

# 光 CT 的扇束投影重排方法及投影几何分析

李 扬,汪仁煌,郑莹娜,葛 李  
(广东工业大学信息工程学院,广东广州 510643)

**摘要:** 在工业过程监控中,由于被测物理过程的发生时间短,因此光 CT 装置将不可能象医学 CT 那样有充足的时间进行“静态”成像,而是必须进行实时性较高的“动态”成像(或称为流动成像).其制约是光线扫描的投影视角和投影数量都不可能太多.根据这一情况,在医学 CT 中常用的一些图像重建算法如反投影法、滤波反投影法和投影重排方法都必须加以改进才能引用.为此,本文研究扇束投影重排方法在光学流动成像中的应用可行性,分析其计算方法和步骤,并确定光线扇束结构中的光源个数、扇形张角和探测器个数之间的约束关系,同时也分析了内插精度对图像质量的影响.在数值模拟实验中,将投影重排方法与反投影法的重建图象进行了比较,进一步评判本文方法的图象质量和成像实时性等方面的性能.

**关键词:** 光学流动成像; 扇束光线; 投影重排方法; 投影几何

**中图分类号:** TN247 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 04-0571-04

## Analysis of Fan Beam Projections Recomposition Method and Projection Geometry on Optical Tomography

LI Yang, WANG Ren-huang, ZHENG Ying-na, GE Li

(School of Information Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510643, China)

**Abstract:** During the course of monitoring and controlling on industrial process, because physical process changes instantaneously, the optical CT can not take “static” imaging like the medical CT while it must carry out “dynamic” imaging (that is namely flow imaging), which would lead to not enough projection angles and the number of projections for light beam scanning. According to this, the reconstruction algorithms such as Linear Back Projection (LBP), Filter Back Projection (FBP) and projection rearrangement method cannot be applied directly and must be improved. So, in this paper, the application feasibility of fan-beam projection rearrangement method in optical flow imaging is taken into account, the calculation approach is analyzed, and the restriction relations among the number of light sources, number of detectors and fan beam-divergence angle, what interpolation precision affects on image quality is analyzed too. In simulation experiment, by comparing the reconstruction images by LBP and projection rearrangement method, the image quality and real-time performance of the method in this paper are estimated.

**Key words:** optical flow imaging; fan light beam; projections rearrangement method; projection geometry

### 1 引言

光学层析成像(optical tomography,简称 CT)技术是最近几年才发展起来的一门新兴技术,这是由于人们对生物组织成像的研究和在工业过程监测与控制(如二相流场、温度场、内燃机燃烧状况、大气污染和粉尘排放监测)等领域研究方面的浓厚兴趣<sup>[1]</sup>.光学 CT 的原理是利用光在物质中的传输规律,通过检测光的调制效应来反演被测物的光学特性及空间分布,它可认为是传统光测技术与计算机层析成像(CT)技术相结合的产物.由于光线对生物体和环境无伤害以及光信息的含量大等特点,因此光学 CT 的应用前景十分广阔.图像重建

算法和投影几何设计是光学 CT 的两个关键技术问题,其中图像重建算法是一类 Radon 逆变换方法,该算法的性能对于提升光学 CT 系统的响应能力和检测精度十分重要,即要解决好少数投影和动态测量问题;而投影几何设计必须有利于提高检测信息量和空间分辨率.一般来说,图像重建算法与投影几何还应满足一定的匹配条件.

根据光学 CT 用于流动成像的实际要求和投影数据较少的特点,在医学透射式 CT 中常用的一些扇束投影重建算法如线性反投影法(Linear Back Projection,简称 LBP)、滤波反投影法(Filter Back Projection,简称 FBP)和投影重排方法都必须加以改进才能引用.在上述几种重建算法中,LBP 算法简单易

收稿日期:2001-06-18;修回日期:2002-05-26  
基金项目:国家自然科学基金(NO.59975019)

行,但重建的图像比较模糊,一般仅适用于对被测参量场进行初步研究和动态观测;采用滤波反投影法时,由于采样空间间隔大和测量投影数据不足,因此滤波器对反投影图像伪迹的消除作用并不明显.例如,设被测参量在测量区内的最大空间频率为  $\omega_m$ ,则采样空间间隔  $d$  和滤波函数  $\phi(\omega)$  应满足<sup>[2]</sup>:

$$d \leq 1/2\omega \quad (1)$$

$$\text{以及} \quad \phi(\omega) = \begin{cases} |\omega|, & |\omega| < 1/2d \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (2)$$

由于被测物理过程变化快,因此完成一次成像的采样周期很短,这样光 CT 就不可能在有限时间段内获取较多的投影数据,并将引起采样空间间隔不够小,一般难以满足式(1)的要求,而滤波器的频带也相当窄.在这种情况下,滤波反投影法的效果将是不明显的.为此,本文根据光学扇束投影的特点,探讨投影重排方法的应用可行性,分析其计算方法和步骤,并确定扇束投影几何的约束关系.在数值模拟实验中,将投影重排方法与反投影法的重建图像进行比较,进一步评价投影重排方法的图像重建质量和实时性等性能.

## 2 光学扇束投影重排方法

### 2.1 光学扇束投影与重排原理

光学扇束投影是指在被测区域周围布置许多光源,每一光源的出射光均为一薄片状扇形光束,且每一扇形光束在穿过被测场域后由对面的多个光电探测器接收.假设光源数为  $J$  个,每一扇形张角内覆盖的探测器数为  $(2I+1)$  个(即光源中心线对应一探测器,两侧各排布  $I$  个探测器并以中心线为对称),则可收集  $J \cdot (2I+1)$  个投影数据并用于重建参量场分布.投影重排方法是指把一个视图中采集到的具有不同方向的扇束投影数据重新组合成平行束投影数据,然后再利用平行束投影数据来重建图像.

扇束投影中的每一条光束可用坐标  $(\gamma, \beta)$  表示,投影值可相应表示为  $p(\gamma, \beta)$ ,其中  $\beta$  为光源的中心线与  $y$  轴的交角, $\gamma$  为扇形内某一光束与光源中心线的夹角.如图 1 所示.其中  $S$  为光源,光源中心线为直线  $\overline{SD}$ .事实上,在扇束投影中,各条光束也可看成是平行投影中的某一条光束,因此也可使用 Radon 坐标  $(x_r, \phi)$  来表示.两者之间的坐标关系如下:

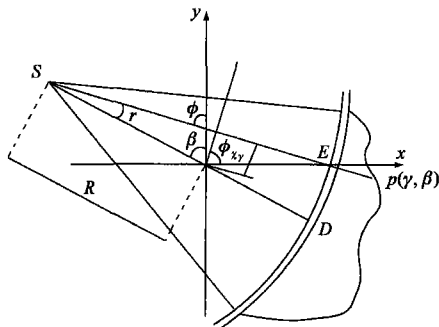


图 1 扇束投影的几何示意图

$$\phi = \beta + \gamma \quad (3)$$

$$x_r = R \sin \gamma \quad (4)$$

其中,  $R$  为被测场域半径.

由于投影数据是离散采样的,因此各变量  $\gamma, \beta, x_r$  和  $\phi$  均可表示成如下离散形式<sup>[3]</sup>:

$$\gamma = i \cdot \Delta\gamma; \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm I \quad (5)$$

$$\beta = j \cdot \Delta\beta; \quad j = 1, 2, \dots, J$$

$$\text{及} \quad x_r = n \cdot \Delta x_r; \quad n = 0, \pm 1, \dots, \pm N \quad (6)$$

$$\phi = m \cdot \Delta\phi; \quad m = 1, 2, \dots, M$$

式中,  $i$  为扇形束内的探测器编号,  $j$  为光源编号,  $\Delta\gamma$  为扇形束内相邻探测器的夹角,  $\Delta\beta$  为相邻光源的夹角,  $\Delta\beta = \frac{2\pi}{J}$  (设  $J$  个光源沿圆周均匀布置);  $M$  为重排后平行投影的方向数,在每一个方向角下的平行投影数为  $(2N+1)$  个,  $\Delta x_r$  为相邻平行束的间隔,  $\Delta\phi$  为各组平行束的方向角.投影重排的目的是把所有扇束投影数据  $p(\gamma, \beta)$  重新整理成不同视角下的平行投影数据  $p(x_r, \phi)$ .

### 2.2 内插计算

投影重排一般不是对原投影数据的“重新排列”,而必须采用内插方法.内插分两步走:第一步是按等角度  $\Delta\phi$  (但非均匀间隔)进行重排,第二步是校正各平行束之间的非均匀间隔<sup>[3]</sup>.

在第一步内插时,先固定  $i$ ,然后分别改变  $m = 0 \sim M$ ,计算光源的内插编号  $j^*$ .将式(5)和式(6)代入式(3),得:

$$m\Delta\phi = j^* \Delta\beta + i\Delta\gamma$$

$$\text{即} \quad j^* = \frac{m\Delta\phi - i \cdot \Delta\gamma}{\Delta\beta} = j + \delta_j \quad (7)$$

式中,  $j$  为  $j^*$  的整数部分,  $\delta_j$  为其小数部分.采用线性内插,得出内插后的投影值为:

$$p^+(i, m) = p(i, j^*) = (1 - \delta_j)p(i, j) + \delta_j p(i, j+1) \quad (8)$$

可见,第一步内插过程是取相邻的原投影数据的加权和作为新的投影数据.第一步插值后所得平行投影数为

$\left(\frac{\theta_f}{\Delta\beta} + 1\right)$  个,其中  $\theta_f$  为扇形张角.在式(7)中,若  $j^*$  为整数,

则有  $p^+(i, m) = p(i, j)$ ,即实现了完全数据重排.

第二步内插用于校正平行光束之间的非均匀间隔,即固定  $m$ ,改变  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$ ,计算扇形内光束编号  $i^*$ .利用式(4)、(5)和式(6)中,得

$$i^* = \frac{1}{\Delta\gamma} \arcsin\left(\frac{n\Delta x_r}{R}\right) = i + \delta_i \quad (9)$$

式中  $i$  为  $i^*$  的整数部分,  $\delta_i$  为其小数部分.用线性内插可得

$$p(n, m) = p^+(i^*, m) = (1 - \delta_i)p(i, m) + \delta_i p(i+1, m) \quad (10)$$

上述两步内插计算的流程图如图 2 所示.

## 3 投影几何分析

根据上述分析,扇束投影重排成平行束投影是可行的,但重排方法对投影几何有一定的约束条件,且图像质量将会受到两步内插精度的影响.因此,合理设计投影几何以满足投影重排的条件和提高成像效果是十分必要的.

扇束投影的几何特点是:光源和探测器均匀排布在被测区域周围,每一光源顺序发出扇形光束并被对面的多个探测器接收.扇束投影与平行束投影相比,其光束的覆盖面积大,

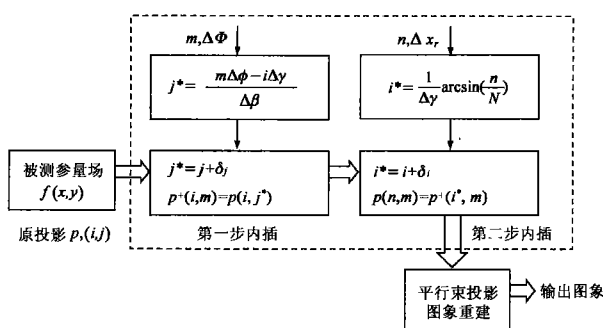


图 2 扇束投影的重排过程

空间分辨率高,但物理装置较为复杂.考虑到光路系统和光器件的实际物理尺寸大小的限制,因此扇束投影几何一般不可能太复杂,而且尽可能采用固定安装形式<sup>[4,5]</sup>.几种不同结构的投影几何如图 3(a)、(b)和(c)所示,它们的空间排布格局不同:图 3(a)的光源个数少但扇形张角大( $\theta_f = 2I \times \Delta\gamma = 140^\circ$ ),图 3(b)的光源个数多但扇形张角小( $\theta_f = 2I \times \Delta\gamma = 48^\circ$ ),而图 3(c)的光源个数多,扇形张角也大( $\theta_f = 2I \times \Delta\gamma = 48^\circ$ ).图 3 所示扇束投影结构的重建区域大小均设置为  $15 \times 15$  个网格元(像元).

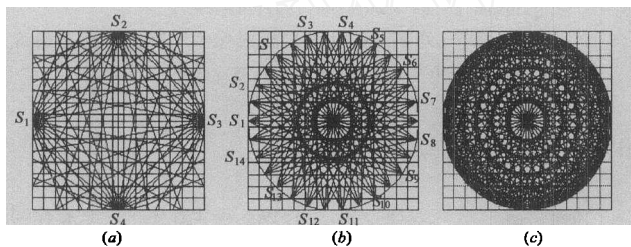


图 3 几种扇束投影几何结构图 (a)等角度 4 光源  $\times$  15 探测器 ( $\Delta\beta = 90^\circ, \Delta\gamma = 10^\circ, I = 7$ ); (b)等角度 15 光源  $\times$  5 探测器 ( $\Delta\beta = 24^\circ, \Delta\gamma = 12^\circ, I = 2$ ); (c)等角度 15 光源  $\times$  15 探测器 ( $\Delta\beta = 24^\circ, \Delta\gamma = 12^\circ, I = 7$ )

扇束投影重排方法对几何结构存在一定的约束:第二步插值参数  $i^*$  应在  $-I \sim +I$  区间内取值,由式(9)得:

$$-I \leq \frac{1}{\Delta\gamma} \arcsin\left(\frac{n \cdot \Delta x_r}{R}\right) \leq I \quad (13)$$

即 
$$\Delta x_r \leq \frac{R}{N} \sin(I \cdot \Delta\gamma) \quad (14)$$

因此,重排后的平行束间距不能太大,必须满足式(14)的要求.此外,为了提高插值精度,应使插值参数  $j^*$  为整数,即第一步内插为完全数据重排.这时,  $p^*(i, m) = p(i, j)$ .从式(7)知道,使  $j^*$  为整数的条件是:  $\Delta\beta = 2\Delta\gamma$  (也可取  $\Delta\beta = \Delta\gamma$ ) 和  $\Delta\phi = \Delta\gamma$ .这时,第  $j$  个光源的第  $i$  条光束与第  $(j+1)$  个光源的第  $(i+2)$  条光束相互平行.第一步插值后所得平行投影数为  $(2N+1) = \frac{\theta_f}{\Delta\beta} + 1$  (个),方向角数为  $M = \frac{\pi}{\Delta\phi} = \frac{\pi}{\Delta\gamma}$  (个).因此,增加平行投影数的办法是减少  $\Delta\beta$  (即增加光源个数)和增大扇形张角  $\theta_f$ ,而增加平行束的方向角数的办法是减少  $\Delta\gamma$  (即增加探测器个数).

现来分析图 3 几种扇束几何结构的特点:对于图 3(a)结构,按式(14)有  $\Delta x_r \leq \frac{R}{N} \sin(7 \cdot 10^\circ) \approx \frac{R}{N} \times 94\%$ ,即平行束的

覆盖率为重建区域的 94%;对于图 3(b)结构,由于  $\Delta\beta = 2\Delta\gamma$ ,因此第一步内插可实现完全数据重排,但  $\Delta x_r \leq \frac{R}{N} \sin(2 \cdot 12^\circ) \approx \frac{R}{N} \times 41\%$ ,即平行束的覆盖率仅为重建区域的 41%,该几何结构的重排投影数为 3(条)  $\times$  15(方向角);而对于图 3(c)结构,  $\Delta\beta = 2\Delta\gamma$ ,即第一步内插也为完全数据重排,且  $\Delta x_r \leq \frac{R}{N} \sin(7 \cdot 12^\circ) \approx \frac{R}{N} \times 99\%$ ,因此平行束的覆盖率为重建区域的 99%,该几何结构的重排投影数为 7(条)  $\times$  15(方向角).

#### 4 图像重建

当扇束投影数据变换为平行束投影数据以后,就可以利用平行束投影的重建算法(如滤波反投影法和代数法等)进行成像.以图 3(a)扇束结构为例,重排为四个方向角,即  $\Delta\phi = 45^\circ$  ( $M = 3$ ),图像大小为  $15 \times 15$  pixels.此外,将  $45^\circ/135^\circ$  方向角的两组平行束间距  $\Delta x_r$  调整为水平(或垂直)平行束间距的  $1/\sqrt{2}$  倍,以使各光束均穿过网格元对角线,如图 4 所示.在水平和垂直方向角上,平行投影数为 15 个,斜线的平行投影数为  $15 \times \sqrt{2} = 21$  个.因此,重排前后的投影个数分别为 60 个和 72 个.

现按式(7)计算重排后的四个方向角上的插值参数  $j^*$ ,如表 1 所示.可以看出,仅有少数参数  $j^*$  为整数.因此,在采样间隔较大的情况下,插值精度将有所下滑.

为了说明扇束投影重排方法的重建性能,将其与反投影法进行比较.它们的重建图像(对应三种测试模型)如图 5 所示.计算机仿真环境为 Matlab5.2 for Win2000,PIV 个人计算机.从图 5 知道,投影重排方法的图像质量优于反投影法.不过,投影重排方法的计算需时共为 33ms,包含重排内插计算时间 3ms 和代数法重建图像的时间

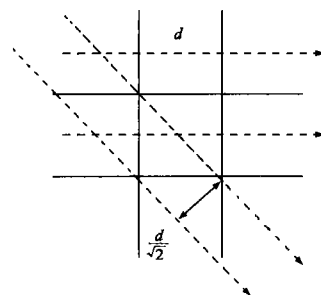


图 4 重排四个方向角的投影光束间距

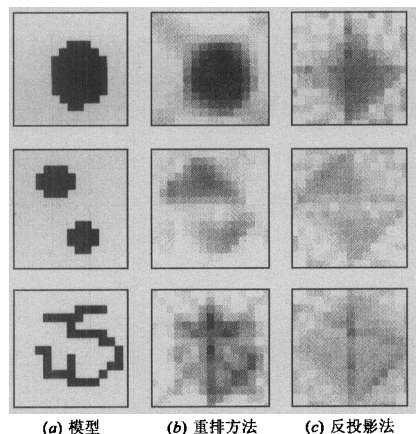


图 5 图像重建结果(扇束结构:4 光源  $\times$  15 探测器,  $\Delta\gamma = 10^\circ$ )

30ms,而反投影法仅为 1ms(上述时间不包括投影生成(或数据采集)和图像显示时间).因此,投影重排方法在成像实时性方面远不如反投影法.

表 1 第一步插值参数  $j^*$ 

$j^*$	$i = -7$	$i = -6$	$i = -5$	$i = -4$	$i = -3$	$i = -2$	$i = -1$	$i = 0$
方向 1	0.7778	0.6667	0.5556	0.4444	0.3333	0.2222	0.1111	0
方向 2	1.2778	1.1667	1.0556	0.9444	0.8333	0.7222	0.6111	0.5000
方向 3	1.7778	1.6667	1.5556	1.4444	1.3333	1.2222	1.1111	1.0000
方向 4	2.2778	2.1667	2.0556	1.9444	1.8333	1.7222	1.6111	1.5000

表 1 (续)

$j^*$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	$i = 6$	$i = 7$
方向 1	-0.1111	-0.2222	-0.3333	-0.4444	-0.5556	-0.6667	-0.7778
方向 2	0.3889	0.2778	0.1667	0.0556	-0.0556	-0.1667	-0.2778
方向 3	0.8889	0.7778	0.6667	0.5556	0.4444	0.3333	0.2222
方向 4	1.3889	1.2778	1.1667	1.0556	0.9444	0.8333	0.7222

## 5 结论

在少数投影情况下,扇束投影重排方法用于光 CT 的图像重建是可行的.主要结论有:(1)增加重排后平行束的条数的办法是减小相邻光源的夹角  $\Delta\beta$ (即增加光源个数)和增大扇形张角  $\theta_f$ ,而增加平行束的方向角数的办法是减小相邻探测器的夹角  $\Delta\gamma$ (即增加探测器个数);(2)扇束投影重排方法对投影几何存在一定的约束条件,即要求重排后的平行束间距不能太大,必须满足式(14).此外,由于重建图像的质量将受到两步内插精度的影响,为此最好使投影几何关系为  $\Delta\beta = 2\Delta\gamma$  和  $\Delta\phi = \Delta\gamma$ ,则可使第一步插值实现完全数据重排;(3)在图像重建效果方面,投影重排方法优于反投影法,但计算需时较长;(4)在物理可实现方案能够克服光路系统的实际尺寸限制时(如使用光纤和 CCD 探测器),通过进一步减少光 CT 的采样间隔和增加投影数量,投影重排方法仍具有应用价值.

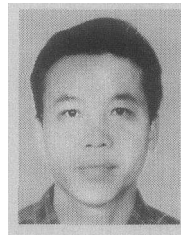
### 参考文献:

- [1] 阎春生,曾楠,赖淑蓉,等.光学层析成像技术的研究动态[J].激光杂志,2001,22(5):5-7.
- [2] 肖旭东,是度芳,唐川.光束偏转和吸收法层面成像技术的基本理论和应用[J].量子电子学,1990,7(3):234-239.
- [3] 庄天戈.CT原理与算法[M].上海:上海交通大学出版社,1992.71-76.

[4] S Ibrahim, R G Green. Optical Fibres for Process Tomography: A Design Study [A]. 1st World Congress on Industrial Process Tomography [C]. Buxton, greater Manchester. 1999. 14-17.

[5] 郑莹娜,李扬,刘强,等.光学层析成像空间阵列传感器研究[J].激光与光电子进展,2001,(10):35-40.

### 作者简介:



李扬 男,1966年4月生于广东省徐闻县,副教授,广东工业大学博士研究生,现主要从事过程层析成像技术、模式识别与智能系统、光电技术等方面的研究工作,在国内外发表学术论文30多篇.

汪仁煌 男,1945年生于浙江,广东工业大学教授,博士生导师,主要研究领域为测控技术、信息处理与智能仪器等,获多项省、部级科技进步奖,在国内外发表学术论文80多篇.

郑莹娜 女,1955年生,教授,1982年毕业于华中理工大学,1988年获硕士学位,主要从事信号与信息处理,现代传感技术与智能控制等方面的教学、研究工作,获国家发明专利一项和省部级科技进步奖几项,在国内外发表学术论文50多篇.