

采用两条支路分集接收的相关瑞利衰落信道容量

李光球

(杭州电子工业学院通信工程分院, 浙江杭州 310037)

摘要: 本文研究采用两条支路最大比合并(MRC)或选择合并(SC)分集接收的相关瑞利衰落信道理论容量推导恒定发射功率自适应M进制正交幅度调制(MQAM)的频谱效率,并将它们与独立同分布瑞利信道理论容量进行比较,其结果对收发信机之间无视分量路径、接收机上分集天线之间的距离小于半个波长的无线通信系统设计具有指导作用。

关键词: 相关瑞利衰落信道; 信道容量; 分集接收; 最大比合并; 选择合并

中图分类号: TN911.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2003)07-1018-04

Capacity of Correlated Rayleigh Fading Channels Using Two-Branch Diversity Reception

LI Guangqiu

(Hangzhou Institute of Electronics Engineering, Hangzhou, Zhejiang 310037, China)

Abstract: Closed-form solutions for the correlated Rayleigh fading channel capacity under maximum ratio combining(MRC) or selection combining(SC) diversity reception are obtained in this paper. A comparison between the correlated Rayleigh fading channel capacity and independent Rayleigh fading channel capacity is presented. The performance of constant power adaptive M-ary quadrature amplitude modulation (MQAM) schemes over correlated Rayleigh channels under MRC or SC diversity reception is investigated. Closed-form expressions for spectral efficiency assuming perfect channel estimation and negligible time delay are derived.

Key words: correlated rayleigh fading channel; channel capacity; diversity reception; maximal ratio combining (MRC); selection combining (SC)

1 引言

无线业务需求的不断增长使得无线频谱资源日益匮乏的矛盾变得相当突出,为此需要研究能够提高无线通信链路频谱效率的传输理论和技术。为达此目的,衰落信道容量的研究受到广泛的重视^[1~3]。信道容量是在没有时延和实现复杂性约束条件下以任意低的误比特率进行数据传输的最大数据速率上限,它代表着实际系统的最佳性能限^[1],是比较各种无线传输方案性能优劣的基准,接近它始终是通信系统设计者追求的目标。文[2]和[3]研究了瑞利衰落信道容量或采用MRC分集接收^[4]的瑞利衰落信道容量。Alouini和Goldsmith研究了采用理想MRC或SC分集接收和自适应传输下的瑞利衰落信道容量^[1]。以上这些研究都是假定各支路信号为独立、同分布瑞利衰落信号。然而,随着接收机(如手机)尺寸的日益变小,安装在接收机上的分集天线的距离受到限制,不能满足大于半个波长的要求,这使得各分集天线上的支路信号彼此统计独立的假定不再成立^[5],因此,本文提出研究相关瑞利衰落信道的容量更具有实际意义,目前这方面的研究尚未开展。本文

将文[5]求分集接收系统误比特率所采用的变换方法应用于相关瑞利衰落信道容量的计算,获得了两条支路分集接收的相关瑞利衰落信道容量的精确表达式和一种计算相关瑞利衰落信道容量的简便方法。自适应调制是提高衰落信道频谱效率的一种有效手段^[6,7],MQAM具有较高的频谱效率^[4],本文以相关瑞利衰落信道上的自适应MQAM为例来研究信道容量对通信系统设计的指导作用。

2 信道模型

采用文[5]的信道模型。考虑具有相同平均接收功率的两条支路分集接收系统,第k条支路的接收信号为

$$r_k(t) = R_k e^{j\lambda_k} u_m(t) + n_k(t) = [X_k + jY_k] u_m(t) + n_k(t), \quad k=1, 2 \quad (1)$$

其中: $u_m(t)$ 为传输的信息信号; R_k 为瑞利分布随机幅度; $E[R_k^2] = E[X_k^2 + Y_k^2] = 2R^2$; 相位 λ_k 为随机变量; $n_k(t)$ 为零均值高斯噪声; $N_k = E[n_k^2(t)]$ 为第k条分集支路的平均接收噪声功率。对于相关系数为Q的相关瑞利衰落信道, X_1, X_2, Y_1 和 Y_2

皆是均值为 0、方差为 R^2 的高斯分布随机变量, 且有 $E[X_i Y_k] = 0, i = 1, 2, k = 1, 2, E[X_1 X_2] = E[Y_1 Y_2] = QR^2$. 假定各接收天线上的噪声分量彼此不相关且和信号相互独立, 则有 $E[n_1 n_2] = E[n_i X_k] = E[n_i Y_k] = 0, i = 1, 2, k = 1, 2$. 本文假定 $N_1 = N_2$, 则两条支路上的平均信噪比相等, 即 $\#_1 = \#_2 = \#$.

3 采用分集接收的相关瑞利衰落信道容量

带限加性白高斯噪声信道(AWGN)的信道容量为^[2, 8]

$$C = B \log_2(1 + C) \quad (2)$$

式中 B 为信号带宽, C 为信噪比(SNR).

对相关瑞利衰落信道, 衰落在上面的带限 AWGN 信道中引入一随机变量. 我们假定衰落是各态历经的, 则相关瑞利衰落信道容量 $3 C_4$ 为式(2)的即时信道容量对所有的即时信噪比 C 求平均^[2]. 不难看出, 计算 $3 C_4$ 与衰落信道上分集接收系统的误比特率的性能分析是很相似的. 同样由于相关性, 使得 $3 C_4$ 的计算变得很困难. 由于在坐标变换下, 平均互信息量具有不变性^[8], 因此, 通过分析, 发现文[5]中的变换方法可应用于求相关瑞利衰落信道容量.

对 $r_1(t), r_2(t)$ 作式(3)的变换^[5], 其中 $n_1(t), n_2(t)$ 变换为 $n_3(t), n_4(t)$, 具体为

$$\begin{bmatrix} r_3(t) \\ r_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

文[5]中已经证明 $r_3(t)$ 和 $r_4(t)$ 是两个相互独立的瑞利衰落信号, 噪声分量 $n_3(t), n_4(t)$ 不相关且与信号相互独立, 当 $N_1 = N_2 = N$ 时, 有 $N_3 = N_4 = N$; $r_3(t), r_4(t)$ 的平均信噪比分别为 $\#_3 = (1 + Q)\#, \#_4 = (1 - Q)\#$, 即相关瑞利衰落信道可等效为支路信噪比分别为 $\#_3, \#_4$ 的独立瑞利衰落信道.

相关瑞利衰落信道的容量取决于所采用的分集合并技术. MRC 和 SC 是两种最常用的分集合并技术^[1]. 对于两个独立瑞利衰落信号 $r_3(t)$ 和 $r_4(t)$ 的 MRC 分集接收, 合并器输出信噪比的概率密度函数为^[5]

$$f_1(C) = \frac{1}{2\#Q} [\exp(-\frac{C}{\#(1+Q)}) - \exp(-\frac{C}{\#(1-Q)})] \quad (4)$$

取式(4)在 $Q \rightarrow 0$ 时的极限即得独立、同分布瑞利衰落信道上采用两条支路 MRC 分集接收时, 合并器输出信噪比的概率密度.

对于两个独立瑞利衰落信号 $r_3(t)$ 和 $r_4(t)$ 的 SC 分集接收, 合并器输出 SNR 概率密度函数为^[5]

$$f_2(C) = \frac{1}{\#_3} \exp(-\frac{C}{\#_3}) + \frac{1}{\#_4} \exp(-\frac{C}{\#_4}) - (\frac{1}{\#_3} + \frac{1}{\#_4}) \# \exp[-(\frac{1}{\#_3} + \frac{1}{\#_4})C] \quad (5)$$

于是可得采用两条支路 MRC 分集接收的相关瑞利衰落信道容量为

$$\begin{aligned} \frac{3 C(\#) 4_{MRC}}{B} &= \int_0^{\infty} \log_2(1 + C) f_1(C) dC \\ &= \frac{1}{2Q} [(1 + Q) \exp(\frac{1}{\#(1+Q)}) E_1(\frac{1}{\#(1+Q)}) \\ &\quad - (1 - Q) \exp(\frac{1}{\#(1-Q)}) E_1(\frac{1}{\#(1-Q)})] \# \log_2 e \quad (6) \end{aligned}$$

采用两条支路 SC 分集接收的相关瑞利衰落信道容量为

$$\begin{aligned} \frac{3 C(\#) 4_{SC}}{B} &= \int_0^{\infty} \log_2(1 + C) f_2(C) dC \\ &= [\exp(\frac{1}{\#_3}) E_1(\frac{1}{\#_3}) + \exp(\frac{1}{\#_4}) E_1(\frac{1}{\#_4}) \\ &\quad - \exp(\frac{1}{\#_3} + \frac{1}{\#_4}) E_1(\frac{1}{\#_3} + \frac{1}{\#_4})] \# \log_2 e \quad (7) \end{aligned}$$

而采用两条支路 MRC 分集接收的独立、同分布瑞利衰落信道容量为^[1]

$$\frac{3 C(\#) 4_{MRC}}{B} = [\exp(\frac{1}{\#})(1 - \frac{1}{\#}) E_1(\frac{1}{\#}) + 1] \# \log_2 e \quad (8)$$

采用两条支路 SC 分集接收的独立、同分布瑞利衰落信道容量为^[1]

$$\frac{3 C(\#) 4_{SC}}{B} = 2 [\exp(\frac{1}{\#}) E_1(\frac{1}{\#}) - \frac{1}{2} \exp(\frac{2}{\#}) E_1(\frac{2}{\#})] \# \log_2 e \quad (9)$$

式(6)~(9)中的 $E_1(x)$ 定义为

$$E_1(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (10)$$

通过对采用两条支路 MRC 或 SC 分集接收的独立、同分布瑞利衰落信道容量和相关瑞利衰落信道容量 ($Q = 0, 0.5, 0.9$) 的计算和分析比较后, 可以得出以下结论: (1) 相关瑞利衰落信道容量的计算可以化为不同支路信噪比的独立瑞利衰落信道容量的计算. (2) 采用两条支路 MRC 或 SC 分集接收的独立、同分布瑞利衰落信道容量为本文 $Q = 0$ 时的特殊情况, 本文的结果更具一般性. (3) 本文获得的相关瑞利衰落信道容量是恒定发射功率、最佳速率调整的自适应无线通信系统的最大数据速率上限. (4) 采用 SC 分集接收, 独立、同分布瑞利衰落信道容量与相关瑞利衰落信道容量近似相等. (5) 采用 MRC 分集接收的相关瑞利衰落信道容量的计算结果如图 1 所示. 对于 $\rho = 15\text{dB}, Q = 0, 0.5, 0.9$ 时, 单位频带相关瑞利衰落信道容量分别为 $5.636\text{b/s/Hz}, 5.5746\text{b/s/Hz}, 5.3784\text{b/s/Hz}$; $\rho = 25\text{dB}$ 时, 相关瑞利衰落信道容量又分别为 $8.9193\text{b/s/Hz}, 8.8545\text{b/s/Hz}, 8.6414\text{b/s/Hz}$. 由图 1 可知, Q 较大 ($Q = 0.9$) 时, 相关瑞利衰落信道容量略小于独立、同分布瑞利衰落信道容量, Q 较小时, 它们近似相等.

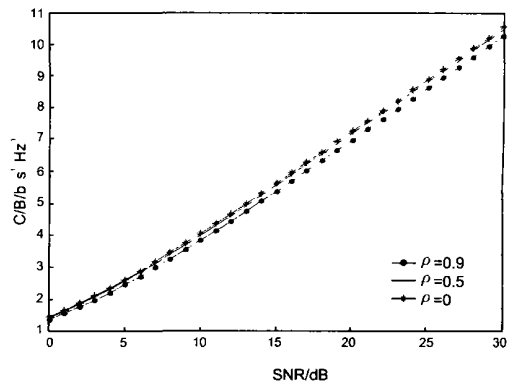


图 1 MRC 分集接收的相关瑞利衰落信道容量

4 相关瑞利衰落信道上的自适应 MQAM

研究的恒定发射功率最佳速率调整自适应无线通信系统如图2所示,与文[6,7]的不同之处在于本文考虑的信道为相关瑞利衰落信道.假定信道引入的包络起伏 R_k 和相移 A_k 可以由插入导频来提取,接收机判决设备选择要传输的信号星座图,并将判决结果经反馈路径反馈给发射机,发射机据此选定发送信号星座,接收机依此构造解调器.本文假定反馈路径无差错、接收机具有理想的信道估值,且不考虑反馈时延的影响.考虑自适应离散速率(ADR)MQAM,发送的信号星座按下策略进行调整:接收机信噪比被划分成 $N+1$ 个衰落区域,信号星座切换门限为 C_n ,当接收机估值信噪比落在第 n 个衰落区域,即 $C_n \leq C_{n+1}$ 时,发射机发送大小为 $M_n (M_n = 2^n)$ 的信号星座.

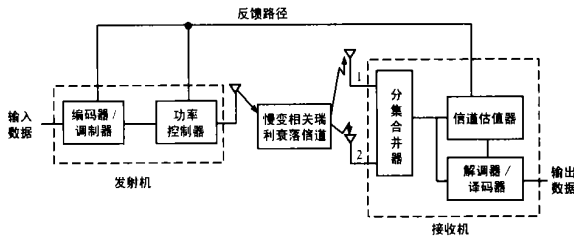


图2 自适应无线通信系统模型

假定接收机具有理想的时钟和载波恢复电路,MQAM 采用格雷编码和相干解调,则 $M \leq 4$,误比特率(BER) $[10^{-2}]$ 时,在加性白高斯噪声(AWGN)信道上MQAM的误比特率可近似为^[6]

$$BER(M, C) \approx 0.2 \exp(-3C/2(M-1)) \quad (11)$$

对于 BPSK ($M=2$), 其误比特率为^[4]

$$BER(C) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{C}) \quad (12)$$

假定设计要求的误比特率为 BER_0 , 使用 AWGN 信道上MQAM 达到 BER_0 时的信噪比来设置星座图切换门限, 则 C_n 为^[6]

$$\begin{cases} C_1 = [\operatorname{erfc}^{-1}(2BER_0)]^2 \\ C_n = \frac{2}{3} K_0 (2^n - 1), & n = 0, 2, 3, \dots, N \\ C_{N+1} = + \infty \end{cases} \quad (13)$$

其中 $K_0 = -\ln[5BER_0]$, $\operatorname{erfc}^{-1}(x)$ 表示 $\operatorname{erfc}(x)$ 的反函数.

于是相关瑞利衰落信道上的 ADRMQAM 的平均链路频谱效率为

$$\frac{3R4_{adr}}{B} = \sum_{n=1}^N n a_n \quad (14)$$

其中 $a_n = \int_{C_n}^{C_{n+1}} P(C) dC$ 为接收信噪比落在第 n 个衰落区域内的概率. 对于 MRC 分集接收, 有

$$a_n^{MRC} = \frac{1+Q}{2Q} \left[\exp(-\frac{C_n}{\#_3}) - \exp(-\frac{C_{n+1}}{\#_3}) \right] - \frac{1-Q}{2Q} \left[\exp(-\frac{C_n}{\#_4}) - \exp(-\frac{C_{n+1}}{\#_4}) \right] \quad (15)$$

对于 SC 分集接收, 有

$$a_n^{SC} = \exp(-\frac{C_n}{\#_3}) - \exp(-\frac{C_{n+1}}{\#_3}) + \exp(-\frac{C_n}{\#_4}) - \exp(-\frac{C_{n+1}}{\#_4}) - \left[\exp(-\frac{\#_3 + \#_4}{\#_3 \#_4} C_n) - \exp(-\frac{\#_3 + \#_4}{\#_3 \#_4} C_{n+1}) \right] \quad (16)$$

为了便于比较, 我们也研究自适应连续速率(ACR)MQAM 的性能(连续速率是可能^[7]的). 假定采用理想奈奎斯特脉冲, 则对给定信噪比和 BER_0 , 连续速率MQAM的频谱效率可近似为^[6]

$$R/B = \log_2(M) = \log_2(1 + 3C/2K_0) \quad (17)$$

式(17)对式(4)和(5)求积分, 可得 ACRMQAM 在采用 MRC 分集接收的相关瑞利衰落信道上的频谱效率为

$$\frac{3R4_{ACR}^{MRC}}{B} = \frac{3C(\#_c)4_{MRC}}{B} \quad (18)$$

在采用 SC 分集接收的相关瑞利衰落信道上的频谱效率为

$$\frac{3R4_{ACR}^{SC}}{B} = \frac{3C(\#_c)4_{SC}}{B} \quad (19)$$

式(18)和(19)中的 $\#_c = 3\#/2K_0$.

比较式(18)、(19)和式(6)、(7)可知, 支路信噪比为 3 的相关瑞利衰落信道上采用 MRC 或 SC 分集接收的 ACRMQAM 的频谱效率为支路信噪比为 $3/2K_0$ 的相关瑞利衰落信道理

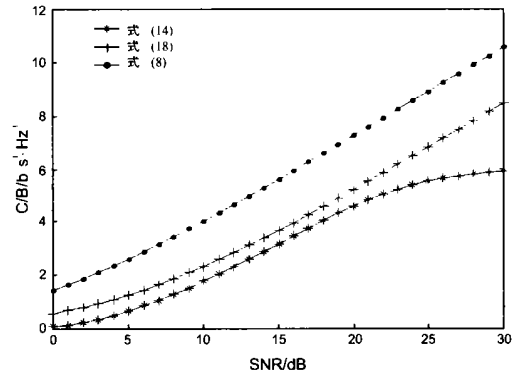


图3 相关瑞利衰落信道上采用MRC分集接收的自适应MQAM频谱效率($BER=10^{-3}$)

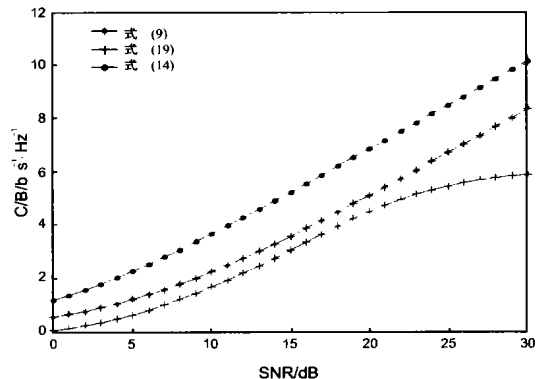


图4 相关瑞利衰落信道上采用SC分集接收的自适应MQAM频谱效率($BER=10^{-3}$)

论容量. 图 3、4 示出了在 $Q=0.9$ 的相关瑞利衰落信道上采用 MRC 或 SC 分集接收的自适应 MQAM 频谱效率 ($N=6$, 即接收机信噪比分为 7 个衰落区域). 由图 3 可知, 在频谱利用率为 5b/s/Hz 和误比特率为 10^{-3} 时, 相关瑞利衰落信道上采用 MRC 分集接收的 ACR2MQAM、ADR2MQAM 离采用 MRC 分集接收的独立瑞利衰落信道容量极限约分别为 6.3dB、8.4dB, 而采用 SC 分集接收的 ACR2MQAM、ADR2MQAM 离采用 SC 分集接收的独立瑞利衰落信道容量极限约分别为 5.4dB、7.8dB.

5 结论

本文导出了采用分集接收的相关瑞利衰落信道容量, 分析结果表明独立、同分布分集接收瑞利衰落信道容量是本文的特殊情况, 本文的结果更具一般性. 导出了恒定发射功率自适应 MQAM 在采用 MRC 或 SC 分集接收的相关瑞利衰落信道上的频谱效率, 计算结果表明相关瑞利衰落信道上采用 MRC 或 SC 分集接收的 ACR2MQAM、ADR2MQAM 离独立瑞利衰落信道容量极限的间隔与设计要求的误比特率有关, 进一步改善性能可采用自适应编码调制.

参考文献:

- [1] Alouini M S, Goldsmith A J. Capacity of Rayleigh fading channels under different adaptive transmission and diversity combining techniques [J]. IEEE Trans, 1999, VT248(4): 1165- 1181.
- [2] Lee W C Y. Estimate of channel capacity in Raleigh fading environment

[J]. IEEE Trans, 1990, VT239(3): 187- 189.

- [3] G nther C G. Comment on / Estimate of channel capacity in Rayleigh fading environment [J]. IEEE Trans, 1996, VT245(2): 401- 403.
- [4] Proakis J G. 数字通信 (第 4 版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 2001. 800- 830.
- [5] Fang Liqian, Kot A C. New method of performance analysis for diversity reception with correlated Rayleigh fading signals [J]. IEEE Trans, 2000, VT249(5): 1807- 1812.
- [6] Alouini M S, Goldsmith A J. Capacity of Nakagami multipath fading channels [A]. Proc of IEEE VTC [C]. USA: Phoenix, AZ, 1997. 358 - 362.
- [7] Alouini M S, Goldsmith A J. Adaptive M2QAM modulation over Nakagami fading channels [A]. Proc of IEEE Globecom [C]. USA: Phoenix, AZ, 1997. 218- 223.
- [8] 傅祖芸编著. 信息论: 基础理论与应用 (第 1 版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 2001. 247- 253.

作者简介:



李光球 男, 1966 年 9 月生于安徽省肥东县, 博士, 教授, 硕士生导师, 浙江省高校中青年学术带头人, 中国电子学会高级会员, 已主持完成国家自然科学基金项目和省部级基金项目各 2 项, 发表学术论文 40 余篇, 研究领域为无线通信、数字电视和信息论.

(上接第 1007 页)

参考文献:

- [1] A Sampath, et al. Power control and resource management for a multi-media CDMA wireless system [A]. IEEE PIMRC. 95 [C]. Toronto, Canada: IEEE, 1995.
- [2] M A Arad, A Leon2Garcia. Scheduled CDMA: Hybrid multiple access for wireless ATM networks [A]. IEEE PIMRC. 96 [C]. Taipei, Taiwan: IEEE, 1996.
- [3] Oriol Sallent. An emulator framework for a new radio resource management for QoS guaranteed services in W2CDMA systems [J]. IEEE JSAC, 2001(19): 1893- 1904.
- [4] TR 101. 112 v3. 2. 0. Selection Procedures for the Choice of Radio Transmission Technologies of the UMTS(UMF3 30. 03) [S].
- [5] 3GPP TS 25. 211 v3. 2. 0. Physical Channels and Mapping of Transport Channels onto Physical Channels(FDD) [S].
- [6] Ozgur Gurbuz. Dynamic resource scheduling for variable QoS traffic in W2CDMA [A]. IEEE ICC [C]. Vancouver, Canada: IEEE, 1999. 703 - 707.