

一种新的去相关算法) 随机空间增益法

薛 峰¹, 高梅国²

(1. 北京理工大学电子工程系, 北京 100081; 2. 北京理工大学电子工程系, 北京 100081)

摘 要: 本文提出了一种以空间增益随机变化的方法来去掉相关信源之间的相关性, 以获得对相关信源的 DOA 的估计. 该算法隔离了天线阵元的损失数与相关信源数的直接关系, 减少了天线阵元的开支, 并且具有算法简单, 运算量小的特点. 理论分析与计算机仿真表明该算法切实可行、有效并且易于实现.

关键词: 波达方向; 谱估计; 相关

中图分类号: TN957. 52⁺ 4 文献标识码: A 文章编号: 03722112 (2003) 0921407204

A New Spatial Smoothing Algorithm))) Random Spatial Gain Method

XUE Feng¹, GAO Meiguo²

(1. Department of Electronics Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. Department of Electronics Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: A method to eliminate the correlation of signal sources is proposed, which can help to estimate the signal sources DOA through randomly changing the spatial gain. The expense of receivers are separated from the number of the correlative sources in this algorithm which greatly reduces the expense of receivers. The load of calculation is also light. Theoretical analyses and computer simulation verify that the method is practical, effective and easily achieved.

Key words: DOA; spectral estimation; correlation

1 引言

众多的空间谱估计(DOA 估计) 算法都是基于 MUSIC^[2]方法和 ESPRIT^[1]方法演化、发展来的, 它们都属于特征结构的子空间方法. 子空间方法建立在这样一个基本观察之上: 若传感器个数比信源个数多, 则信号分量一定位于一个低秩的子空间) 信号子空间. 在空间信号源相互独立的情况下, 该子空间的秩与空间信号源的个数相等, 通过信号子空间和噪声子空间的正交性, 可以确定全部信源的波达方向. 但是, 当空间信号源有一定的相关性, 甚至完全相关(相干)时, 相关(干)的信源会合并成一个信源, 此时信号子空间就会出现秩缺损、降秩的情况, 无法得到与所有信源相应的子空间, 以至使得各种 DOA 估计算法失效. 在这种情况下需要在进行谱估计前作一定的预处理, 以消除由于信源相关(干)所带来的影响, 称为去相关(干)处理. 去相关预处理分为两大类: 降维处理; 非降维处理^[4]. 现有的降维处理虽算法较为简单, 但有效阵元的牺牲较大, 而且有效阵元牺牲个数与相干信源个数有直接的线性关系; 非降维法虽不用牺牲有效阵元, 但其算法的复杂性与运算量却比较可观, 为工程实现又带来较大的困难.

本文通过理论分析, 提出了一种空间增益随机变动的去相关算法. 该算法割裂了有效阵元牺牲数与相干信源数的直接关系, 降低了有效阵元的损失, 而且具有算法简单, 运算量小的优点.

2 相干信源的信号统计模型

设有 N 个阵元的均匀线阵天线接收 M(M < N) 个同中心频率的窄带远场平面波信号 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)$, 入射角

分别为 H_1, H_2, \dots, H_M . 这 M 个信号源相关(干), 各阵元的噪声是互不相关、平均功率为 R^2 的白噪声. 阵元间距为 d. 那么线阵的输出向量 X 为:

$$X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T = AS + n^{[3]} \quad (1)$$

其中 $(\#)^T$ 表示转置, A 为方向矩阵, S 为信号向量, n 为天线阵的噪声向量, 并且:

$$A = [a(H_1) \quad a(H_2) \quad \dots \quad a(H_M)] \quad (2)$$

$$a(H_k) = [1 \quad e^{jU(H_k)} \quad e^{j2U(H_k)} \quad \dots \quad e^{j(N-1)U(H_k)}]^T, k = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

$$U(H) = 2P(d/K)\sin(H) \quad (K \text{ 是对应于信号载频的波长}) \quad (4)$$

$$n = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_N(t)]^T \quad (5)$$

$$S = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T \quad (6)$$

所以线阵的协方差矩阵为:

$$R = E[XX^H] = AE[SS^H]A^H + R^2I \quad (7)$$

能否找到(张起)信号子空间, 完全决定于信号协方差矩阵 $E[SS^H]$ 的秩, 看 $E[SS^H]$ 的秩是否等于 M.

因这 M 个信号源相关(干), 故 $s_i(t)$ ($i = 2, 3, \dots, M$) 均可由 $s_1(t)$ 表示, 设 $s_i(t)$ ($i = 2, 3, \dots, M$) 与 $s_1(t)$ 的比例常数为 Q_i . 则信号向量可表示为:

$$S = [s_1(t), Q_2s_1(t), \dots, Q_Ms_1(t)] \quad (8)$$

$$\text{进一步得: } SS^H = |s_1(t)|^2 \begin{bmatrix} 1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_M \end{bmatrix} [1 \quad Q_2 \quad \dots \quad Q_M]^* \quad (9)$$

注: $(\#)^*$ 表示共轭

式(9)对时间求期望得式(10),显然它是一个秩为1的矩阵.

$$E[SS^H] = \overline{|s_i(t)|^2} \begin{bmatrix} 1 \\ Q \\ s \\ Q_M \end{bmatrix} [1 \quad Q_2 \quad , \quad Q_M]^* \quad (10)$$

这样,我们就不能得到 M 个模值较大的 R 的特征值与对应特征向量,无法构造信号子空间和噪声子空间,使属于特征结构的子空间法的一大类算法失效.究其原因,当然是各信号源之间的相关(干)性,所谓相关(干)即是各信号源之间保持固定的相对关系,步调一致地随时间变化,这种一致性导致了信号源所含带的信息在接收端被隐藏.如果我们能够在接收端引入一个环节,打破这种一致性,那么被隐藏的信息又会被重新挖掘出来.作为接收天线,对信号自然会有增益,而对于作为空间滤波器的天线对于不同方向的信号就会有不同的方向增益,这样就为信号引入了一个新的环节,基于这一思路,本文构造出一个新的去相关算法.

3 随机空间增益法

为了形成空间增益,须要对天线阵列重新组合,构成天线子阵列.设子阵列元个数为 K,但这里并不限定 K 与相干信号源个数 M 的关系.

我们对各子阵种的每个阵元的输出进行加权求和即对空间信号进行空间滤波,所有子阵采用同一个加权向量 W:

$$W = [w_1 \quad w_2 \quad , \quad w_k] \quad (11)$$

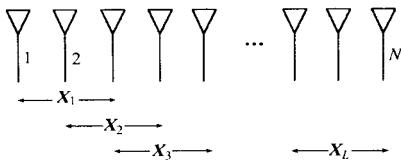


图 1 子阵划分

那么第 1 个子阵的输出为:

$$y_1 = [w_1 \quad w_2 \quad , \quad w_k]$$

$$\# \begin{bmatrix} 1 & 1 & , & 1 \\ e^{jU(H_1)} & e^{jU(H_2)} & , & e^{jU(H_M)} \\ s & s & w & s \\ e^{j(K-1)U(H_1)} & e^{j(K-1)U(H_2)} & , & e^{j(K-1)U(H_M)} \end{bmatrix}$$

$$\# \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s \\ s_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_{1+1} \\ s \\ n_{1+K-1} \end{bmatrix} = [G(H_1) \quad G(H_2) \quad , \quad G(H_M)]$$

$$\# \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s \\ s_M \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^K w_i n_{i+1} \quad (12)$$

$G(H_k)$ 即为子天线阵对第 k 个信号源的空间增益.于是,这 L ($L = N - K + 1$)个子阵的加权输出就构成了一个新的输出向量 Y:

$$Y = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & , & w_k & 0 & 0 & , & 0 \\ 0 & w_1 & w_2 & , & w_k & 0 & , & 0 \\ 0 & 0 & w_1 & w_2 & , & w_k & , & 0 \\ s & s & s & s & s & s & w & s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & w_1 & w_2 & , & w_k \end{bmatrix} X =$$

$$\begin{bmatrix} G(H_1) & G(H_2) & , & G(H_M) \\ G(H_1)e^{jU(H_1)} & G(H_2)e^{jU(H_2)} & , & G(H_M)e^{jU(H_M)} \\ s & s & w & s \\ G(H_1)e^{j(L-1)U(H_1)} & G(H_2)e^{j(L-1)U(H_2)} & , & G(H_M)e^{j(L-1)U(H_M)} \end{bmatrix}$$

$$\# \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s \\ s_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{n1} \\ n_{n2} \\ s \\ n_{nL} \end{bmatrix} = A_{L@M} \begin{bmatrix} G(H_1) s_1 \\ G(H_2) s_2 \\ s \\ G(H_M) s_M \end{bmatrix} + nn = A_{L@M} SS + nn \quad (13)$$

注: $nn_1 = \sum_{i=1}^K w_i n_{i+1}$, $nn = [nn_1, nn_2, , , nn_L]^T$

$$A_{L@M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & , & 1 \\ e^{jU(H_1)} & e^{jU(H_2)} & , & e^{jU(H_M)} \\ s & s & w & s \\ e^{j(L-1)U(H_1)} & e^{j(L-1)U(H_2)} & , & e^{j(L-1)U(H_M)} \end{bmatrix}$$

$$SS = \begin{bmatrix} G(H_1) s_1 \\ G(H_2) s_2 \\ s \\ G(H_M) s_M \end{bmatrix}$$

得到新的信号向量 Y 后, 我们可重新求得信号的协方差矩阵:

$$R = E[YY^H] \quad (14)$$

取加权向量 W 为子阵导向矢量的共轭, 那么 $|w_i| = 1, i = 1, 2, , K$. 这样协方差矩阵的具体形式为:

$$R = A_{L@M} E[SS^H] A_{L@M}^H + nn^H \quad (15)$$

其中 nn^H 为噪声协方差矩阵, 它是一个秩为 L 满秩矩阵:

$$nn^H = R^2 \begin{bmatrix} K & K-1 & , & 1 & 0 & , & 0 \\ K-1 & K & , & 2 & 1 & , & s \\ s & s & w & s & s & , & 0 \\ 1 & 2 & , & K & K-1 & , & 1 \\ 0 & 1 & , & K-1 & K & , & s \\ s & s & s & s & s & w & K-1 \\ 0 & , & 0 & 1 & , & K-1 & K \end{bmatrix}_{L@L} \quad (16)$$

同样, 问题的关键在于新的信号协方差矩阵是否满秩, 继续沿用上一节式(8)的关系, 对式(15)中的信号协方差矩阵作如下变形:

$$SS^H = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & , & 0 \\ 0 & s_2 & , & 0 \\ s & s & w & s \\ 0 & 0 & , & s_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G(H_1) \\ G(H_2) \\ s \\ G(H_M) \end{bmatrix}$$

$$\# [G(H_1) \quad G(H_2) \quad , \quad G(H_M)]^* \begin{bmatrix} s_1 & 0 & , & 0 \\ 0 & s_2 & , & 0 \\ s & s & w & s \\ 0 & 0 & , & s_M \end{bmatrix}^*$$

$$= |s_1|^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & , & 0 \\ 0 & Q_2 & , & 0 \\ s & s & w & s \\ 0 & 0 & , & Q_M \end{bmatrix}$$

$$\# \begin{bmatrix} |G(H_1)|^2 & G(H_1)G(H_2)^* & , & G(H_1)G(H_M)^* \\ G(H_2)G(H_1)^* & |G(H_2)|^2 & , & G(H_2)G(H_M)^* \\ s & s & w & s \\ G(H_M)G(H_1)^* & G(H_M)G(H_2)^* & , & |G(H_M)|^2 \end{bmatrix}$$

$$\# \begin{bmatrix} 1 & 0 & , & 0 \\ 0 & Q_2 & , & 0 \\ s & s & w & s \\ 0 & 0 & , & Q_M \end{bmatrix}^* \quad (17)$$

式(17)对时间求期望有:

$$E[SS\#SS^H] = \overline{|s_1|^2} \# \begin{bmatrix} 1 & 0 & , & 0 \\ 0 & Q_2 & , & 0 \\ s & s & w & s \\ 0 & 0 & , & Q_M \end{bmatrix}$$

$$\# G \begin{bmatrix} 1 & 0 & , & 0 \\ 0 & Q_2 & , & 0 \\ s & s & w & s \\ 0 & 0 & , & Q_M \end{bmatrix}^* \quad (18)$$

其中,

$$G = \begin{bmatrix} |G(H_1)|^2 & G(H_1)G(H_2)^* & , & G(H_1)G(H_M)^* \\ G(H_2)G(H_1)^* & |G(H_2)|^2 & , & G(H_2)G(H_M)^* \\ s & s & w & s \\ G(H_M)G(H_1)^* & G(H_M)G(H_2)^* & , & |G(H_M)|^2 \end{bmatrix}$$

很明显,新的信号协方差矩阵的秩决定于矩阵 G 的秩,然而此时矩阵 G 秩为 1,这是因子阵对于每一个信源的空间增益是固定的,一成不变的,故造成矩阵 G 秩为 1 的结果.进一步说,新引入的环节没能破坏信号源的相关(干)性.试想,如果子阵的方向增益是随时间变化的,而且是随机的变化,就能够打破信源的相关(干)性.我们在每次快拍时,随机调整子阵空间增益的主瓣指向,主瓣指向与信号源的方位的关系发生了变化,自然会映射到空间增益的变化.我们用下标 A 表示本次快拍子阵主瓣的指向,这样,矩阵 G 的期望可表示为:

$$E[G] = \frac{1}{P} \begin{bmatrix} E_A |G_A(H_1)|^2 & E_A G_A(H_1)G_A(H_2)^* & , & E_A G_A(H_1)G_A(H_M)^* \\ E_A G_A(H_2)G_A(H_1)^* & E_A |G_A(H_2)|^2 & , & E_A G_A(H_2)G_A(H_M)^* \\ s & s & w & s \\ E_A G_A(H_M)G_A(H_1)^* & E_A G_A(H_M)G_A(H_2)^* & , & E_A |G_A(H_M)|^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

P 为快拍数,因 A 是随每一次快拍而随机变化的,故 $G_A(H)G_A(H)^*(iX_j)$ 就是一个在复平面内的随机向量,当 A 在整个方位上随机变化, $G_A(H)G_A(H)^*(iX_j)$ 也将是在复平面内随机分布的向量.为简便起见,用图形的方式给出 $G_A(H)G_A(H)^*(iX_j)$

(H)^{*}(iX_j)的几种典型的例子,以说明该类随机向量(复数)在复平面上的分布.图 2 中的图形均为 A 从 -P 连续变化到 P, $G_A(H)G_A(H)^*(iX_j)$ 的复平面图像.图 2 中,图 2(a)、(b)是两信源相隔 20 度,子阵阵元个数分别为 2、3 的 $G_A(H)G_A(H)^*(iX_j)$ 的分布情况,增益乘积向量(复数)图形的重心落在原点附近,所以积累量 $E_A G_A(H)G_A(H)^*(iX_j)$ (A 随每次快拍而随机变化)模值的增长不会是一往无前,而会出现反复,其模值的增长速度较 $E_A |G_A(H)|^2, i=1, 2, \dots, M$ 要慢.图 2(c)所示情况为两信源相隔 30 度,子阵为 2 阵元子阵的情形,图形的重心偏在虚轴左侧,这会使积累量 $E_A G_A(H)G_A(H)^*(iX_j)$ 模值增长速度的折扣不明显,但若通过改变子阵规模,改为 3 阵元子阵,如图 2(d),图形的重心又回到原点附近.于是可以推定,只要快拍数 P 足够大,矩阵 $E[G]$ 总能成为一个强对角占优矩阵(n 阶矩阵 $A=(a_{ij})$ 满足 $|a_{ii}| > \sum_{j \neq i} |a_{ji}|, i=1, 2, \dots, n$ 则称 A 为强行对角占优矩阵,若满足 $|a_{ii}| < \sum_{j \neq i} |a_{ji}|$ 则为强列对角占优矩阵).再根据强对角占优矩阵的性质^[5]:如果 A 为强对角占优矩阵,则 A 非奇异.由此我们可以得到:在 P 充分大的情况下, $E[SS\#SS^H]$ 一定满秩.

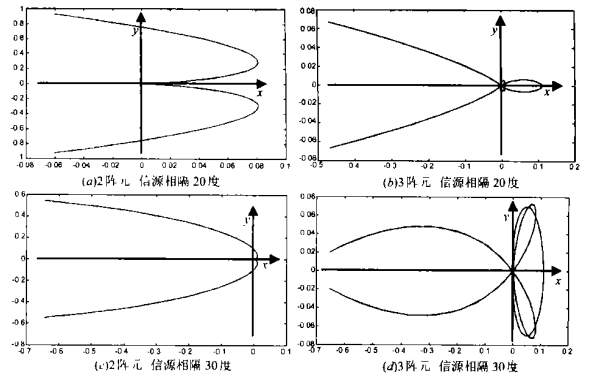


图 2 $G_A(H)G_A(H)^*(iX_j)$ 的复平面图像 (横轴为实轴,纵轴为虚轴)

为了统一为式(7)的形式,我们将式(16)拆开:

$$[mn\#nn^H] = R^2 \begin{bmatrix} K & 0 & , & 0 \\ 0 & K & , & 0 \\ s & s & w & s \\ 0 & 0 & 0 & K \end{bmatrix}_{L@L} + R^2 \begin{bmatrix} 0 & K-1 & , & 1 & 0 & , & 0 \\ K-1 & 0 & , & 2 & 1 & , & s \\ s & s & w & s & s & , & 0 \\ 1 & 2 & , & 0 & K-1 & , & 1 \\ 0 & 1 & , & K-1 & 0 & , & s \\ s & s & s & s & s & w & K-1 \\ 0 & , & 0 & 1 & , & K-1 & 0 \end{bmatrix}_{L@L} \quad (20)$$

这样,我们就把式(15)统一为:

$$Rc = R - D = A_{L@M} E[SS\#SS^H] A_{L@M}^H + KR^2 I \quad (21)$$

$$D = R^2 \begin{bmatrix} 0 & K-1 & , & 1 & 0 & , & 0 \\ K-1 & 0 & , & 2 & 1 & , & s \\ s & s & w & s & s & , & 0 \\ 1 & 2 & , & 0 & K-1 & , & 1 \\ 0 & 1 & , & K-1 & 0 & , & s \\ s & s & s & s & s & w & K-1 \\ 0 & , & 0 & 1 & , & K-1 & 0 \end{bmatrix}_{L \times L} \quad (22)$$

对式(21)进行特征分解,得到 M 个较大的特征值与 $L-M$ 个较小的特征值以及与其对应的特征向量:

$$Rc = R^{-1} D = \sum_{i=1}^M K_i v_i v_i^H + \sum_{i=M+1}^L K R^2 v_i v_i^H \quad (23)$$

通过式(23)所得的特征向量,可以构筑信号子空间与噪声子空间,利用两空间的正交性,估计出所有信源的波达方向。

算法步骤:(1)获得原始快拍序列 X_i ,求得 $E[XX^H]$ 的最小特征值 $K_{\min} = R^2$ (下标 i 与时间对应,下同);(2)用 X_i 求子阵输出 Y_i ,且要使子阵增益指向随 i 随机变化;(3)求得 $Rc = E[YY^H] - D$ (D 由子阵规模 K 和步骤(1)所得的按式(22)求得);(4)对 Rc 进行特征分解,估计 DOA。

值得说明,在一定信噪比的保障下,式(21)中噪声矩阵 D 不足以影响矩阵 $A_{L \times M} E[SS^H] A_{L \times M}^H$,而使其降秩。所以,也可直接对矩阵 R 进行特征分解。虽然此时构成噪声空间的特征向量虽不严格正交于方向矩阵 $A_{L \times M}$ 的列向量,但有足够的信噪比作为保证,矩阵 $A_{L \times M}$ 的列向量与噪声子空间特征向量趋近于正交,所以仍然能够在信源方向上形成尖峰。

4 仿真与结论

仿真模型:天线阵列 均匀线阵、阵元间距 $d = 0.15K$ 、阵列规模 $N = 8$ 、子阵规模 $K = 2$;

快拍数 200;信噪比 20dB;采用 MUSIC 算法

图3是对4个相干源的空间谱估计,这4个相干源的方位角分别为 -30° 、 -15° 、 0° 和 45° 。其中:图3(a)是直接采用 MUSIC 算法得到的空间谱;图3(b)是采用本算法去相关(干)后,运用 MUSIC 算法得到的空间谱。比较图3(a)和(b),在去相关(干)前,无法形成稳定的谱图像,图3(a)中分别用实线、点线和划线画出三条谱曲线,很难从图像确定出信源的 DOA。另外,图3(a)的谱峰幅度也相当的小。图3(b)用该算法去除了4个信源的相关(干)性,形成了稳定的谱图像,在对应于4个信源的方位形成了稳定尖峰,且幅度比图3(a)大得多。须要补充说明的是在这4个信源中来自 -30° 和 0° 的两个信源,在子阵上的增益乘积图像如图2(c),前文曾论述此种情形不利

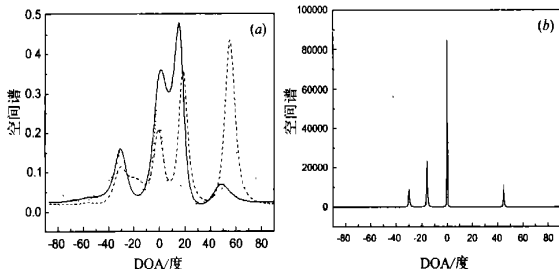


图3 相干信源 DOA 估计

于矩阵 $E[G]$ 成为强对角占优矩阵,现在看来,矩阵 $E[G]$ 成为强对角占优矩阵仅为矩阵 $E[SS^H]$ 满秩的充分条件,而非必要条件。关键在于通过子阵的空间增益/随机晃动0使相关(干)信号源的相关(干)性得到破坏,从而使 $E[SS^H]$ 满秩。为了显示本算法割裂子阵阵元数与相干源数目之间关系的收益,图4给出了用8阵元线阵估计5个相干源的空间谱曲线(五相干源的方位角分别为 -30° 、 -15° 、 0° 、 25° 和 45°)。众所周知,用空间平滑法估计相关(干)源的理论极限^[4]为 $N/2 = 8/2 = 4$,而本算法的理论极限可以达到 $N-2 = 8-2 = 6$ (采用2阵元子阵)。

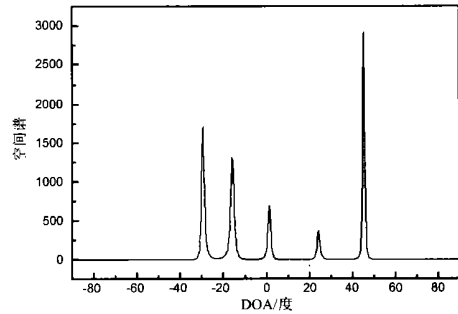


图4 五信源空间谱

5 结论

本文从理论分析到计算仿真证明了本算法切实可行,简单易于实现,适合于工程应用;该算法通过随机晃动0子阵的空间增益,打破了信号的相关(干)性,使得在阵元的开销上得到了进一步的缩减,同时运算量的增加并不大,因子阵的规模 K 不会选的太大(否则阵元开销又会增大,而且是不必要的),每次快拍所增加的运算量就是 K (为2或3)阵元的输出加权求和而已。

参考文献:

- [1] Roy R, Paulraj A, Kailath T. ESPRIT) A subspace rotation approach to estimation of parameter of cisoids in noise [J]. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Processing, 1986, 34: 1340- 1342.
- [2] Schmidt R O Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 1986, AP34: 276- 280.
- [3] 张贤达, 保铮. 通信信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000. 316- 320.
- [4] 刘德树, 罗景青, 张剑云. 空间谱估计及其应用[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1997. 8: 41- 44.
- [5] 程运鹏. 矩阵论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1994. 403- 404.

作者简介:



薛峰男, 1976年11月生于陕西西安, 2001年毕业于西北工业大学电子工程系, 获工学硕士学位, 现就读于北京理工大学电子工程系信号处理专业, 攻读博士学位, 研究方向: 雷达系统、时空信号处理技术。