

# 基于 TCM 的联合编码调制算法

郭东亮, 束 锋, 吴乐南

(东南大学无线电工程系, 江苏南京 210096)

**摘 要:** 提出了一种具有高频带利用率高和重建质量的联合编码调制算法. 采用 Turbo 码网格编码调制 TCM 作为编码调制 (CM) 方案, 按“最小化端到端失真”准则最优化设计信源解码器, 直接利用 TCM 解码输出的软判决值进行信源译码. 仿真表明, 相对于硬判决分离译码, 本文算法将重建信号的信噪比提高了约 2dB.

**关键词:** Turbo 码网格编码调制; 端到端失真; 软判决译码

**中图分类号:** TN919.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 07-1092-03

## Joint Source / Channel Coding Modulation Algorithm Based on TCM

GUO Dong-liang, SHU Feng, WU Le-nan

(Dept. of Radio Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract:** A joint source/channel coding modulation algorithm based on TCM (Turbo Trellis-Coded Modulation) is presented, which achieve bandwidth-efficient and high reconstructive quality. The source decoder is optimized by minimizing the end-to-end system distortion. The soft output values of TCM decoder are applied directly to the designed optimal source decoder. Simulation results show that compared with the system with hard decoding, the proposed algorithm can objectively gain 2 dB improvement of decoded source in terms of SNR.

**Key words:** Turbo trellis-coded modulation; end-to-end distortion; soft-decision decoding

### 1 引言

Turbo 码<sup>[1]</sup>的显著特点是编码端采用约束长度较小的递归系统卷积 (RSC: Recursive Systematic Convolutional) 码, 通过一个交织器相并联, 译码采用迭代译码, 其性能已经接近 Shannon 限, 是近年来编码领域的研究热点. 然而, Turbo 码的良好纠错性能是以大的时延和低的码率为代价的, 直接应用很难满足高速数字通信的要求, 将其与高效率调制相结合是必要的. Turbo 码网格编码调制 TCM (Turbo Trellis-Coded Modulation)<sup>[2,3]</sup>是最近提出的解决方案之一. 可以将 TCM 看成是 Turbo 码的延伸, 即将 RSC 编码单元换为 RSTCM (Recursive Systematic Trellis-Coded Modulation) 编码调制单元, 既采用 Turbo 码的迭代译码方式达到卓越的纠错性能, 又可获得 Ungerboeck 码的高频带利用率<sup>[2-5]</sup>.

联合编码调制 JSCCM (Joint Source/Channel Coding Modulation) 在近年来得到了广泛重视和研究. 即将信源编码、信道编码、调制三者相结合, 从更高层次进行通信系统的总体优化. 如文献[7]提出了算数编码和 TCM 相联合的 JSCCM 方案; 文献[8]提出了网格编码量化 TCQ 与 TCM 的 JSCCM 方案.

本文主要研究 TCM 的软判决译码与信源译码的结合, 将基于符号的 MAP 算法输出的软判决值直接用于信源解码,

在“最小化端到端失真”准则下最优化设计信源解码器. 仿真表明: 与传统的硬判决分离译码相比较, 本文算法将重建信号的信噪比平均提高了约 2dB, 所增加的复杂度很小.

### 2 TCM 及 MAP 解码

TCM 的编码端将 Ungerboeck 码作为 Turbo 码的组成编码单元, 并做了修改: (1) 交织不是针对比特的, 而是针对比特组的; (2) 对编码调制输出进行特定删除; (3) 对 Ungerboeck 码和交织器做了某些限制. 将 Turbo 码原来只传输一次的系统码部分分配至两个码率为  $(P-1)/P$  的 RSTCM 单元, 输出独立的 CM 序列, 但并不全部传输, 相当于采用删除矩阵  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 这样避免了系统码重复传输. 由于两个 RSTCM 单元相对独立, 可以自然地利用集分割原理进行 TCM 调制<sup>[6]</sup>.

TCM 的译码采用软入软出的迭代译码方式, 接收端经解调后进入译码器的是对一个符号集的  $2^P$  个符号的软判决输出, 对应的译码算法为基于符号的 MAP 算法.

由于 TCM 系统中信息比特和纠错比特已经合成一个多进制符号被调制和传输, 无法将信息比特独立出来并提供其软判决信息, 所以与二进制 MAP 算法不同: 首先, 第一次迭代译码的处理不同; 其次, 各分量译码器间传递的信息不同, 二

进制 MAP 算法中分量译码器的对数似然比输出可分成三部分:(1)与信息比特对应的系统分量  $s$ ; (2)来自其它译码器的先验信息  $a$ ; (3)非本征信息  $e$ 。只有非本征信息传递给下一译码器,作为下一译码器的先验信息。TTCM 中由于不能将系统信息从校验信息中分离出来,所以译码器的输出只能分成先验信息  $a$ 、非本征与系统信息  $e$  两部分。

对  $2^P$  进制传输码元,MAP 算法就是要求出每个码元的  $2^{P-1}$  个后验概率,即  $P_r(d_k = i | Y)$ ,  $i = 0, 1, \dots, 2^{P-1} - 1$ , 其中  $Y$  为已接收码矢量。按 MAP 算法判决码元时,若  $P_r(d_k = i | Y) = \max\{P_r(d_k = j | Y)\}$ ,  $i, j \in \{0, 1, \dots, 2^{P-1} - 1\}$ , 则判定  $d_k = i$ 。

由文献[3],码元的 MAP 译码输出为

$$P_r(d_k = i | Y) = \frac{i(Y_k, M, M)_{k-1}(M)_{k(M)}}{M \quad M} \quad (1)$$

其中  $M$ 、 $M$  分别为  $k-1$ 、 $k$  时刻的状态;  $Y$  是在传输中受噪声恶化的码矢量。

式(1)前馈函数

$$k(M) = \frac{\sum_{i=0}^{2^{P-1}-1} i(Y_k, M, M)_{k-1}(M)}{\sum_{i=0}^{2^{P-1}-1} i(Y_k, M, M)_{k-1}(M)} \quad (2)$$

后馈函数

$$k(M) = \frac{\sum_{i=0}^{2^{P-1}-1} i(Y_{k+1}, M, M)_{k+1}(M)}{\sum_{i=0}^{2^{P-1}-1} i(Y_{k+1}, M, M)_{k(M)}} \quad (3)$$

其中,  $M$  为  $k+1$  时刻的状态

分支度

$$i(Y_k, M, M) = P_r(Y_k | d_k = i, S_k = M, S_{k-1} = M) \cdot P_r(d_k = i | S_k = M, S_{k-1} = M) \cdot P_r(S_k = M | S_{k-1} = M) \quad (4)$$

分量译码器之间传递非本征和系统信息  $e$  和  $s$ , 用作译码的先验信息。经一定次数的迭代后,可对译码器 2 的译码输出  $P_r(d_i = i | Y)$  解交织得到  $P_r(d_k = i | Y)$ , 经硬判决得到译码输出。

### 3 联合编码调制算法

#### 3.1 系统模型

图 1 为本文算法的系统模型(大写字母表示矢量,对应的小写字母表示其某一维),信源编码基于矢量量化 VQ(Vector Quantization) 技术。

信源为  $k$  维实矢量  $X \in R^k$ , 编码器将属于子空间  $R_i^k$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  的矢量  $X$  编码为索引  $i$ , 设信源码率为  $n$  bit/维, 则  $N = 2^{kn}$ , 假定子空间  $R_i^k$  的代表矢量为  $y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , 索引  $i$  可以表示为二进制矢量集  $B = \{0, 1\}^{kn}$ ,  $B$  经 TTCM 编码调制后得到输出符号序列  $s$  并在有噪信道中传输。接收端接收到的信号为  $r_j(t) = a_j \cdot s(t) + n(t)$ ,  $a_j$  是信号的衰落幅度,对 AWGN 信道,  $a_j = 1$ ; 对衰落信道,  $a_j$  服从某特定分布;  $n(t)$  是白高斯噪声。  $r_j(t)$  经 TTCM 接收端解码后输出软判决矢量  $C \in R^{kn}$ , 即上小节的译码输出  $P_r(d_k = i | Y)$ , 传统的解码算法

将  $C$  硬判决为  $B$  的重建矢量  $B = \{0, 1\}^{kn}$ , 即索引  $j = 1, 2, \dots, N$  的二进制表示, 解码器输出重建矢量  $y_j$ 。本文算法则直接将软判决矢量  $C$  输入到按“最小化端到端失真”准则设计的信源解码器, 经计算输出重建矢量  $X_C \in R^k$ 。

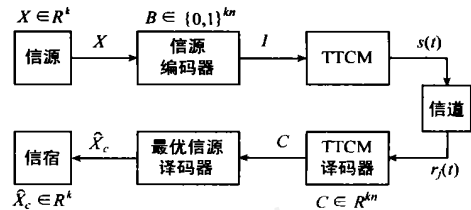


图 1 系统模型

#### 3.2 最小化端到端失真的信源解码器

系统的端到端均方失真为

$$D = \frac{1}{k} \int_{C \in X} \|X - X_C\|^2 p(X, C) dX dC = \frac{1}{k} \int_{i=1}^N \int_{C \in R_i^k} \|X - X_C\|^2 p(X) p(C | i) dX dC \quad (5)$$

其中  $p(X)$  是  $X$  的概率,  $p(X, C)$  是  $X$  和  $C$  的联合概率, 将  $D$  对  $X_C$  求偏导并置为 0, 则对于给定的软判决值  $C$ , 最优的解码输出为:

$$X_C = \frac{\sum_{i=1}^N y_i p(C | i) \int_{R_i^k} p(X) dX}{\sum_{i=1}^N p(C | i) \int_{R_i^k} p(X) dX} \quad (6)$$

其中  $\int_{R_i^k} p(X) dX$  为  $X$  属于子空间  $R_i^k$  的概率, 可以通过训练序列近似计算。  $y_i$  为子空间  $R_i^k$  的代表矢量, 由 VQ 码书给出, 关键是计算条件概率  $p(C | i)$ 。发送端索引  $i$  的二进制表示为  $k \cdot n$  维二进制矢量  $B_i$ , 设其第  $m$ ,  $m = 1, 2, \dots, k \cdot n$  维为  $b_i^m \in \{0, 1\}$ , 并设输出软判决矢量  $C$  对应的第  $m$  维为  $c_i^m \in R$ , 则

$$p(C | i) = \prod_{m=1}^{kn} p(c_i^m | b_i^m) \quad (7)$$

#### 3.3 $p(C | i)$ 的计算

统计实验表明,  $p(c_i^m | b_i^m)$  的概率分布服从高斯分布, 如图 2 所示。  $p(c)$  是两个概率分布函数的迭加,  $p(c) = p(c | 0) + p(c | 1)$ , 其中

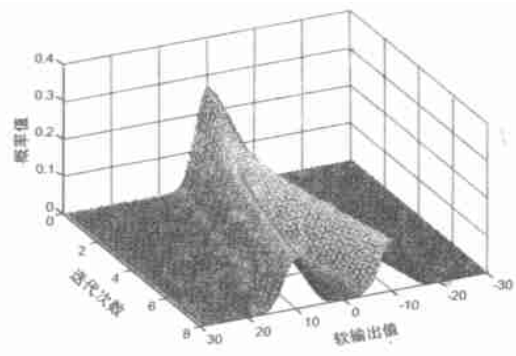


图 2 软判决输出的概率分布

$$p(c|0) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(c - \bar{c}_0)^2}{\sigma_0^2}\right) \quad (8)$$

$$p(c|1) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(c - \bar{c}_1)^2}{\sigma_1^2}\right) \quad (9)$$

式中:  $\bar{c}_0, \bar{c}_1$  为发送比特 0、1 时接收  $c$  的期望值;  $\sigma_0^2, \sigma_1^2$  为对应的方差, 均可由统计计算求得. 将式(8)、(9)代入式(7), 则可以求得  $p(C|i)$ , 进而由式(6)得出解码输出矢量  $X_C$ .

#### 4 仿真及结论

用 Matlab 语言编程, 采用重建信噪比 SNR 对本文算法和分离解码算法的性能进行客观评价. 信源为高斯-马尔科夫信源, 其递归式为:  $X_n = 0.95X_{n-1} + \epsilon_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , 式中  $\epsilon_n$  是均值为 0、方差为 1 的独立随机变量序列, VQ 编码采用 8 维矢量, LBG 算法设计码书, 码书尺寸为 256; RSTCM 单元码率为 3/4, 状态数为 8, 生成多项式:  $h^0(D) = 21$ ,  $h^1(D) = 02$ ,  $h^2(D) = 04$ ,  $h^3(D) = 10$ , 交织器为长度 512 的随机交织, MAP 算法迭代 5 次; 信道模型为 AWGN 信道, 调制方式为 16QAM.

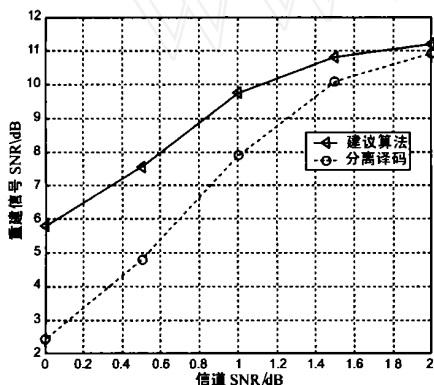


图3 本文算法与分离解码算法性能比较

由图3可知, 本文算法相对分离算法提高了重建信号的信噪比, 当信道信噪比较低时性能增益显著, 如信道信噪比小于 1dB 时, 性能增益约为 2dB. 当信道信噪比较高时, 本文算法性能增益减小, 这是由于 Turbo 码的优异性能, 在较高信噪比, 如 SNR=2 时, 其误码率是很低的, 总失真中由信道误码引起的比重减小, 故本文算法的性能增益减小了. 由于概率函数  $p(c)$  和  $\int_{R_i} p(X) dX$  可以通过训练序列离线计算, 解码时只需查表, 仿真表明本文算法对复杂性增加很小, 能够满足实际通信系统的要求.

式(6)表明: 对接受到的“软判决索引”, 重建信号应是发送信号的条件期望值, 由于通过条件概率  $p(C|i)$  利用了 TCM 输出的软判决信息, 建议算法获得了性能增益.

本文提出的基于 TCM 的联合编码调制算法按“最小化端到端失真”准则最优化设计信源解码器, 直接将 MAP 算法的软输出用于信源译码, 这一思想可以推广到其它具有软输出的编码系统, 通过合理地利用软判决信息提高系统的整体性能.

#### 参考文献:

- [1] C Berrou, A Glavieux, P Thitimajshima. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo-codes [A]. Proc ICC 93 [C]. Geneva, Switzerland: ICC, 1993. 1064 - 1070.
- [2] P Roberston, T Würz. A novel bandwidth-efficient coding scheme employing turbo coding [A]. Proc ICC 96 [C]. Dallas, TX, USA: ICC, 1996.
- [3] P Roberston, T Würz. Bandwidth-efficient turbo trellis-coded modulation using punctured component codes [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1998(16): 206 - 218.
- [4] N H Ha, R M A P Rajatheva. Performance of turbo trellis-coded modulation (T-TCM) on frequency-selective Rayleigh fading channels [J]. IEE Proceedings: Communications, 1999, 146(4): 251 - 257.
- [5] B E Wahlen, C Y Mai. Turbo coding applied to pragmatic trellis-coded modulation [J]. IEEE Communications Letters, 2000, 4(2): 65 - 67.
- [6] G Ungerboeck. Channel coding with multilevel/phase signals [J]. IEEE Trans on Information Theory, 1982, 28(1): 55 - 67.
- [7] C Demiroglu, M W Hffman, K Sayood. Joint source channel coding using arithmetic codes and trellis coded modulation [A]. Proc. DCC 2001 [C]. Snowbird, UT, USA: DCC, 2001. 302 - 311.
- [8] K P Ho, K H Chei. Optimal soft decoding for combined trellis-coded quantization / modulation [J]. IEEE Trans. on Communications, 2000, 48(6): 901 - 904.

#### 作者简介:



郭东亮 男, 1976 年 1 月生于黑龙江省北安市, 现为东南大学无线电工程系博士生, 主要研究兴趣为: 联合编码调制、联合编码、神经网络在通信中的应用.

束 锋 男, 1973 年 3 月生于安徽省桐城县, 东南大学无线电工程系博士生, 研究方向: 数字通信、信号处理、空间谱估计.

吴乐南 男, 1952 年 7 月生于福建泉州, 工学博士, 现为东南大学多媒体技术研究所所长, 无线电工程系教授, 博士生导师, 研究方向为: 多媒体信息处理, 智能信息处理, 通信信号处理.