

一种全解耦的 RLS 自适应 Volterra 滤波器

孔祥玉¹, 韩崇昭¹, 魏瑞轩², 马红光¹

(1. 西安交通大学电子与信息工程学院, 陕西西安 710049; 2. 空军工程大学工程学院, 陕西西安 710038)

摘要: 本文研究了 Volterra 自适应滤波器解耦问题, 提出了一种全解耦的 RLS 自适应 Volterra 滤波器. 按照 Volterra 滤波器的伪线性组合结构, 采用 RLS 滤波原理和约束优化理论, 导出了满足最小累计平方误差指标的具有分块对角形输入相关矩阵的全解耦 Volterra 标准方程, 据此设计了一种全解耦的 RLS 自适应 Volterra 滤波器, 给出了滤波器权向量自适应修正的一套公式. 仿真结果验证了本文方法的有效性.

关键词: 非线性系统; Volterra 滤波器; 自适应滤波; RLS 算法; 全解耦滤波器

中图分类号: TN713 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 04-0687-03

A Fully Decoupled RLS Adaptive Algorithm for Volterra Filters

KONG Xiang-yu¹, HAN Chong-zhao¹, WEI Rui-xuan², MA Hong-guang¹

(1. School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China;

2. School of Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

Abstract: In this paper, the decoupling problem for Volterra adaptive filters is researched, and fully decoupled RLS adaptive Volterra filters is presented. According to the pseudo-linear combination structure of Volterra filters, by applying the principle of RLS filter and constrained optimization theory, a fully decoupled Volterra normal equation with block diagonal input correlation matrix satisfying the minimum cumulative time series error criterion is deduced. A fully decoupled RLS adaptive Volterra filter is then designed and a suit of adaptive regulating formulations for the weight vectors of the filter is given out. Simulation results indicate that the proposed method in the paper is efficient.

Key words: nonlinear system; Volterra filters; adaptiving filtering; RLS algorithm; fully decoupled filters

1 引言

基于 Volterra 级数模型的非线性系统自适应滤波是研究过程建模、自适应噪声均衡、回波消除等的一种重要方法. 该类研究的一个基本出发点是把 Volterra 级数模型整体地看作为一个伪线性算子, 由此导出的滤波算法在自适应过程中无法避免各阶非线性因素之间的较强耦合, 从而影响了算法的收敛性能, 不利于算法的并行实现.

文[1]研究了 Volterra 级数模型的 RLS 自适应滤波. 为了解决耦合问题, 文[3]提出了部分解耦的 RLS 自适应 Volterra 滤波算法, 该算法逐次对各阶 Volterra 核进行辨识, 从而做到了低阶 Volterra 核系数的修正不会受到高阶 Volterra 核系数变化的影响. 然而, 由于该算法中低阶核的变化会直接影响高阶核, 从而总体上会降低算法的收敛性能. 文[5]分析了 Volterra 的伪线性组合结构, 提出了一种全解耦的 LMS 自适应 Volterra 滤波算法. 文[6]提出了一种 Volterra 滤波器的并行 RLS 快速算法, 但算法仍然没有消除低阶核对高阶核的耦合影响. 本文分析了 Volterra 模型的伪线性组合结构, 应用约束优化理论的方法, 研究了自适应过程的解耦问题, 提出了一种全解耦的

RLS 自适应 Volterra 滤波算法.

2 Volterra 自适应 RLS 滤波

N 阶 FIR 滤波器的输出可用截断的 Volterra 级数表示为:

$$y(k) = \sum_{n=1}^N y_n(k) = \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=0}^{M-1} \cdots \sum_{m_n=0}^{M-1} h_n(m_1, m_2, \dots, m_n) \prod_{i=1}^n u(k - m_i)$$

式中, M 为 Volterra 核的记忆长度, $y_n(k)$ 为 Volterra 滤波器在 k 时刻的第 n 级输出, $\{h_n(m_1, m_2, \dots, m_n) | m_1, m_2, \dots, m_n = 0, \dots, M-1\}$ 为第 n 阶 Volterra 核序列或第 n 阶脉冲响应序列.

由于 Volterra 滤波器的输出是各阶 Volterra 核序列与输入观测序列的多维卷积的和, 因此, 通过构造合适的 Volterra 输入观测向量和 Volterra 核向量, 就可将 Volterra 滤波器的输出表示成这两个向量的内积, 从而可将 Volterra 滤波器建模为一个伪线性算子, 这样, 就可直接类比线性系统的方法, 建立满足最小累积时间序列误差准则的 RLS 自适应 Volterra 滤波器.

根据 Volterra 级数的对称性, 重构 k 时刻的 Volterra 输入

收稿日期: 2002-09-15; 修回日期: 2003-12-17

基金项目: 国家重点基础研究发展规划(973)项目(No. 2001CB309403); 国家自然科学基金(No. 60304004); 中国博士后基金(No. 2003033512)

观测向量和核向量.定义 k 时刻的 Volterra 输入观测向量为:

$$X_V(k) = [X_1^T(k), X_2^T(k), \dots, X_N^T(k)]^T$$

相应地,定义系统的 Volterra 核向量为:

$$H_V = [H_1^T \ H_2^T \ \dots \ H_N^T]^T$$

其中 $H_n, n = 1, 2, \dots, N$ 为第 n 阶 Volterra 核向量.则 Volterra 滤波器的输出即可表示为: $y(k) = H_V^T X_V(k)$, 其累积时间序列误差为: $\xi_v = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |e_v^2(i)|$, 其中 $0 \leq \lambda \leq 1$ 为遗忘因子, $e_v^2(n) = |d(n) - H_V^T X_V(n)|^2$ 是期望输出 $d(n)$ 与 Volterra 滤波器的输出 $y(k)$ 之间的平方误差.这种滤波器满足最小累积时间序列误差的标准方程为: $\varphi_v(n) h_v(n) = \theta_v(n)$.

这里 Volterra 输入相关矩阵是:

$$\varphi_v(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} X_V(i) X_V^T(i)$$

互相关矢量为:

$$\theta_v = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} d(i) X_V(i)$$

输入相关矩阵 $\varphi_v(n)$ 和互相关矢量 $\theta_v(n)$ 具有如下形式:

$$\varphi_v(n) = \begin{bmatrix} \varphi_{1,1}(n) & \dots & \varphi_{1,N}(n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{N,1}(n) & \dots & \varphi_{N,N}(n) \end{bmatrix}$$
$$\theta_v(n) = [\theta_1^T(n), \theta_2^T(n), \dots, \theta_N^T(n)]^T$$

上述形式的标准方程是一种全耦合形式的标准方程,可以直接类比线性系统 RLS 自适应滤波算法,得到一种全耦合的 RLS 自适应 Volterra 滤波器,滤波器权向量的修正公式为:

$$k(n) = \frac{\lambda^{-1} P(n-1) X_V(n)}{1 + \lambda^{-1} X_V^T(n) P(n-1) X_V(n)}$$
$$\epsilon(n) = d(n) - H_V^T(n-1) X_V(n)$$
$$H_V(n) = H_V(n-1) + k(n) \epsilon(n)$$
$$P(n) = \lambda^{-1} P(n-1) - \lambda^{-1} k(n) X_V^T(n) P(n-1)$$

由于全耦合滤波器使用同一估计误差对各阶 Volterra 核系数进行同步的修正,会造成各阶非线性因素之间的较强耦合,导致算法递推复杂且收敛慢,对较强非线性和强噪声干扰甚至难以收敛.为此,文[3]应用约束优化问题的分析方法研究 Volterra 自适应滤波过程,提出了一种部分解耦的自适应滤波方法,在它的 Volterra 标准方程中,输入相关矩阵是一个分块下三角形矩阵.

3 Volterra 全解耦 RLS 自适应滤波

3.1 Volterra 伪线性组合结构

由于 Volterra 时域核具有对称性,且对称核是唯一的,因此,对于 Volterra 滤波器的第 n 阶子系统,可以唯一地重构其在 k 时刻的输入观测向量 $X_n(k)$ 和核向量 $H_n(n = 1, \dots, N)$.则第 n 阶 Volterra 滤波器的输出 $y_n(k)$ 表示为这两个向量的内积,即: $y_n(k) = H_n^T X_n(k)$.据此可将 Volterra 滤波器的第 n 阶输出看作为一个伪线性系统,从而可将 Volterra 滤波器构造成为一种唯一确定的伪线性组合结构: N 阶 Volterra 滤波器是一个线性子系统与 $N-1$ 个伪线性子系统的唯一组合.

记 Volterra 滤波器在 k 时刻的期望输出为 d_k ,实际输出为

y_k ,第 n 阶 Volterra 伪线性子系统的输出为 y_k^n ,再记 $\epsilon_k^n(n = 1, 2, \dots, N)$ 为第 n 阶 Volterra 伪线性子系统在 k 时刻的误差输出,定义:

$$\epsilon_k^n = d_k - \sum_{i=1}^N \lambda_{i \rightarrow n}^{k-1} y_k^{i*} - y_k^n = d_k^n - y_k^n$$

其中, y_k^{i*} 为第 i 阶子系统的核向量达到真实值 H_i^* 时它所产生的输出.上式建立了各阶 Volterra 子系统在滤波过程中的一组关系式,据此可为累积时间序列误差 ξ_v 导出一个新的表达式.

3.2 全解耦 Volterra 标准方程

如果将 Volterra 滤波器满足最小累积时间序列误差准则的自适应滤波问题看作是一个在低阶 Volterra 伪线性子系统已满足最小累积时间序列误差准则且其核参数固定于最佳值的条件下使高阶伪线性子系统再满足最小累积时间序列误差准则的约束优化问题,就可为 Volterra 自适应滤波器建立一个约束优化形式的描述.以 2 阶 Volterra 滤波器为例,考虑到第一阶 Volterra 子系统是一个真正的线性子系统,按照线性系统的结论,强制它满足最小累积时间序列误差准则的条件为:

$$\varphi_{1,1} H_1 = \theta_1$$

其中: $\varphi_{1,1} = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} X_1 X_1^T$, $\theta_1 = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} d_1 X_1$.

则 2 阶 Volterra 滤波器满足最小累积时间序列误差准则的自适应滤波问题可以描述为:

$$\min_{(H_1, H_2)} \xi_v \quad \text{subject to} \quad \varphi_{1,1} H_1 = \theta_1$$

式中, ξ_v 为 2 阶 Volterra 滤波器的累积时间序列误差.

基于上面的分析,对于 2 阶 Volterra 滤波器有:

$$\xi_v = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |e_v^2(i)| = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |(e^2)^2(i)|$$
$$= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |(d_k^2 - y_k^2)|^2$$
$$= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |(d_k^2 - H_2^T X_2)|^2$$

对于上述约束优化问题,通过引入一个 Lagrange 乘子向量,构造 Hamilton 函数: $H(H_1, H_2, c) = \xi_v + c^T(\varphi_{1,1} H_1 - \theta_1)$,即可将其转化为无约束优化问题求解,求解上述优化问题,即可得到 2 阶 Volterra 滤波器满足最小累积时间序列误差指标的标淮方程为:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{1,1} & & \\ & \varphi_{2,2} & \\ & & \ddots \\ & & & \varphi_{N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_N \end{bmatrix}$$

其中: $\varphi_{j,j} = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} X_j X_j^T$

$$\theta_j = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} d_j X_j \quad j = 1, 2$$

对于 N 阶模型,使用同样的分析方法,从低阶到高阶逐阶分析,即可得到 N 阶 Volterra 级数模型满足最小累积时间序列误差指标的 Volterra 标准方程为:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{1,1} & & & \\ & \varphi_{2,2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \varphi_{N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_N \end{bmatrix}$$

其中: $\varphi_{j,j} = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} X_j X_j^T$

$$\theta_j = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} d_i X_j$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

这样,对于 N 阶 Volterra 滤波器,我们得到了一个满足最小累计时间序列误差准则的具有分块对角形输入相关矩阵的 Volterra 标准方程,称它为全解耦形式的 Volterra 标准方程.根据这一形式的标准方程,可以设计一种全解耦的 Volterra 自适应滤波器.

3.3 Volterra 全解耦 RLS 自适应滤波

根据上述分析,可建立全解耦的 Volterra 自适应滤波,其各阶权向量的自适应修正公式应为:

$$k_k(n) = \frac{\lambda^{-1} P_k(n-1) X_k(n)}{1 + \lambda^{-1} X_k^T(n) P_k(n-1) X_k(n)}$$

$$\varepsilon_k(n) = d(n) - \sum_{j=1, j \neq k}^N H_j^* T(n-1) X_j(n) - H_k^T(n-1) X_k(n)$$

$$H_k(n) = H_k(n-1) + k_k(n) \varepsilon_k(n)$$

$$P_k(n) = \lambda^{-1} P_k(n-1) - \lambda^{-1} k_k(n) X_k^T(n) P_k(n-1)$$

$$k = 1, 2, \dots, N$$

从以上可以看出,全解耦自适应滤波算法可以说真正实现了各阶 Volterra 核的独立解耦滤波,算法本身有着更好的模块化结构,可为 Volterra 滤波器并行滤波的实现提供一种很好的算法基础.

4 仿真结果

期望信号由如下非线性过程产生:

$$y(k) = -0.78u(k) - 1.48u(k-1) + 1.39u(k-2) + 0.04u(k-3) + 0.54u^2(k) - 1.63u^2(k-1) + 1.41u^2(k-2) - 0.13u^2(k-3) + 3.72u(k)u(k-1) + 1.86u(k)u(k-2) - 0.76u(k)u(k-3) + 0.76u(k-2)u(k-2) - 0.12u(k-1)u(k-3) - 1.52u(k-2)u(k-3)$$

输入信号由: $u(k) = su(k-1) + \sqrt{1-s^2}v(k)$ 产生,其中 $v(k)$ 为方差为 1 的标准白噪声, s 为相关系数,这里取值 $s = 0.9$,叠加在输出端的扰动是方差为 1 的标准白噪声序列,采用二阶 Volterra 滤波器进行自适应滤波,滤波器记忆长度为 4,遗忘因子 $\lambda = 1$.仿真实验研究通过 20 次 Monte Carlo 实验分别考察 $SNR = 20\text{dB}$ 和 $SNR = 10\text{dB}$ 时分别使用文[3]中部分解耦自适应滤波(PDRLS)方法和本文提出的全解耦自适应滤波(FDRLS)方法进行自适应滤波,性能评价采用标准的权矢量误差平方和 NSWE(the normalized squared norm of the weight error),图(a)和图(b)给出了仿真结果.仿真实验的结果显示了本文提出的方法在提高滤波过程的收敛速度和精度方面是有效的.

5 结论

本文提出了一种 Volterra 全解耦的 RLS 自适应滤波器,为 Volterra 滤波器的并行实现提供了一种有效的算法,该滤波器在与部分解耦的 RLS 自适应滤波器取相同参数的情况下,显著提高了滤波过程的收敛速度和精度.本文的研究对于非线性系统的过程建模、自适应噪声均衡、回波消除以及在线故障检测等都是有益的.

性系统的过程建模、自适应噪声均衡、回波消除以及在线故障检测等都是有益的.

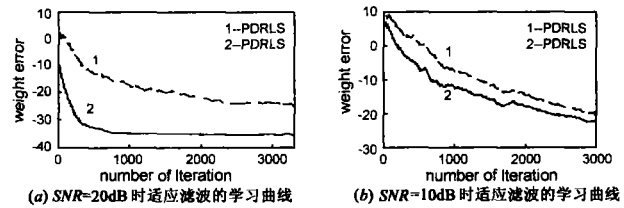
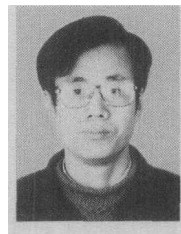


图 1

参考文献:

- [1] V J Mathews. Adaptive polynomial filters [J]. IEEE Signal Proc. Magazine, 1991, 8(3): 10 - 26.
- [2] D W Griffith, G R Arce. Partially decoupled volterra filters: formulation and LMS adaptation [J]. IEEE Trans Signal Processing. 1997, 45(6): 1485 - 1494.
- [3] D W Griffith, G R Arce. Partially decoupled RLS algorithm for Volterra filters [J]. IEEE Trans. on Signal Processing. 1999, 47(2): 579 - 582.
- [4] S Haykin. Adaptive Filter Theory [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991. 436 - 465.
- [5] 魏瑞轩, 韩崇昭. 一种全解耦的 Volterra 自适应滤波器 [J]. 电子学报. 2001, 29(6): 839 - 841.
- [6] Kaichiro Takeichi, Toshihiro Furukawa. A parallel fast algorithms of Volterra adaptive filters [J]. Circuits and Systems, 2002. ISCAS 2002. IEEE International Symposium on, May 2002, Volume: 1. 26-29(1): 1-21 - 1-24.

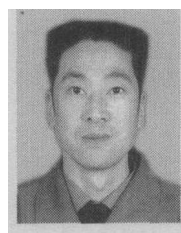
作者简介:



孔祥玉 男, 1967 年生于山西省洪洞县, 1990 年北京理工大学获得学士学位, 现为西安交通大学博士研究生, 研究方向为非线性频谱分析理论及应用、自适应信号处理、非线性故障诊断等.



韩崇昭 男, 1943 年生于陕西乾县, 西安交通大学教授, 博士生导师, 研究领域为非线性频谱分析理论及其应用、非线性系统辨识与控制、信息融合理论及应用、故障诊断、智能决策系统等.



魏瑞轩 男, 1968 年生于陕西省岐山县, 空军工程大学工程学院副教授, 研究领域为非线性系统辨识与故障诊断, 信息处理等.