运用模糊数解决非确定环境下的路由问题

张　品, 李乐民, 王　晟
(电子科技大学宽带光纤传输与通信系统技术重点实验室, 四川成都 610054)

摘　要:　本文基于模糊数学的有关原理, 论述了网络环境不确定的条件下路由问题的求解. 本文假定网络链路延迟是模糊数, 给出了路径延迟小于端到端延迟约束的可信度的定义, 提出了路径可信度判定(Path Reliability Deci2sion: PRD), 最优可信度路由(Most Optimal Reliability Path: MORP), 最优路径分解(Path Optimal Partition: POP), 及最优分解路径(Most Optimal Partition Path: MOPP) 等问题. 本文证明, PRD 是多项式可解的, POP 可以用等可信度分解实现, 一般情况下, MORP 和 MOPP 是等价的. 在所有链路延迟的宽度都相同时, MORP 转化为约束为跳数的最短路径问题, 因此是多项式可解的. 最后我们给出了 MORP 的近似算法, 算法的时间复杂度为 $O(\log(E)^{-1}(v\log(v)+e))$.

关键词:　非确定环境; 模糊数; 路由; 最优可信度问题
中图分类号:　TN915. 01　　文献标识码:　A　　文章编号:　037222112 (2003) 1221861205

Using Fuzzy Number to Solve Routing Problems on the Uncertain Condition

ZHANG Pin, LI Le2min, WANG Sheng
(Key Lab of Optical Fiber Communication, UESTC, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract:　Based on the principles of fuzzy mathematics, we describe the routing problem on the condition of the network with uncertain information. Assuming the link delay is a fuzzy number, we make the definition on the reliability that the path delay is less than the delay constraint. We also propose the notion of Path Reliability Decision(PRD), Most Optimal Reliability Path(MORP), Path Optimal Partition(POP), Most Optimal Partition Path(MOPP). We find if all the link delay have the same width, MORP or MOPP can be turned to the restricted shortest path problem whose constraint is the jump and so they are polynomial solvable. At last we give the approximate algorithm for MORP. The time complexity is $O(\log(E)^{-1}(v\log(v)+e))$.

Key words:　uncertain condition; fuzzy number; routing; most optimal reliability path

1　引言

网络的 QoS 路由问题是目前网络研究领域的核心问题之一, 它通过把 QoS 需求转化为各种链路参数, 要求寻找一条路径满足 QoS 需求[1]. 目前, 大部分关于该问题的算法都假定网络信息是精确的, 在此基础上把 QoS 需求转化为链路上满足可加性的参数, 把该问题转化为多约束路由问题(Multi2con2strained Path problem: MCP)[2]. 然而实际情况是, 随着网络规模的增大, 对网络信息的精确了解变得十分困难或甚至不可能, Gurin 和 Orda 在文[3, 4] 中首先考虑了这一情况.

Gurin 和 Orda 分别研究了链路带宽和链路延迟处于不确定状态时的路由问题. 对于链路 e 的带宽, 假定它服从分布函数 $P_e(w)$, 这里 w 是一个离散变量, $w\mathrm{I}\ \{0, 1, 2, , , c_e\}$. c_e 是链路 e 的容量. 带宽约束路由问题的目标是寻找一条路径使其带宽不小于 x 单位的可能性达到最大. 通过对分布函数 $P_e(w)$ 取对数, 令链路权重为 $-\log(P_e(w))$, 该问题可以用标准最短路径算法解决.

对于链路 e 的延迟, 文[3] 假定它服从分布函数 $P_e(d)$, 这里 d 是一个离散变量, $d\mathrm{I}\ \{0, 1, 2, , , d_e\}$, d_e 是最大延迟. 假定给定一个端到端的延迟约束 D, 路由算法的目标是寻找一条路径使其总延迟不大于 D 的可能性达到最大(Most Prob2able Path: MP). 该问题在一般情况下是 NP 难的[3, 5], 在特殊情况下如所有的延迟分布函数是一致分布, 则问题是多项式可解的. 另外, 文[3] 还考虑了延迟分解的问题, 有所谓(1) 最优分解问题(Optimal Partition: OP); 给定路径 p 和延迟约束 D, 寻找一种 D 在 p 上的分解, 满足 $\mathrm{E}_{e\mathrm{I}p} D_e = D$, 且 $\mathrm{F}_{e\mathrm{I}p} P_e(D_e)$ 达到最大, 我们把此时的 $\mathrm{F}\ P_e(D_e)$ 值记为 $S(p, D)$; (2) 最优分解路径问题(MP2OP): 给定路径 p 和延迟约束 D, 寻找一条路径使 $S(p, D)$ 达到极大. 这两个问题在一般情况下都是 NP 难的[3]. 文[3] 给出了一些以上问题的近似解法.

本文的贡献在于: 首次运用模糊数, 而不是概率论对非确定性网络进行分析. 假定链路延迟是模糊数 d_e, 给定端到端延迟约束 D. 首先, 我们给出小于度 $R(A, B)$ 的定义, $R(A, B)$ 用于描述模糊数 A 小于模糊数 B 的程度. 我们引入以下路

收稿日期: 200221204; 修回日期: 2003208201
基金项目: 国家自然科学基金(No. 60002004)

由问题: (1) 路径可信度判定问题(PRD): 判断是否存在路径 p 使得 $R(E_{e I p} d_e, D)$ 不小于指定值; (2) 最优可信度路由问题(MORP): 寻找一条路径 p 使 $R(E_{e I p} d_e, D)$ 达到最大; (3) 最优路径分解问题(POP): 给定一条路径 p, 以及端到端延迟约束 D, 寻求一种 D 在 p 上的分解, 满足 $E_{e I p} D_e = D$, 且 $Min\{R(d_e, D_e), e I p\}$ 达到最大, 此处 $Min\{R(d_e, D_e), e I p\}$ 表示路径 p 在延迟约束 D 下的分解可信度; (4) 最优分解路径问题(MOPP): 给定延迟约束 D, 寻找一条路径使最优分解可信度达到极大. 我们得到以下结论: (1) PRD 是多项式可解的; (2) MORP 在某些特殊情况下是多项式可解的, 对于一般情况, 我们给出了 MORP 的近似解法, 算法的时间复杂度为 $O(\log(E)^{-1}(v\log(v) + e))$; (3) POP 在最优分解的情况下满足 $Min\{R(d_e, D_e), e I p\} = R(E_{e I p} d_e, D)$, 此时所有链路的 $R(d_e, D_e)$ 都相等, 在基于扩展原理的定义方式下, MOPP 等价于 MORP, 同时本文讨论了其他定义方式下 POP 的求解.

2 基本定义及问题模型

定义 1 对称模糊数: 对称模糊数 A 的隶属函数 $L(x)$ 表示为连续函数 $K((x- a)/c)$, $c > 0$. 这里 $K(x)$ 满足: (1) $K(x) = K(-x)$, $K(0) = 1$, $K(c) = 0$; (2) $K(x)$ 在 $x > 0$ 时严格递减; (3) $|x| > c$ 时 $K(x) = 0$. 对称模糊数记为 $A = (a, c)_K$, a 称为中心值, c 称为宽度.

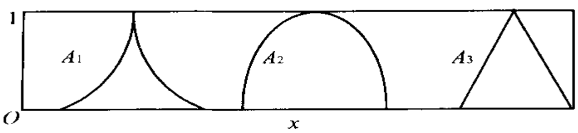


图 1

说明 图 1 表示了三种典型的对称模糊数, A_1 的/ 模糊程度0 最低, A_2 的/ 模糊程度0 最高, A_3 的隶属函数最简单. 对称模糊数恰当地描述了/ 大约0 这一概念. 一般情况模糊数的定义见文[6~ 8]等.

定义 2 标准模糊数: 标准模糊数 A 的隶属函数满足: (1) $L(x) = 1- |x- a|/c$, $|x- a| [c$; (2) $L(x) = 0$, $|x- a| > c$. 标准模糊数 A 记为 (a, c).

说明 图 1 中 A_3 即为标准模糊数, 这是应用得最广的一类模糊数. 另外, 本文从实际情况出发, 所指的模糊数都是标准模糊数, 令全体标准模糊数的集合为 F.

定义 3 扩展原理(模糊数的运算原理)[6]: 给定函数 $y = f(x) = f(x_1, x_2, , , x_n)$, 自变量为向量 $x = (x_1, x_2, , , x_n)$, $x_i I R$, $i I \{1, 2, , , n\}$. 若令函数自变量为模糊向量 $A = (A_1, A_2, , , An)$, $A_i I F$, $i I \{1, 2, , , n\}$. 则输出 Y 也是模糊数, 其隶属函数满足: $L_Y(y) = \sup C[L_{Ai}(x_i)]$, 其中 $y = f(x_1, x_2, , , x_n)$.

对于标准模糊数的和, 有以下定理.

定理 1 若 $A_i I F$, $A_i = (a_i, c_i)$, $x_i I R$, x_i 不全为 0, $i I \{1, 2, , , n\}$. 则

$$\mathop{E}_{i=1}^{n} x_i A_i = \left(\mathop{E}_{i=1}^{n} x_i a_i, \mathop{E}_{i=1}^{n} x_i c_i\right)$$

该定理是扩展原理的直接应用, 证明见文[9]. 由此得:

推论 1 若 $A_i I F$, $A_i = (a_i, c_i)$, $i I \{1, 2, , , n\}$. 则:

$$\mathop{E}_{i=1}^{n} A_i = \left(\mathop{E}_{i=1}^{n} a_i, \mathop{E}_{i=1}^{n} c_i\right)$$

定义 4 若 $A I F$, $B I F$, A 和 B 的内积[8] 是 $T(A, B) = D_{x I R}(L_A(x) C L_B(x))$.

利用内积, 我们可以比较同种类型对称模糊数的大小.

基于以上这些模糊数学的基本定义和结论, 我们给出以下定义用来表示模糊数间的大小关系.

定义 5 $A_1 I F$, $A_2 I F$, $A_1 = (a_1, c_1)_K$, $A_2 = (a_2, c_2)_K$. $R(A_1, A_2)$ 表示 A_1 小于 A_2 的可信度, 称为小于可信度(不会混淆时简称可信度). 它的值为: (1) $R(A_1, A_2) = 1- 0.5T(A, B)$, 当 $a_1 < a_2$ 时; (2) $R(A_1, A_2) = 0.5T(A, B)$, 当 $a_1 > a_2$ 时; (3) $R(A_1, A_2) = 0.5$, 当 $a_1 = a_2$ 时.

与小于可信度的关系类似, 我们给出大于可信度的定义.

定义 6 $A_1 I F$, $A_2 I F$, $A_1 = (a_1, c_1)_K$, $A_2 = (a_2, c_2)_K$. $Q(A_1, A_2)$ 表示 A_1 大于 A_2 的可信度, 称为大于可信度, 定义 $Q(A_1, A_2) = R(A_2, A_1)$.

说明 小于可信度的概念由内积导出, 它的值在 0 和 1 之间. 对于 $A_1 = (a_1, c_1)_K$, $A_2 = (a_2, c_2)_K$, 若 $a_1 < a_2$, 则 $R(A_1, A_2) > 0.5$; 若 $a_1 > a_2$, 则 $R(A_1, A_2) < 0.5$; 若 $a_1 + c_1 < a_2 - c_2$, 则 $R(A_1, A_2) = 1$, 此时 A_1 和 A_2 的隶属函数不相交, 即 A_1/ 绝对0小于 A_2.

关于贴近度有以下结论.

定理 2 若 $A_1 = (a_1, c_1)$, $A_2 = (a_2, c_2)$. 对于 $T(A_1, A_2)$ 有: (1) 若 $a_1 = a_2$, 则 $T(A_1, A_2) = 1$; (2) 若 $a_1 X a_2$, 则 (a) 当 $|a_2 - a_1| < (c_1 + c_2)$ 时, $T(A_1, A_2) = 1- |a_2 - a_1|/(c_1 + c_2)$; (b) 当 $|a_2 - a_1| \backslash (c_1 + c_2)$ 时, $T(A_1, A_2) = 0$.

证明 假定 $a_1 < a_2$, 当 $|a_2 - a_1| < (c_1 + c_2)$ 时, 如图 2 所示, 无论何种情况, 都只需求出 A_1 的隶属函数的/ 右肩0 与 A_2 的隶属函数的/ 左肩0的交点 E 的横纵坐标即可.

解方程 $1- (x- a_1)/c_1 = 1- (a_2 - x)/c_2$, 得 $x = (a_2 c_1 + a_1 c_2)/(c_1 + c_2)$, 故 $T(A_1, A_2) = 1- |a_2 - a_1|/(c_1 + c_2)$, 当 $|a_2 - a_1| \backslash (c_1 + c_2)$ 时, A_1 与 A_2 的隶属函数不相交, 即 $T(A_1, A_2) = 0$.

对于 $|a_2 - a_1| > (c_1 + c_2)$ 时的情况做类似讨论, $a_1 = a_2$ 时, $T(A_1, A_2) = 1 = 1- |a_2 - a_1|/(c_1 + c_2)$.

综上所述, 结论成立.

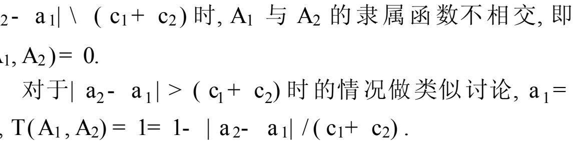


图2

由定义 5 和定理 2 可得以下关于小于可信度的表达式的结论.

推论 2 若 $A_1 = (a_1, c_1)$, $A_2 = (a_2, c_2)$. 则: (1) 若 $a_1 = a_2$, 则 $R(A_1, A_2) = 0.5$; (2) 若 $a_1 X a_2$, 则: (a) 当 $a_2 - a_1 \backslash c_1 + c_2$ 时, $R(A_1, A_2) = 1$; (b) 当 $a_1 - a_2 \backslash (c_1 + c_2)$ 时, $R(A_1,$

A_2) = 0; (c) 当| a_2 - a_1| < (c_1 + c_2) 时, R(A_1, A_2) = 0. 5(1+ (a_2 - a_1) / (c_1 + c_2)) .

说明　注意推论 2 中, R(A_1, A_2) 和 T(A_1, A_2) 的表达式的区别, R(A_1, A_2) 的表达式中没有绝对值符号. R(A_1, A_2) 是本文运用模糊数处理路由问题的理论基础.

下面给出网络信息(这里指延迟) 不确定情况下的网络模型. 为易于分析, 我们采用标准模糊数.

定义 7　网络由图 G= (V, E) 表示, V 表示节点集, E 表示链路集. 对于任意链路 eI E, 模糊数 d_e = (a_e, c_e) 表示 e 上的延迟. s 是源节点, t 是目标节点, D= (a, c) 表示 st 间的延迟约束.

说明　在不会混淆的情况下, 本文用 v 表示节点数, 用 e 表示链路数. 同时, 从实际情况出发, 因为延迟只可能是正数, 故对于任意链路 eI E, a_e > c_e, 对端到端延迟 D 有 a> c.

对于端到端的路径 p, 应用推论 1, 有:

定理 3　对于任意图 G 中的路径 p, p 上的总延迟是个模糊数 d_p = (a_p, c_p) = ($E_{eI\,p}a_e$, $E_{eI\,p}c_e$) .

问题 1　路径可信度判定问题(Path Reliability Decision: PRD): 给定 st 间的延迟约束 D= (a, c) , 实数 L 满足 0< L [1, 问是否存在 st 间的一条路径p 满足: R(d_p, D) \ L.

PRD 如果对 L 进行优化, 就得到下面的问题.

问题 2　最优可信度路由问题(Most Optimal Reliability Path: MORP): 给定 st 间的延迟约束 D= (a, c) , 寻找一条 st 间的路径 p^* 使得对于其他任何 st 间的路径 p 有 R(d_p, D) [R (d_{p^*} , D) .

说明　在实际情况中, D 可以是实数, 一般要求 L> 0. 5. 下面的例子说明 MORP 的意义.

例 1　如图 3 所示: 链路上的模糊数表示该链路延迟大约是某数值, 端到端的延迟要求是 20, 要求寻找一条路径使总延迟小于 20 的可信度最高.

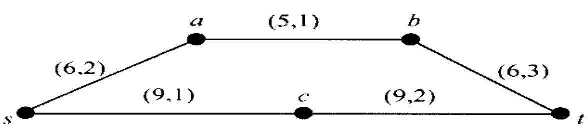


图 3

如果仅对中心值求最短路, 应当是 s2a2b2t, 而 MORP 的解是 s2c2t, 虽然路径 s2c2t 的中心值大于 s2a2b2t(18> 17) . 但后者小于 20 的可信度更高(5/ 6> 3/ 4) .

如果 s 和 t 是大型分层网络的端点, p 是 st 间的一条路径, 延迟约束 D= (a, c) . p 中的某些节点也有 QoS 需求(比如延迟), 如何合理地分配 d_p 到这些有 QoS 需求的节点, 使得链路的总体可信度达到最优. 文[3] 在假定链路延迟服从离散概率分布时提出了类似问题, 并且发现该问题是 NP 完全的, 我们发现从模糊数的角度考虑问题要简单得多.

问题 3　最优路径分解问题(Path Optimal Partition: POP) : 给定一条端到端路径 p, 延迟约束 D= (a, c) . 将 D 分解到每一条链路 eI p, 满足 D= $E_{eI\,p}D_e$, e 上的延迟小于 D_e 的可信度为 R(d_e, D_e) , 路径 p 的分解可信度定义为 Min{R(d_e, D_e) , eI p}, 优化的目标是寻找一种 D 的分解使 Min{R(d_e, D_e) , eI p}达到最大.

令最优分解可信度记为 S(p, D) , 进一步对 p 进行优化, 则有以下问题.

问题 4　最优分解路径问题(Most Optimal Partition Path: MOPP) : 给定端到端延迟约束 D= (a, c) , 寻找 st 间的一条路径 p^* 使得对于其他任何 st 间的路径 p 有 S(p, D) [S(p^* , D) .

下面对以上问题进行分析解答.

3　模型分析及解决方案

定理 4　PRD 是多项式可解的.

证明　令端到端延迟约束为 D= (a, c) , p 为一条 st 间的路径, 由定理 3, p 上的总延迟为 d_p = (a_p, c_p) = ($E_{eI\,p}a_e$, $E_{eI\,p}c_e$) . 由推论 2, 有: (1) 当 a- $E_{eI\,p}a_e$ \ c+ $E_{eI\,p}c_e$ 时, R(d_p, D) = 1; (2) 当 $E_{eI\,p}a_e$ - a \ c+ $E_{eI\,p}c_e$ 时, R(d_p, D) = 0; (3) 当| a- $E_{eI\,p}a_e$| < c+ $E_{eI\,p}c_e$ 时, R(d_p, D) = 0. 5(1+ (a- $E_{eI\,p}a_e$) / (c+ $E_{eI\,p}c_e$)) .

情形 1　a- $E_{eI\,p}a_e$ \ c+ $E_{eI\,p}c_e$ 等价于 a- c \ $E_{eI\,p}c_e$ + $E_{eI\,p}a_e$, 即 a- c\ $E_{eI\,p}$(c_e + a_e) . 可令图 G 的链路权重为 c_e + a_e, 用标准最短路径算法求出路径 p^* , 验证 p^* 的总长度 $E_{eI\,p^*}$(c_e + a_e) 是否小于 a2c, 若成立则 p^* 就是 MORP 的解, 同时 PRD 也可进行判定. 因此情形(1) 是否满足可以在多项式时间内验证.

情形 2　$E_{eI\,p}a_e$2a \ c+ $E_{eI\,p}c_e$ 等价于 a+ c [$E_{eI\,p}$(a_e2c_e) . 由定义 7 的说明知 a_e > c_e, 可令图 G 的链路权重为 a_e2c_e, 用标准最短路径算法求出路径 p^* , 验证 p^* 的总长度 $E_{eI\,p^*}$(a_e2c_e) 是否大于 a+ c, , 若成立则不存在路径 p 满足 R(d_p, D) > 0, 这说明端到端延迟约束 D= (a, c) 不可能实现. 因此情形(2) 同样可以在多项式时间内验证.

情形 3　首先以 a_e 为链路权重, 用标准最短路径算法求出路径 p^* , 然后分三种情况: ¹ $E_{eI\,p^*}$ a_e = a, 此时 R(d_p * , D) = 0. 5, p^* 也就是 MORP 的解, 同时解决 PRD 的判定; º $E_{eI\,p^*}$ a_e < a, 此时 R(d_p * , D) = 0. 5(1+ (a- $E_{eI\,p^*}$ a_e) / (c+ $E_{eI\,p^*}$ c_e)) > 0. 5, 只需考虑 L> 0. 5 的情况. 判定是否存在路径 p 满足 R(d_p, D) \ L 等价于判定 $E_{eI\,p}$(a_e + (2L- 1) c_e) [a- (2L- 1) c, 此时令图 G 的链路权重为 a_e + (2L- 1) c_e, 运用标准最短路径算法进行验证即可; » $E_{eI\,p}$ a_e > a, 此时 R (d_{p^*} , D) = 0. 5(1+ (a - $E_{eI\,p^*}$ a_e) / (c+ $E_{eI\,p^*}$ c_e)) < 0. 5, 只需考虑 L< 0. 5 的情况. 此时判定 R(d_p, D) \ L 等价于判定 $E_{eI\,p}$(a_e - (1- 2L) c_e) [a+ (1- 2L) c, 此时令图 G 的链路权重为 a_e - (1- 2L) c_e, 因 a_e > c_e, 故 a_e - (1- 2L) c_e > 0, 运用标准最短路径算法进行验证即可.

定理 4 的证明过程实际上表明了具体算法, 算法的时间复杂度等同于标准最短路径算法, 为 O(vlog(v) + e) . 令 PRD 的算法为 M, 运用两分法可得 MORP 的近似算法如下.

MORP 近似算法

(1) 令图 G 的链路权重为 c_e+a_e, 用标准最短路径算法求出 p^*, 验证 p^* 的权重 $E_{eI\,p^*}(c_e+a_e)$ 是否小于 $a-c$, 若成立则 p^* 就是 MORP 的解, 且 $R(d_{p^*}, D)=1$, 算法结束. 否则转(2);

(2) 令图 G 的链路权重为 $a_e 2c_e$, 用标准最短路径算法求出 p^*, 验证 p^* 的权重 $E_{eI\,p^*}(a_e 2c_e)$ 是否大于 $a+c$, 若成立则宣布无解, 算法结束. 否则转(3);

(3) 以 a_e 为链路权重, 用标准最短路径算法求出 p^*, 若 $E_{eI\,p^*}a_e=a$, 此时 $R(d_{p^*}, D)=0.5$, p^* 也就是问题的解, 算法结束. 否则若 $E_{eI\,p^*}a_e<a$ 转(4), 若 $E_{eI\,p^*}a_e>a$ 转(5);

(4) 令 $L1=0.5$, $L2=1$, $L=(L1+L2)/2$, 应用算法 M, 若算法 M 的结果是/ 是0, 令 $L1=L$, $L=(L1+L2)/2$, 应用算法 M; 若算法 M 的结果是/ 否0, 则令 $L2=L$, $L=(L1+L2)/2$, 应用算法 M; 当 $|L1-L2|<E$ 时, 算法结束并输出最后令算法 M 结果是/ 是0的路径 p^* 和 $R(d_{p^*}, D)$ 或宣布无解;

(5) 令 $L1=0$, $L2=0.5$, $L=(L1+L2)/2$, 应用算法 M, 若算法 M 的结果是/ 是0, 令 $L1=L$, $L=(L1+L2)/2$, 应用算法 M; 若算法 M 的结果是/ 否0, 则令 $L2=L$, $L=(L1+L2)/2$, 应用算法 M; 当 $|L1-L2|<E$ 时, 算法结束并输出最后令算法 M 结果是/ 是0的路径 p^* 和 $R(d_{p^*}, D)$ 或宣布无解.

该算法的时间复杂度为标准最短路径算法的复杂度与 $\log(E^{-1})$ 的乘积, 即 $O(\log(E^{-1})(v\log(v)+e))$. 同时, 由算法的执行过程知, 关于算法的精度, 有以下定理.

定理 5 令 MORP 的近似算法的解是 p, 实际最优解是 p^*, 则 $R(d_{p^*}, D)-R(d_p, D)<E$.

对于一般的 MORP, 仍不知是否存在多项式解法. 不过, 特殊情况下有以下结论.

定理 6 若图 G 所有链路延迟的宽度都相同, 则 MORP 是多项式可解的.

证明 考虑定理 4 的三种情况, 前两种显然, 只考虑情况(3), p^* 为以链路中心值为权重求得的路径. 假定 $E_{eI\,p^*}a_e$ [a. 此时由定理 4 知此时 MORP 的求解实质上是求内积 $T((E_{eI\,p}a_e, E_{eI\,p}c_e), (a, c))=(a-E_{eI\,p}a_e)/(c+E_{eI\,p}c_e)$ 的最大值. 若所有的链路延迟的宽度都相同, 令其为 c_0, 则有: $T((E_{eI\,p}a_e, E_{eI\,p}c_e), (a, c))=(a-E_{eI\,p}a_e)/(c+E_{eI\,p}c_e)=(a-E_{eI\,p}a_e)/(c+|p|c_0)$. $|p|$ 表示路径 p 的跳数, 因为 $T((E_{eI\,p}a_e, E_{eI\,p}c_e), (a, c))$ 对于 $E_{eI\,p}a_e$ 和 $E_{eI\,p}c_e$ 都是减函数, 为了求 $T((E_{eI\,p}a_e, E_{eI\,p}c_e), (a, c))$ 的最大值, 只需求出以 a_e 为链路权重, 跳数为 i 的 st 间的最短路径 p_i, $i I \{1, 2, , , v-1\}$, 然后分别带入 $(a-E_{eI\,p}a_e)/(c+|p|c_0)$ 中比较并取最大值即可.

考虑单约束最短路径问题(Restricted Shortest Path Prob2lem: RSP). 虽然一般情况的 RSP 是 NP 难的, 但若其中一个约束是跳数, 则是多项式可解的. 文[5, 10]提供了一个解法, 其核心思想是求出跳数为 i 的所有最短路径并进行比较, $i I \{1, 2, , , v-1\}$. 把该算法应用于本例即可, 算法的时间复杂度为 $O(v^4)$.

$E_{eI\,p^*}a_e>a$ 时情况类似.

下面考虑 POP. 首先考虑端到端延迟约束 D 为实数的情形, 对于路径 p, 集合 $\{D_e | e I p C E_{eI\,p}D_e=D\}$ 是 D 的分解, POP 的目标是寻找一种分解使得 $\mathrm{Min}\{R(d_e, D_e), eI\ p\}$ 最大.

定理 7 若路径 P 上的链路集为 $\{1, 2, , , n\}$, 链路延迟为 $d_i=(a_i, c_i)$, $i I \{1, 2, , , n\}$. 端到端延迟约束为实数 D, 令 $\underset{i=1}{\overset{n}{E}}a_i=A$, $\underset{i=1}{\overset{n}{E}}c_i=C$, 则 POP 的解为: 对于 $i I \{1, 2, , , n\}$, (1) 若 $R(d_p, D)=0$, 则对任何分解都有 $\mathrm{Min}\{R(d_i, D_i), i I \{1, 2, , , n\}\}=0$; (2) 若 $R(d_p, D)=1$, 令 $D_i^*=(a_i+c_i)D/(A+C)$, 有 $R(d_i, D_i^*)=R(d_p, D)=1$; 3) 若 $0<R(d_p, D)<1$, 令 $D_i^*=a_i+c_i(D-A)/C$, 则 $R(d_i, D_i^*)=R(d_p, D)$.

证明 (1) 若 $R(d_p, D)=0$, 即 D [A- C, D 的任何分解 $\underset{i=1}{\overset{n}{E}}D_i=D$ 必满足: 存在至少一个 $j I \{1, 2, , , n\}$, 满足 D_j [a_j-c_j, 则 $R(d_j, D_j)=0$, 因此任何分解都使 $\mathrm{Min}\{R(d_i, D_i), i I \{1, 2, , , n\}\}=0$;

(2) 若 $R(d_p, D)=1$, 即 D \ A+ C, 令 $D_i^*=(a_i+c_i)D/(A+C)$, $i I \{1, 2, , , n\}$, 容易验证 $R(d_i, D_i^*)=R(d_p, D)=1$, $i I \{1, 2, , , n\}$;

(3) 若 $R(d_p, D)=0.5$, 此时 $D=A$, 令 $D_i^*=ai$, $i I \{1, 2, , , n\}$, 则 $R(d_i, D_i^*)=R(d_p, D)=0.5$. 若 $0.5<R(d_p, D)<1$, 此时 $A<D<A+C$, 令 $D_i^*=a_i+c_i(D-A)/C$, $i I \{1, 2, , , n\}$. 容易验证此时 $R(d_i, D_i^*)=R(d_p, D)$, $i I \{1, 2, , , n\}$. 对于其他分解 $\underset{i=1}{\overset{n}{E}}D_i=D$, 必存在至少一个 $j I \{1, 2, , , n\}$, 满足 $D_j<D_j^*$, 带入推论 2 中信任度公式知必有 $R(d_j, D_j)<R(d_j, D_j^*)$, 所以 $\mathrm{Min}\{R(d_i, D_i), i I \{1, 2, , , n\}\}<R(d_j, D_j^*)<R(d_p, D)$. 若 $0<D<0.5$, 此时 $A-C<D<A$, 余下的讨论完全类似.

定理 7 中延迟约束是实数, 若延迟约束 D 为模糊数(a, c), 可以证明最优分解仍然是等可信度分解, 不过此时解不唯一, 但若对分解后模糊数的宽度加以限制则解是唯一的. 比如, 假定解必须是等宽度的, 对此有以下结论.

定理 8 若路径 P 上的链路集为 $\{1, 2, , , n\}$, 链路延迟为 $d_i=(a_i, c_i)$, $i I \{1, 2, , , n\}$. 端到端延迟约束为模糊数 $D=(a, c)$, 令 $\underset{i=1}{\overset{n}{E}}a_i=A$, $\underset{i=1}{\overset{n}{E}}c_i=C$, 限定分解后 D_i 的宽度为 c/n, 则 POP 的解为: 对于 $i I \{1, 2, , , n\}$, (1) 若 $R(d_p, D)=0$, 则对任何分解都有 $\mathrm{Min}\{R(d_i, D_i), i I \{1, 2, , , n\}\}=0$; (2) 若 $R(d_p, D)=1$, 令 $D_i^*=((a_i+c_i+c/n)D/(A+C+c), c/n)$, 有 $R(d_i, D_i^*)=R(d_p, D)=1$; (3) 若 $0<R(d_p, D)<1$, 令 $D_i^*=(a_i+(c_i+c/n)(D-A)/(C+c), c/n)$, 则 $R(d_i, D_i^*)$

$= R(d_p, D)$.

证明类似于定理 7. 由定理 6 和定理 7 的证明, 我们由以下结论.

定理 9　MOPP 的解等同于 MORP.

说明　对于实际多层网络, 要求端到端的路径经过某些同样有 QoS 需求的必经点. 此时, 由定理 6 和定理 7 的证明可知, 把端到端路径的 QoS 需求等可信度分解到各必经点, 可以实现整体可信度最优.

由于分解可信度的定义仍然基于扩展原理, 这样的结论是很自然的. 我们也可以采取其他形式的分解可信度定义. 如采用类似于文[3]中的 $F_{e I p} R(d_e, D_e)$, 它的极值用拉格朗日乘子法很容易得出, 我们省略证明给出以下结论.

定理 10　若路径 p 上的链路集为{1, 2, , , n}, 链路延迟为 $d_i = (a_i, c_i)$, i I {1, 2, , , n}. 端到端延迟约束为实数 D, 令 $\mathop{E}\limits_{i=1}^{n} a_i = A$, $\mathop{E}\limits_{i=1}^{n} c_i = C$, 定义分解可信度为 $\mathop{F}\limits_{i=1}^{n} R(d_i, D)$, 则 POP 的解为: 对于 i I {1, 2, , , n}, (1) 若 $R(d_p, D) = 0$, 则对任何分解都有 $\mathop{F}\limits_{i=1}^{n} R(d_i, D) = 0$; (2) 若 $R(d_p, D) = 1$, 则令 $D_i^* = (a_i + c_i) D/(A + C)$, 有 $R(d_i, D_{i*}) = \mathop{F}\limits_{i=1}^{n} R(d_i, D_{i*}) = 1$, (3) 若 $0 < R(d_p, D) < 1$, 则令 $D_i^* = a_i - c_i + (D + C - A)/n$, 有 $R(d_i, D_i^*) = 0.5(D + C - A)/(nc_i)$.

4　结论

本文根据模糊数学的基本原理, 给出了一个模糊数小于另一个模糊数的可信度的定义, 并基于此研究了网络链路延迟为模糊数的情况下的一些问题, 包括路径可信度判定(PRD), 最优可信度路由(MORP), 最优路径分解(POP), 及最优分解路径(MOPP)等问题. 我们定义了两种分解可信度, 分别研究了以上问题, 证明: (1) PRD 是多项式可解的; (2) POP 在等可信度分解时达到极值; (3) MOPP 可以归结为 MORP. 在所有链路延迟的宽度都相同时是 MORP 多项式可解的, 此时等价于约束为跳数的最短路径问题, 对于一般情况, 本文给出了时间复杂度为 $O(\log(E^{-1})(v\log(v) + e))$ 的近似算法, E 为相对误差.

参考文献:

[1] W C Lee, M GHluchyi. Routing subject to quality of service constraints integrated communication networks [J]. IEEE Network, 1995, July/Aug: 46- 55.

[2] Z Wang, J Crowcroft. QoS routing for supporting resource reservation [J]. IEEE JSAC, 1996, 14(9): 1228- 1234.

[3] R Gurin, A Orda. QoS2based routing in network with inaccurate infor2mation: theory and algorithms [J]. IEEE/ ACM Trans on Networking, 1999, 7(3): 350- 364.

[4] D Lorenze, A Orda. QoS routing in network with uncertain parameters [J]. IEEE/ ACM Trans on Networking. 1998, 6(6): 768- 778.

[5] Garey, Johnson. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP Completeness [M]. San. Francisco: W. H. Freeman, 1979.

[6] D Dubois, H Prade. Fuzzy Sets and Systems: Theory and Application [M]. Newyork: Academic Press, 1980.

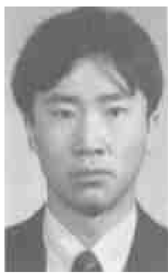
[7] 汪培庄, 模糊集合论及其应用[M]. 上海: 上海科技出版社, 1983.

[8] 贺仲雄, 模糊数学及其应用[M]. 天津: 天津科学技术出版社, 1983.

[9] H Tanaka, K Asai. Fuzzy solution in fuzzy linear programming problems [J]. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics, Mar/April, 1984, SMC 14: 325- 328.

[10] S Cheng, K Nahrstedt. On finding multi2constrained paths [A]. IEEE ICC. 98 [C]. IEEE, 1998, 874- 879.

作者简介:



张　品　男, 1971 年生于甘肃兰州, 1992 年毕业于上海交通大学电子工程系, 获学士学位, 2000 年毕业于西南交通大学应用数学系, 获理学硕士学位, 现为电子科技大学光纤通信重点实验室博士生, 研究方向为: 网络 QoS 问题, WDM 光网络路由和波长分配算法.

李乐民　男, 1932 年 5 月出生于浙江吴兴, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 电子科技大学光纤通信重点实验室, 主要研究方向包括宽带网络技术, IP 网络, WDM 光网络等.

王　晟　男, 1971 年出生于四川成都, 博士, 副教授, 电子科技大学光纤通信国家重点实验室, 主要研究方向包括 WDM 光网络和 IP 网络技术.