析中非同步取样数据的同步化 [J]. 电子学报, 2001, 29(7) : 950 - 953.
- [3] X Z Dai. Quasi-synchronous sampling algorithm and its applications [J]. IEEE Trans, 1993, IM-43 (2) : 204 - 209.
- [4] Andria G, Savino M, Trotta A. Windows and interpolation algorithms to improve electrical measurement accuracy [J]. IEEE Trans, 1989, IM-38 (4) : 856 - 863.
- [5] T P Tsao, R C Wu, C C Ning. The optimization of spectral analysis for signal harmonics [J]. IEEE Trans, 2001, PWRD-16 (3) : 149 - 153.
- [6] H C Lin, C S Lee. Enhanced FFF based parametric algorithm for simultaneous multiple harmonics analysis [J]. IEE Proc, 2001, GID-148 (3) : 209 - 214.
- [7] H S Dee, V. Jeoti. Computing DFT Using Approximating Fast HARTLEY Transform [M/CD]. IEEE 2001. 100 - 103.
- [8] Jiangtao Xi, Chicharo J F. A new algorithm for improving the accuracy

作者简介:



陈隆道 男, 1955 年出生于浙江省金华, 副教授, 硕士生导师, 1978 年毕业于浙江大学电机系, 1989、1999 年于浙江大学分别获工学硕士、工学博士学位, 发表学术论文 48 篇, 获浙江省科技进步三等奖 4 项, 主要从事智能仪器、测试系统、信号分析与处理的研究。



陈 云 1978 年出生于江苏南通, 硕士生, 2001 年毕业于浙江大学电气工程学院, 同年获浙江大学本科学位, 现就读于浙江大学电气工程学院, 主要从事信号分析与处理的研究。