

对称三角线性调频连续波信号模糊函数分析

张容权, 杨建宇, 熊金涛, **向敬成**

(电子科技大学电子工程学院, 四川成都 610054)

摘要: 本文从对称三角线性调频连续波雷达体制的特点出发, 导出了解称三角线性调频连续波信号模糊函数, 分析了它的特点; 阐明了它与单斜率线性调频连续波信号和脉冲 LFM 信号模糊函数的区别; 从模糊函数的角度分析说明了采用对称三角线性调频连续波信号相对于单斜率线性调频连续波信号可以大大提高目标的分辨力, 并能消除多目标环境中运动目标的距离速度耦合现象。

关键词: 对称三角线性调频连续波; 模糊函数; 距离速度去耦合

中图分类号: TN959. 1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 03-0353-04

Analysis of Ambiguity Function of Symmetrical Triangular Linear Frequency Modulation Continuous Wave Signal

ZHANG Rong-quan, YANG Jian-yu, XIONG Jin-tao, XIANG Jing-cheng

(College of Electronic Engineering, University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: Based on the characteristic of symmetrical triangular frequency modulation continuous wave (STFMFCW) radar principle, the ambiguity function of STFMFCW signal is presented and analyzed. The differences between the ambiguity function of STFMFCW signal and single slope linear frequency modulation continuous wave signal and pulse LFM signal are also discussed. In addition, from the property of its ambiguity function, it is indicated that using the STFMFCW signal can considerably enhance the resolution and eliminate the range-velocity coupling of moving target under multi-target environments.

Key words: STFMFCW; ambiguity function; range-velocity decoupling

1 引言

随着固态微波器件和数字信号处理技术的发展, 线性调频连续波雷达技术得到越来越多的关注。它不存在距离盲区, 容易实现近距离高分辨率多目标的探测; 其接收机也由传统的差拍-频率计方式转变为差拍-傅立叶分析结构^[1]。线性调频连续波雷达信号时宽远大于回波最大延时, 其提取目标信息的方式也有别于脉冲雷达。因此, 其模糊函数有着不同于脉冲 LFM 信号的特点^[2]。但传统线性调频连续波雷达一般采用单斜率线性调频连续波信号, 理论和实践证明这种雷达存在严重的距离速度耦合现象^[2], 不利于多目标环境中运动目标的检测。而对称三角线性调频连续波雷达信号由对称的上/下扫频段信号组成, 这表明对称三角线性调频连续波雷达信号模糊函数又有着不同于单斜率线性调频连续波雷达信号模糊函数的特点。

本文将详细推导对称三角线性调频连续波信号模糊函数的公式, 并从模糊函数的公式完整地分析其特点, 为对称三角线性调频连续波雷达特殊的信号设计和处理奠定理论基础与依据。

2 模糊函数

如图 1 所示, 对称三角线性调频连续波雷达发射信号在上/下扫频段 $T_{up} = [-T, 0]$ 、 $T_{down} = [0, T]$ 可分别表示为:

$$s_T^+(t) = A \cos\{2\pi[(f_0 + B/2)t + \mu t^2/2] + \phi_0\} \quad (1)$$

$$s_T^-(t) = A \cos\{2\pi[(f_0 + B/2)t - \mu t^2/2] + \phi_0\} \quad (2)$$

其中 $2T$ 为扫频周期, τ_m 为目标最大延时, B 为信号有效带宽, f_0 为信号有效中心频率, ϕ_0 为初始相位。

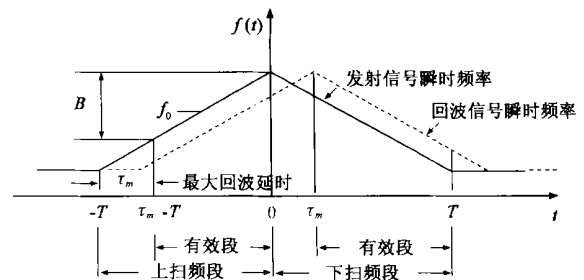


图 1 对称三角线性调频连续波雷达信号与回波瞬时频率关系

收稿日期: 2003-03-03; 修回日期: 2003-10-24

基金项目: 国防预研基金项目 (No. 41307040403); 教育部跨世纪优秀人才培养计划基金项目 (No. B13010201 KJ950202)

设两个点目标相对于雷达发射机的初始距离为 R_1, R_2 , 初始速度为 v_1, v_2 , 则两点目标的瞬时距离为 $R_1(t) = R_1 - v_1 t - c_m/2, R_2(t) = R_2 - v_2 t - c_m/2$, 回波延时为 $\tau_1(t) = 2R_1(t)/c, \tau_2(t) = 2R_2(t)/c$; 回波信号在有效段 $T_e^+ = [t_m - T, 0]$ 和 $T_e^- = [0, T]$ 内可分别表示为:

$$s_1^+(t) = s_T^+[t - \tau_1(t)], s_2^+(t) = s_T^+[t - \tau_2(t)] \quad (3)$$

$$s_1^-(t) = s_T^-[t - \tau_1(t)], s_2^-(t) = s_T^-[t - \tau_2(t)] \quad (4)$$

式(3)和式(4)中略去了与模糊函数分析无关的传播衰减和目标反射系数以及系统所引入的误差, 由于对称三角线性调频连续波雷达差拍-立叶分析接收机中只在有效段 T_e^+ 和 T_e^- 内回波信号才用于目标信息提取, 故对两个目标的分辨将取决于它们在 T_e^+ 和 T_e^- 内的差别:

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \int_{c_m - T}^0 [s_1^+(t) - s_2^+(t)]^2 dt + \int_{c_m}^T [s_1^-(t) - s_2^-(t)]^2 dt \\ &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \end{aligned} \quad (5)$$

由于 $c_m \ll T$, 式(5)第一、二项积分限可变为 $[t - T, 0]$ 和 $[0, T]$. 将式(1)、(3)代入式(5), 并变换积分限为 $[-T/2, T/2]$, 经分析计算可得 σ_1^2 :

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= 2E - 2 \operatorname{ERe} \left\{ e^{j2} \left(f_0 - \frac{1}{2} \mu, 1 - \frac{1}{2} \mu \right) \frac{1}{T - T/2} e^{j2} (\mu - \cdot) \right. \\ &\quad \left. \cdot e^{-j2} \mu_{f_0}^2 e^{j2} (\mu \frac{f_{d1} + f_{d2}}{2f_0} t - \mu_{f_0} \frac{f_{d1} + f_{d2}}{2f_0} t^2 + \mu_{f_0}^2 \frac{t^3}{2}) \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $E = A^2 T/2$ 为有效段内发射信号的能量, $f_{d1} = 2v_1/c, f_{d2} = 2v_2/c, \mu = c/f_0, \mu_{f_0} = f_{d2} - f_{d1}, \mu_1 = 2R_1/c, \mu_2 = 2R_2/c, \mu_1 = 2 - \mu_1, \mu_2 = \mu_1 + f_{d1} T/(2f_0), \mu_3 = \mu_2 - f_{d2} T/(2f_0), \mu_4 = \mu_1 + T/(2f_0)$. 因 $f_0 \gg \mu(\mu_1 + \mu_2)/2, (f_{d1} + f_{d2})/2 \ll f_0, (\mu_1 + \mu_2)/2 \ll T$, 式(6)可简化为:

$$\sigma_1^2 = 2E - 2 \operatorname{ERe} \left\{ e^{j2} f_0 \left(\frac{T}{2f_0} \right) \frac{1}{T - T/2} e^{j2} \left[\mu \left(\frac{T}{2f_0} \right) - 1 \right] e^{-j2} \mu_{f_0}^2 t^2 \right\} \quad (7)$$

同理可以简化 σ_2^2 的表达式为:

$$\sigma_2^2 = 2E - 2 \operatorname{ERe} \left\{ e^{j2} f_0 \left(-\frac{T}{2f_0} \right) \frac{1}{T - T/2} e^{j2} \left[\mu \left(-\frac{T}{2f_0} \right) + 1 \right] e^{j2} \mu_{f_0}^2 t^2 \right\} \quad (8)$$

由式(7)、(8)可得:

$$\sigma_1^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = 4E - 4 \operatorname{ERe} \left\{ e^{j2} f_0 \left(\cdot, \cdot \right) \right\} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \left(\cdot, \cdot \right) &= e^{j T/(2T)} \frac{T/2}{T - T/2} e^{j2} \left[\mu \left(\frac{T}{2f_0} \right) - 1 \right] e^{-j2} \mu_{f_0}^2 t^2 \\ &\quad + e^{-j T/(2T)} \frac{T/2}{T - T/2} e^{j2} \left[\mu \left(-\frac{T}{2f_0} \right) + 1 \right] e^{j2} \mu_{f_0}^2 t^2 \\ &= e^{j T} + \left(\cdot, \cdot \right) + e^{-j T} \cdot \left(\cdot, \cdot \right) \end{aligned} \quad (10)$$

定义 $\bar{t} = t/(1/B)$ 为归一化相对时延, $\bar{f} = f/(1/T)$ 为归一化相对多普勒频率, $\beta = B/f_0$ 为信号相对带宽, 并利用菲涅尔公式 $C(x) = \int_0^x \cos(y^2/2) dy, S(x) = \int_0^x \sin(y^2/2) dy$, 由式(10)可得对称三角线性调频连续波信号的归一化模糊函数:

$$\begin{aligned} \left(\bar{t}, \bar{f} \right) &= \left(\bar{t}, \bar{f} \right) / T = e^{j \bar{t}} + \left(\bar{t}, \bar{f} \right) + e^{-j \bar{t}} \cdot \left(\bar{t}, \bar{f} \right) \\ &= (4 - \bar{t})^{-1/2} e^{-j \bar{t}} e^{-j \bar{t}^2 / 2} \left\{ [C(x_1) + C(x_2)] \right. \end{aligned}$$

$$\left. - j[S(x_1) + S(x_2)] \right\} + (4 - \bar{t})^{-1/2} e^{-j \bar{t}} e^{-j \bar{t}^2 / 2} \left\{ [C(x_3) + C(x_4)] + j[S(x_3) + S(x_4)] \right\} \quad (11)$$

其中 $x_1 = \sqrt{-(\bar{t} - \bar{f}) - (1 - \beta/2) \bar{t}} J(\bar{t})^{-1/2}, x_2 = \sqrt{-(\bar{t} - \bar{f}) - (1 - \beta/2) \bar{t}} J(\bar{t})^{-1/2}, x_3 = \sqrt{-(\bar{t} + \bar{f}) + (1 - \beta/2) \bar{t}} J(\bar{t})^{-1/2}, x_4 = \sqrt{-(\bar{t} + \bar{f}) + (1 - \beta/2) \bar{t}} J(\bar{t})^{-1/2}$

从式(11)分析可知, (\bar{t}, \bar{f}) 是以相对带宽 β 为参量的二维函数式, 表明模糊函数受 β 的影响.

图2(a)、(b)分别给出了 $\beta = 3\%$ 和 $\beta = 25\%$ 的模糊函数图形 $|\chi_{\beta}(\bar{t}, \bar{f})|$.

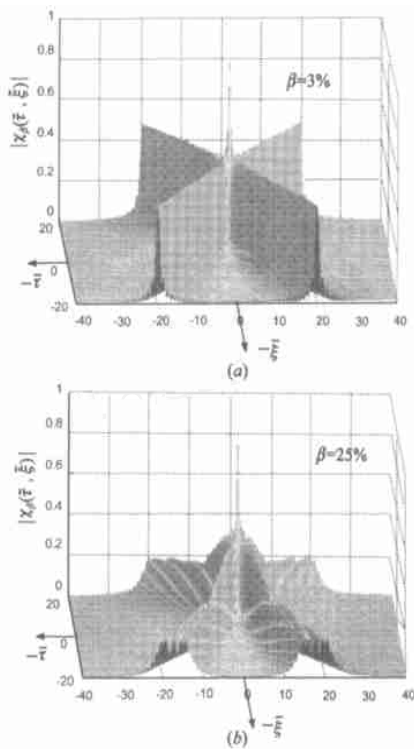


图2 对称三角线性调频连续波信号模糊函数图

3 特点

对称三角线性调频连续波雷达信号模糊函数与脉冲雷达中的 LFM 信号的模糊函数作比较, 可以看出它们之间的差别. 首先, 式(10)保留了复数因子 $e^{\pm j2 \mu^2 t^2 / f_0}$, 这是因为在对称三角线性调频连续波雷达中, 信号时带积 $D = BT$ 通常比脉冲雷达中的 LFM 信号大得多, 不满足 $D \ll c/2v$; 而在脉冲雷达 LFM 信号模糊函数分析中, 假设该不等式成立并忽略了复数因子的影响; 其次, 式(10)中的积分限为 $[-T/2, T/2]$, 而不是 $(-\infty, \infty)$. 这是因为在对称三角线性调频连续波雷达中, 目标的分辨是在有效段 T_e^+ 和 T_e^- 内进行的, 而在脉冲雷达中对目标的分辨是在整个时间轴上进行.

如图4所示, 将对称三角线性调频连续波雷达信号模糊函数与单斜率线性调频连续波雷达信号的模糊函数的 3dB 模糊度图^[2]作比较, 可以看出: 对称三角线性调频连续波雷达信号模糊函数相对于单斜率线性调频连续波雷达信号模糊函数

将在原点形成尖峰,其模糊度图面积大大减少,只存在原点附近,表明只有两目标的时延和速度都十分接近时,目标才可能无法分辨,这一特点导致对称三角线性调频连续波雷达信号相对于单斜率线性调频连续波信号在 $\tau = \pm(1 - \sqrt{2})\tau$ 方向上分辨能力大大提高。

由于 $2 + (\tau, \tau)$ 和 $2 - (\tau, \tau)$ 分别为正负扫频斜率的线性调频连续波雷达信号的模糊函数,所以模糊函数体积不变性同样不再成立^[2]。

分析式(11)可知, $|(\tau, \tau)| = |(-\tau, -\tau)|$, $|(\tau, \tau)| = |(-\tau, \tau)|$, $|(\tau, \tau)| = |(\tau, -\tau)|$, 所以对称三角线性调频连续波雷达信号模糊函数图关于原点对称性、 τ 轴和 ξ 轴对称。

由于 $+(\tau, \tau)$ 和 $-(\tau, \tau)$ 分别以 $\tau = \pm(1 - \sqrt{2})\tau$ 为对称轴,且沿平行于 τ 轴的方向对称,即:

$$+[(1 - \sqrt{2})\tau - \tau_0, \tau] = +[(1 - \sqrt{2})\tau + \tau_0, \tau] \quad (12)$$

$$-[(1 - \sqrt{2})\tau - \tau_0, \tau] = -[(1 - \sqrt{2})\tau + \tau_0, \tau] \quad (13)$$

另外由于 (τ, τ) 的主要能量集中在直线 $\tau = \pm(1 - \sqrt{2})\tau$ 方向及附近区域。当 τ 和 τ 远离 $\tau = \pm(1 - \sqrt{2})\tau$ 时, (τ, τ) 的能量趋于零,所以 (τ, τ) 可近似看作关于 $\tau = \pm(1 - \sqrt{2})\tau$ 为对称轴,且沿平行于轴的方向对称,即:

$$+[\pm(1 - \sqrt{2})\tau - \tau_0, \tau] = +[\pm(1 - \sqrt{2})\tau + \tau_0, \tau] \quad (14)$$

当 τ 增大或减小时, $+(\tau, \tau)$ 和 $-(\tau, \tau)$ 将分别在 $\tau = \pm(1 - \sqrt{2})\tau$ 方向上产生比例伸缩现象,从而导致 (τ, τ) 产生比例伸缩,即:

$$k + [\pm(1 - \sqrt{2})\tau - \tau_0, \tau/k] = + [\pm(1 - \sqrt{2})\tau - \tau_0, \tau] \quad (15)$$

这是由于复指数因子 $e^{\pm j2\tau^2}$ 的影响造成的,说明 τ 越大, $e^{\pm j2\tau^2}$ 分别造成 $\tau = \pm(1 - \sqrt{2})\tau$ 方向上衰减加快。对比图 2 (a)、(b) 两模糊函数图可看出此特点。

(τ, τ) 沿直线 $\tau = 0$ 的截面表达式为 $(0, \tau) \cos(\tau) \text{sinc}(\tau)$, 则对称三角线性调频连续波雷达信号的归一化多普勒分辨率为 $\tau = 1/2$, 则多普勒分辨率为 $\tau = 1/(2T)$, 如图 3(a) 所示。 (τ, τ) 沿直线 $\tau = 0$ 的截面为辛克函数, 即 $(\tau, 0) = \text{sinc}(\tau)$, 则对称三角线性调频连续波归一化距离

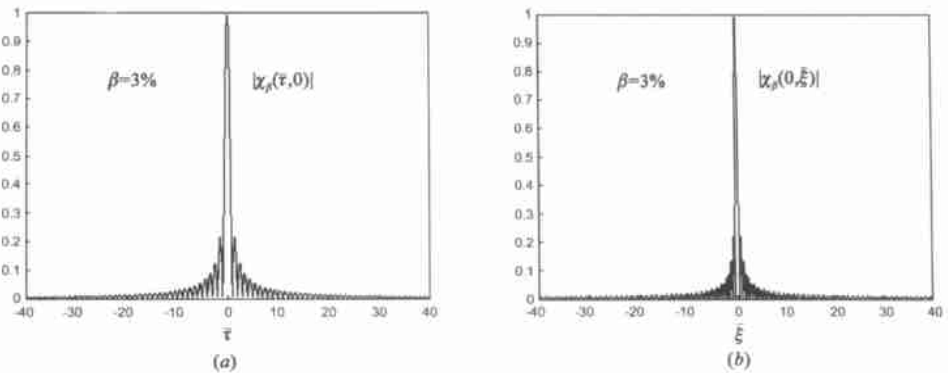


图 3 对称三角线性调频连续波信号模糊函数 $\xi=0$ 和 $\tau=0$ 的截面

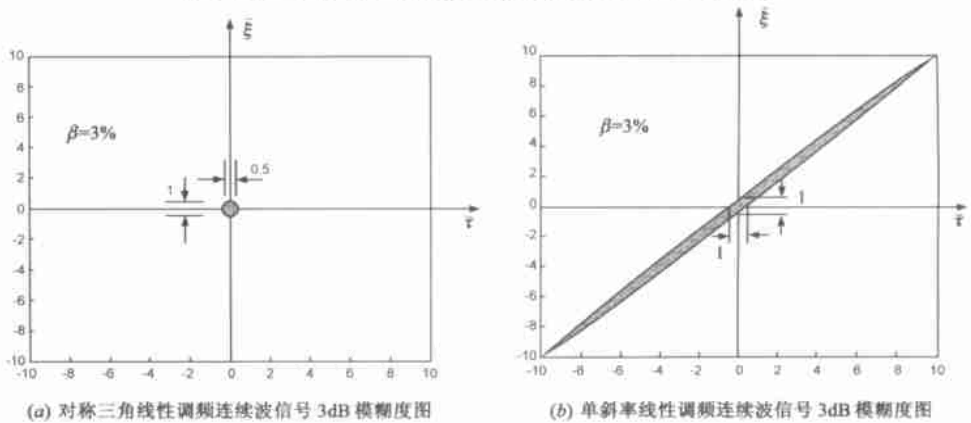


图 4 对称三角线性调频连续波信号与单斜率线性调频连续波信号模糊度图比较

分辨率为 $\tau = 1$, 则距离分辨率为 $R = c/(2B)$, 如图 3(b) 所示。

如图 2 所示, 对称三角线性调频连续波模糊函数图表现为一个尖峰和四个对称支角, 当 $\tau = \pm\tau_0$ (即 $\tau = \pm\mu_0$) 时, 目标仍能分辨, 但不够理想, 原因是目标只能在一个扫频段能够分辨。这种情况对应于差拍信号频域中的情形, 如图 5 所示, 实际位置在 (1)、(2) 处的目标 2、3 满足条件 $\tau = \mu_0$ 时, 由于出现距离速度耦合, 偏离至 (2)、(3) 处, 在上扫频段出现重叠, 但在下扫频段却远远分开, 说明目标在采用单斜率线性调频连续波信号情况无法分辨时, 而在对称三角线性调频连续波信号里却可以分辨, 即可基本消除距离速度耦合。图 5 目标 1 和目标 2 对应 $\tau = \pm\tau_0$ (即 $\tau = \pm\mu_0$) 的情况, 表明两目标在上下扫频段均可分辨, 对应于模糊函数图四个支角以外的

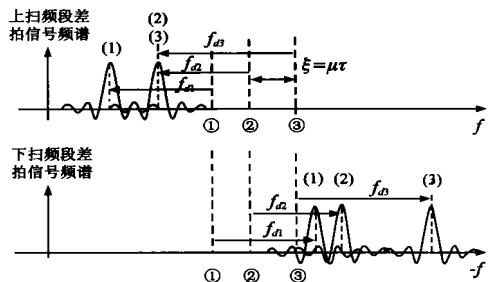


图 5 对称三角线性调频连续波信号消除距离速度耦合示意图 ($\tau \ll 1$)

情况,此时,两目标的分辨相当好.以上分析说明了对对称三角线性调频连续波上、下扫频的差拍信号分别进行 FFT 处理,利用运动目标的多普勒频率关于目标初始距离频谱左右对称偏移的特性,和频谱特征进行配对^[3],可消除距离速度耦合,实现多目标环境中运动目标的检测与参数估计.

4 结论

通过对对称三角线性调频连续波信号其模糊函数特性分析可知,其模糊函数与脉冲雷达 LFM 信号模糊函数有显著的差别.在对称三角线性调频连续波信号模糊函数计算中,保留了复数因子 $e^{\pm j 2 \mu t^2 / f_0}$,且积分限为 $[-T/2, T/2]$,而不是 $(- ,)$.对称三角线性调频连续波信号模糊函数相对于单斜率线性调频连续波信号的模糊函数在原点形成尖峰,其 3dB 模糊度图的面积将大大减少,故其对目标的分辨力大大增加.另外从对称三角线性调频连续波信号模糊函数图和上/下扫频段差拍信号频谱特性说明了将对称三角线性调频连续波雷达上/下扫频段的差拍信号分别进行处理并对目标上/下扫频段的差拍频谱进行配对处理,可以消除距离速度耦合,实现多目标环境中运动目标的检测与参数估计.

参考文献:

- [1] A G Stove. Linear FMCW radar techniques[J]. IEEE Proceeding F, 1992, 139(5):343 - 340.

- [2] 杨建宇. LFM CW 雷达信号模糊函数分析[J]. 信号处理, 2002, 18(1):39 - 42.
- [3] 杨建宇, 凌太兵, 贺峻. LFM CW 雷达运动目标检测与距离速度去耦合[A]. 第三届全国信号处理与自适应天线技术会议论文集[C]. 四川成都: 电子科技大学电子工程学院, 2002. 58 - 61.

作者简介:



张容权 男, 1975 年 9 月生于四川省遂宁市, 1999 年于重庆邮电学院电信工程系获学士学位, 目前在电子科技大学电子工程学院攻读博士学位, 主要从事雷达系统、数字信号处理算法和硬件实现方面的研究工作.



杨建宇 男, 1963 年 8 月生于四川省南部县, 1991 年在电子科技大学获得博士学位, 现为电子科技大学电子工程学院教授、博士生导师. 研究领域: LFM CW 雷达理论、关键技术与系统应用, 毫米波雷达成像, 数字信号处理, 信号检测与估计.