

衰落信道的空间相关性对空时编码性能的影响分析

王 超, 廖桂生, 张林让, 吴顺君

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: 研究空时编码的一个重要的基本假设就是各衰落信道互相独立, 这一点在实际应用环境中不尽满足. 本文首先详细推导了多发射天线、多接收天线间的瑞利衰落信道存在空间相关性的条件下, 空时编码的成对错误概率的精确表达式, 并基于此分析了其误码率性能, 最后给出的空间相关条件下的空时分组编码的误码率性能仿真, 验证了理论分析的有效性, 同时可以得到已知信道状态信息的空时编码的相关检测方案对空间相关具有较强的鲁棒性的结论.

关键词: 空时编码; 空间相关; 成对错误概率; MIMO; 发射分集

中图分类号: TN9291.53 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 09-1282-04

Analysis of Effect of Spatial Fading Correlation on Performance of Space-Time Coding

WANG Chao, LIAO Guosheng, ZHANG Linrang, WU Shunjun

(National Key Lab. for Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: A basic assumption in studying space-time coding is that the fading channels between different transmit antenna and different receive antenna pairs are independent, but it can not always hold in real life circumstances and the Rayleigh fading channels are usually spatially correlated. An exact pairwise error probability expression for space-time codes is derived under spatial correlation, and based on this, bit error probability estimation is analyzed. Finally, the analytical results are verified through our computer simulation made for STBC and we can get to a conclusion that a coherent detection scheme for space-time codes is quite robust to spatial correlation effects.

Keywords: space-time code (STC); spatial correlation; pairwise error probability (PEP); MIMO; transmit diversity

1 引言

空时编码技术作为一种高带宽和功率效率的抗衰落的通信发射分集技术, 在无线通信系统尤其是未来的高速无线通信系统中有着广阔的应用前景, 是目前通信和信号处理领域的一个研究热点. 它其实集成了信道编码、调制和多个发射天线以及接收端的最优分集信号处理技术, 可以有效提高无线通信系统容量^[1~5].

现在研究空时编码的文献都有一个重要的基本假设^[1~5]: 各发射天线发射到各接收天线的信号所经历的衰落互相独立, 这也是 MIMO 系统获得最大可能的分集增益的条件; 但是在实际的传播环境中, 由于本地散射体的局域分布或者天线阵元间的有限距离, 不同天线上的信号的衰落在空间上表现得可能并不独立^[7, 8, 10]. 那么, 为独立信道设计的空时编码在相关条件下的性能如何, 将直接影响到空时编码的实

际应用. 本文的主要目的就是研究衰落信道的空间相关性对空时编码性能的影响, 以期推动空时编码在无线通信系统中的实际应用.

2 信号模型

让考虑一个在基站架设了 N 个发射天线, 远端用户使用 M 个接收天线情况下的多输入多输出无线通信系统, 如图 1 所示. 从信源来(通常经过信源编码器编码)的信息序列, 首先经过空时编码器的编码, 然后分成 N 路, 分别经过交织、脉冲成形和调制后同时从 N 个发射天线上发射出去; 接收端的 M 个接收天线上的接收信号是发射端的 N 个发射天线上的发射信号经过衰落信道的叠加. 设在第 1 个符号周期内 ($1 \leq l \leq L$, L 为发射数据的帧长) 从第 n 个发射天线发射出去的复值的调制符号为 $c_{l,n}$, 并假设 $c_{l,n}$ 是单位长度的, 发射信号的平均功率为 E_s ; 从第 n 个发射天线到第 m 个接收天线在第 1 个

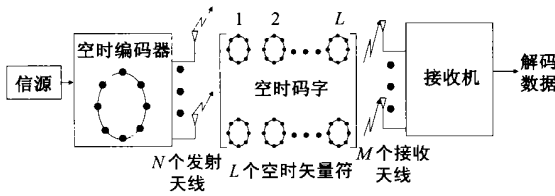


图 1 空时码的系统实现框图

符号周期内的信道传输系数(或衰落信道的状态信息)记为 $A_{n,1}^m, \dots, A_{n,L}^m, \dots, A_{n,M}^m, \dots, A_{n,N}^m$, 它通常可以模型化为零均值、单位方差的复高斯随机变量的取样。

这里,记第 n 个发射天线到第 m 个接收天线的信道的传输系数 $A_{n,1}^m, \dots, A_{n,L}^m, \dots, A_{n,M}^m, \dots, A_{n,N}^m$, 和第 n_c 个发射天线到第 m_c 个接收天线的信道的传输系数 $A_{n_c,1}^{m_c}, \dots, A_{n_c,L}^{m_c}, \dots, A_{n_c,M}^{m_c}, \dots, A_{n_c,N}^{m_c}$ 之间的互相关系数为 $Q_{n, n_c, m, m_c} = E[A_{n,1}^m (A_{n_c,1}^{m_c})^*]$, 为了简化起见,假设:(1)不同接收天线上的接收信号互相独立,即认为到不同接收天线的衰落信道互相独立,而相关性主要存在于各个发射天线到同一接收天线的各个衰落信道;(2)各个发射天线到任一接收天线所形成的信道相关性和到另一接收天线所形成的信道相关特性相同,记为 $Q_{n, n_c, m} = E[A_{n,1}^m (A_{n_c,1}^{m_c})^*] = Q_{n, n_c}$;(3)各接收天线上的噪声互相独立并等功率.这种假设是符合实际的,因为基站天线通常由于架设得较高,周围散射物较少,所以各发射部分信道之间容易存在相关性;而用户终端的天线一般架设得较低,周围散射物较多,所以各接收部分信道之间基本是互相独立的,在许多 MIMO 的信道分析中,就是这样进行拆分分析的^[10].

接收信号首先经过匹配滤波器进行匹配滤波,并作 $1/\sqrt{N_0}$ 的标量变换,其中 N_0 为接收天线上的加性高斯白噪声的方差(功率),这样做主要是为了使信号模型中的各接收天线上的噪声功率单位化而并不失一般性.则第 m 个接收天线在第 l 个符号周期内($1 \leq l \leq L$)的经过匹配滤波的以符号周期采样的输出信号为:

$$r_l^m = \sum_{n=1}^N (\#_{l,n}^m)^{1/2} A_{n,l}^m c_n + G_l^m, \quad (1)$$

$l = 1, 2, \dots, L; m = 1, 2, \dots, M$

其中, $\#_{l,n}^m = E_s/N_0 = \#$ 为第 l 个符号周期内的第 m 个接收天线上由第 n 个发射天线发射信号所产生的信噪比,这里取其平均值 $\#$.同时,我们假设各个传输信道由于交织/解交织的应用,各信道在时域上的相关性为零.

由接收信号的模型可知,假设发射信号序列为 $\mathbf{c} = [c_{1,1}, c_{1,2}, \dots, c_{1,n}, \dots, c_{L,1}, c_{L,2}, \dots, c_{L,n}, \dots, c_{L,N}]^T$, 根据接收信号序列 $\mathbf{r} = [r_1^1, r_1^2, \dots, r_1^M, r_2^1, r_2^2, \dots, r_2^M, \dots, r_L^1, r_L^2, \dots, r_L^M]^T$, 对发射信号求解的最大似然接收机相当于最小化如下度量值^[11]:

$$\min_c \arg L(\mathbf{r}, \mathbf{c}, \mathbf{A}) = \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \left| r_l^m - \sum_{n=1}^N (\#_{l,n}^m)^{1/2} A_{n,l}^m c_n \right|^2 \quad (2)$$

这里假设信到传输系数 $A_{n,1}^m, \dots, A_{n,L}^m, \dots, A_{n,M}^m, \dots, A_{n,N}^m$ 精确已知,这可以通过插入正交导频序列或其他信道估计的方法得到

3 成对错误概率 PEP

成对错误概率 PEP 表示当发射信号序列为 $\mathbf{c} = [c_{1,1}, c_{1,2}, \dots, c_{1,n}, \dots, c_{L,1}, c_{L,2}, \dots, c_{L,n}, \dots, c_{L,N}]^T$ 时,最大似然接收机错误地判断为另一个合理的信号序列 $\mathbf{e} = [e_{1,1}, e_{1,2}, \dots, e_{1,n}, \dots, e_{L,1}, e_{L,2}, \dots, e_{L,n}, \dots, e_{L,N}]^T$ 的概率^[8]:

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}) = \Pr[L(\mathbf{r}, \mathbf{e}, \mathbf{A}) < L(\mathbf{r}, \mathbf{c}, \mathbf{A})] \\ = \Pr[D < 0] = \int_0^{\infty} p(D) dD \quad (3)$$

其中

$$D = \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M D_l^m = \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \left\{ \left| r_l^m - \sum_{n=1}^N (\#_{l,n}^m)^{1/2} A_{n,l}^m c_n \right|^2 - \left| r_l^m - \sum_{n=1}^N (\#_{l,n}^m)^{1/2} A_{n,l}^m e_n \right|^2 \right\} \quad (4)$$

如果把接收信号式(1)代入上式,则和式中的第 l 时刻第 m 个接收天线上的度量值 D_l^m 为:

$$D_l^m = \left\{ \left| r_l^m - \sum_{n=1}^N (\#_{l,n}^m)^{1/2} A_{n,l}^m c_n \right|^2 - \left| r_l^m - \sum_{n=1}^N (\#_{l,n}^m)^{1/2} A_{n,l}^m e_n \right|^2 \right\} \\ = \left\{ \left| \sum_{n=1}^N (\#_{l,n}^m)^{1/2} A_{n,l}^m (c_n - e_n) \right|^2 + \sum_{n=1}^N (\#_{l,n}^m)^{1/2} A_{n,l}^m (c_n - e_n) \#(G_l^m)^* + \sum_{n=1}^N (\#_{l,n}^m)^{1/2} (A_{n,l}^m)^* (c_n - e_n) \#(G_l^m) \right\} \quad (5)$$

为了求出 PEP,由式(1)知,应求出 D 的概率密度函数,之后再求其积分.而为了求出 D 的概率密度函数,可以通过求其拉普拉斯变换特征函数的方法来得到 D 的概率密度函数,所以首先求 D 的拉普拉斯变换特征函数^[8].由式(4)可知, D 是由 LM 个统计独立的随机变量 D_l^m 组成,所以 D 的拉普拉斯变换特征函数可以化为 LM 个统计独立的随机变量 D_l^m 的拉普拉斯变换特征函数 $\phi_{D_l^m}(s)$ 之积:

$$\phi_D(s) = \prod_l \prod_m \phi_{D_l^m}(s) \quad (6)$$

由于式(5)中 D_l^m 是两个随机变量的二次型,所以可以以利用如下式的二次型的特征函数结果,即

$$D_k = \{A|X_k|^2 + B|Y_k|^2 + CX_k^*Y_k + C^*X_kY_k^*\} \quad (7)$$

的拉普拉斯变换特征函数 $\phi_{D_k}(s)$ 为^[8]:

$$\phi_{D_k}(s) = \frac{s_1 s_2}{(s - s_1)(s - s_2)} \exp \left[\frac{s_1 s_2 (-s^2 B_{1k} + s B_{2k})}{(s - s_1)(s - s_2)} \right] \quad (8)$$

其中参数 s_1, s_2, B_{1k} 和 B_{2k} 和复的高斯随机变量 X_k, Y_k 的均值 X_k, Y_k 以及 X_k, Y_k 的二阶(中心)距 L_{xx}, L_{yy} 和 L_{xy} 有关:

$$s_1 = w - \sqrt{w^2 + \frac{1}{4(L_{xx} - |L_{xy}|^2)(|C|^2 - AB)}} \quad (9)$$

$$s_2 = w + \sqrt{w^2 + \frac{1}{4(L_{xx}L_{yy} - |L_{xy}|^2)(|C|^2 - AB)}} \quad (10)$$

$$w = \frac{AL_{xx} + BL_{yy} + CL_{xy}^* + C^*L_{xy}}{4(L_{xx}L_{yy} - |L_{xy}|^2)(|C|^2 - AB)} \quad (11)$$

$$B_{1k} = 2(|C|^2 - AB)(|X_k|^2 L_{yy} + |Y_k|^2 L_{xx} - X_k^* Y_k L_{xy} - X_k Y_k^* L_{xy}^*) \quad (12)$$

$$B_{2k} = A|X_k|^2 + B|Y_k|^2 + CX_k^*Y_k + C^*X_kY_k^* \quad (13)$$

$$L_{xy} = \frac{1}{2} E[(X_k - X_k)(Y_k - Y_k)^*] \quad (14)$$

这里式(5)中的 D^m 相当于式(7)的一种特例, 即 $A=0, B=1, C=1$, 而 $X_k = G^m, Y_k = \sum_{n=1}^N \left(\#_{i,n}^m \right)^{1/2} A_{i,n}^m (q_{i,n} - e_{i,n})$. 由此可以求出 X_k, Y_k 的均值 $X_k = E[G^m] = 0, Y_k = 0; X_k, Y_k$ 的二阶(中心)距

$$L_{xx} = E[|G^m|^2]$$

$$L_{yy} = E\left[\left| \sum_{n=1}^N \left(\#_{i,n}^m \right)^{1/2} A_{i,n}^m (q_{i,n} - e_{i,n}) \right|^2 \right] = \#E\left[\left| \sum_{n=1}^N A_{i,n}^m (q_{i,n} - e_{i,n}) \right|^2 \right]$$

$$L_{xy} = \frac{1}{2} E\left[(G^m) \left(\sum_{n=1}^N \left(\#_{i,n}^m \right)^{1/2} A_{i,n}^m (q_{i,n} - e_{i,n}) \right)^* \right] = 0$$

由此我们可以求出相应的参数为:

$$w = \frac{A L_{xx} + B L_{yy} + C L_{xy} + C^* L_{yx}}{4 \left(L_{xx} L_{yy} - |L_{xy}|^2 \right) \left(|C|^2 - AB \right)} = \frac{1}{4} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = w \circ \sqrt{w^2 + \frac{1}{4 \left(L_{xx} L_{yy} - |L_{xy}|^2 \right) \left(|C|^2 - AB \right)}} = \frac{1}{4} \circ \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{4 L_{yy}}} \quad (16)$$

$$B_{1k} = 2 \left(|C|^2 - AB \right) \left(|X_k|^2 L_{yy} + |Y_k|^2 L_{xx} - X_k^* Y_k L_{xy} - X_k Y_k^* L_{yx} \right) = 2\# \neq 0 \quad (17)$$

$$B_{2k} = A |X_k|^2 + B |Y_k|^2 + C X_k^* Y_k + C^* X_k Y_k^* = 0 \quad (18)$$

$$s_1 s_2 = -\frac{1}{4 L_{yy}} \quad (19)$$

所以, 结合式(8), 可以求出二次型 D^m 的拉普拉斯变换特征函数 $\leq_{D^m}(s)$ 为:

$$\begin{aligned} \leq_{D^m}(s) &= \frac{s_1 s_2}{(s - s_1)(s - s_2)} \exp \left[\frac{s_1 s_2 (-s^2 B_{1k} + s B_{2k})}{(s - s_1)(s - s_2)} \right] \\ &= \frac{-1}{4 L_{yy} (s - s_1)(s - s_2)} \quad (20) \end{aligned}$$

于是, D 的拉普拉斯变换特征函数为

$$5_D(s) = \prod_1 \prod_m \leq_{D^m}(s) = \left[\prod_1 \frac{-1}{4 L_{xx} (s - s_1)(s - s_2)} \right]^M \quad (21)$$

如果我们将发射码字序列 $c = c_{1,1} c_{1,2}, q_{i,n}, \alpha_{i,N}$ 和解码判断序列 $e = e_{1,1} e_{1,2}, e_{i,n}, \alpha_{i,N}$ 不同即判错的所有时间集合记为 v , 则正确判断时刻的影响就可以去掉, 即

$$\begin{aligned} 5_D(s) &= \left[\prod_{i,v} \frac{-1}{4 L_{yy} (s - s_1)(s - s_2)} \right]^M \\ &= \left[\prod_{i,v} \frac{L_{yy}}{4} \right]^{-M} = \left[\prod_{i,v} \frac{-1}{16 (s - s_1)(s - s_2)} \right]^M \\ &= \left\{ \prod_{i,v} \left[\frac{\#}{4} \left(\sum_{n=1}^N |(q_{i,n} - e_{i,n})|^2 \right) + \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq n}}^N Q_{\alpha,n}(c_{i,n} - e_{i,n})(c_{i,\alpha} - e_{i,\alpha})^* \right] \right\}^{-M} \\ &\quad \# \left[\prod_{i,v} \frac{-1}{16 (s - s_1)(s - s_2)} \right] \quad (22) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \circ \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{4 \# E \left[\left| \sum_{n=1}^N A_{i,n}^m (q_{i,n} - e_{i,n}) \right|^2 \right]}} = \frac{1}{4} \circ$$

$$\sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{4 \# \left[\sum_{n=1}^N |(q_{i,n} - e_{i,n})|^2 + \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq n}}^N Q_{\alpha,n}(c_{i,n} - e_{i,n})(c_{i,\alpha} - e_{i,\alpha})^* \right]}} \quad (23)$$

从上面的式子可以看出, 空间相关系数 $Q_{\alpha,n}$ 出现在 L_{yy} 中, 表现为各相关信道的交叉相关能量, 从 $5_D(s)$ 和 s_1, s_2 的函数形式可以看出, 空间相关系数 $Q_{\alpha,n}$ 对函数的影响不敏感. 同时, 根据式(3), 利用留数定理求出特征函数的拉普拉斯变换的反演积分, 从而得到概率密度函数及其积分, 可得成对错误概率 PEP 为:

$$\begin{aligned} P(cy e) &= \Pr[D > 0] = \int_0^\infty p(D) dD \\ &= - \int \text{Residue} \left[e^{sD} 5_D(s) / s \right]_{\text{RightPlane-poles, } D > 0} \quad (24) \end{aligned}$$

其中, Residue 表示求留数, 由上式可以看出, 当信道的空间相关系数 $Q_{\alpha,n}$, 即信道空间独立时, 上式中的第一项乘积项就是空时编码经典文献[1]中的 PEP 的上界[1, eq. (2, 3)], 即我们推导出的成对错误概率 PEP 相当于文[1]中的上界值和 $5_D(s)$ 的极点有关系的第二个乘积项修正后的结果, 同样, 空间相关系数 $Q_{\alpha,n}$ 对 PEP 函数的影响不敏感.

4 误码率性能分析及仿真

其实, 成对错误概率 PEP 并不是一个数字通信系统的主要的性能指标, 人们更关心其误码率性能 P_b 或 BER. 得到 PEP 后, 可以同过考察错误事件路径长度不超过某一预设门限的方法来获得误码率最主要部分的估计. 若设为空时编码每一次状态转移时的输入比特数目, $q(cy e)$ 为错误路径长度不超过某一预设门限的某一个错误事件对应的误比特数, 该错误事件的 PEP 为 $P(cy e)$, 则估计的误码率为一种加权求和形式:

$$P_b U \frac{1}{k} \sum_{e \in X_c} P(cy e) \quad (25)$$

由于空间相关系数 $Q_{\alpha,n}$ 对 PEP 函数的影响不敏感, 所以其对误码率的影响也应该不敏感. 通常可以根据信噪比选择一个合适的最大错误事件路径长度值, 然后考察与发射全零码字序列的路径相比小于、等于该预设值的错误事件路径, 得到误码率的估值; 这样的误码率的估值并不能提供误码率的上限, 所以仿真结果可能会比该值稍高或稍低. 下面我们以最简单的 S Alamouti 提出的空时分组编码 C_2 [3] 为例通过仿真来考察空间相关对其误符率和误码率性能的影响.

$$C_2: \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} y \begin{bmatrix} c_1 & -c_2^* \\ c_2 & c_1^* \end{bmatrix} \quad (26)$$

图 2(a)、(b) 分别给出了空时分组编码 C_2 在 4PSK 调制条件下, 使用两个发射天线和一个接收天线时, 信道的空间相关性对其误符率和误码率性能的影响的性能曲线, 图中的 ρ 表示信道的空间相关性, 给出了两个信道从空间独立(标以 $\rho=0$ 的曲线)到近似完全相关(标以 $\rho=1$ 的曲线)条件下的误符率和误码率性能表现.

从图中的性能曲线可以看出, 信道的相关性对于空时编码的误符率/误码率性能的影响是一致的. 当 $Q_j \ll 0.12$ 时, 空

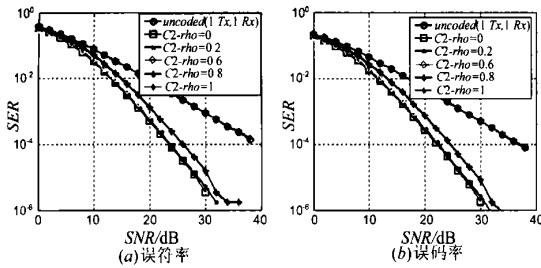


图2 ACD C₂在使用4PSK调制时在各种空间相关条件下的误码率/误码率性能

间相关条件下的空时码的误码率曲线和两个信道独立的曲线几乎重合在一起,其实,一直到空间相关小于0.4,相关性引起的性能损失都几乎可以忽略;当空间相关系数增加时,性能损失就变得明显了;但是,即使对于相关系数为 $\rho_j = 0.8$ 的情况,其性能损失也小于1-2dB,显示了空时编码对空间相关性良好的鲁棒性(Robust)。

5 结论

通过理论分析以及仿真计算空间相关条件下空时编码的精确的成对错误概率PEP和误码率BER,我们可以得出这样一个结论:空时编码对于衰落信道的空间相关性具有较好的鲁棒性,这就意味着空时编码的应用范围可以十分广阔,也说明空时编码技术的确是未来高速无线通信系统的有效而实用的关键技术^[1,2,9]。

参考文献:

- [1] V Tarokh, N Seshadri, A R Calderbank. Space-time codes for high data rate wireless communications: Performance criterion and code construction [J]. IEEE Trans IT, 1998, 42(2): 744-765.
- [2] A F Naguib, N Seshadri, R A Calderbank. Space-time coding and signal processing for high data rate wireless communications [J]. IEEE Signal Processing Mag, 2000, 17(3): 77-91.
- [3] S Alamouti. A simple transmit diversity technique for wireless communications [J]. IEEE J Select Areas Commun, 1998, 16(8): 1451-1458.
- [4] V Tarokh, H Jafarkhani, A R Calderbank. Space-time block codes from orthogonal designs [J]. IEEE Trans Inform Theory, 1999, 45(5): 1456-1467.
- [5] V Tarokh, H Jafarkhani, R A Calderbank. Space-time block codes for high data rate wireless communications: Performance results [J]. IEEE

J Select Areas Commun, 1999, 17(3): 451-460.

- [6] P V Rooyen, M Lutter, D V Wyk. Space-time Processing for CDMA Mobile Communications [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [7] M Uysal, C N Georghiades. Effect of spatial fading correlation on performance of space-time codes [J]. IEE Electronics Letters, 2001 Feb, 37(3): 181-183.
- [8] J G Proakis. Digital communications [M]. 北京: 电子工业出版社, 1998.
- [9] 唐友喜, 李少谦, 朱近康. 空时发射分集CDMA的多径分集接收[J]. 电子学报, 1999, 28(11A): 62-66.
- [10] D Gesbert, H Bolcskei, D A Gore, et c. Performance evaluation for scattering MIMO channel models [A]. 34th Asilomar Conference on Signal, System and Computers [C]. USA: ACSSC, 2000. 748-752.

作者简介:



王超 男, 1970年生于河南荥阳, 现为西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室博士研究生, 主要从事阵列信号处理, 第三代移动通信中的智能天线技术, 空时编码结合阵列信号处理技术在无线通信系统中的应用等方面的研究。
Email: cw lucky2002@hotmail.com



廖桂生 男, 1963年6月生于广西, 教授, 博士生导师, 雷达信号处理重点实验室副主任, IEEE会员, 1985年毕业于广西大学数学系, 分别于1990年和1992年获西安电子科技大学计算机系和电子工程系硕士和博士学位, 主要从事统计信号处理, 阵列信号处理及其在雷达、通信中的应用研究。



张林让 男, 1966年生于陕西省扶风, 1999年获西安电子科技大学信号处理博士学位, 曾获电子工业部科技进步一等奖和陕西省教委科技进步二等奖, 发表论文10余篇, 主要感兴趣的领域为自适应信号处理、阵列波束方向估计, 方向图综合等。