

# 动态矩阵控制的模型简化与预报误差校正

齐维贵, 朱学莉, 丁 宝

(哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 依据热工过程的特点, 提出对其实施动态矩阵控制(DMC), 用简化的模型和预报误差校正改进常规的控制算法. 文中介绍了预测模型简化的原理, 推导出简化后预测控制的即时控制律. 为了补偿简化后带来的模型失配, 用预报模型误差代替模型误差对系统的滚动优化控制进行校正. 预报误差校正基于时间序列分析、参数估计和最优预报原理形成的. 文章最后, 将上述算法在供热对象上进行了仿真, 分析了仿真的结果, 说明改进的 DMC 算法在保证实时性、改善跟踪和鲁棒性方面均有益处.

关键词: 预测控制; 模型简化; 预报误差; 仿真

中图分类号: TP273 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2004) 07-1202-03

## Model Simplification and Prediction Error Correction of Dynamic Matrix Control

QI Weigui, ZHU Xueli, DING Bao

(Electric Engineering and Automation College, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: This paper proposes the dynamic matrix control of heat supply object based on the feature of heat supply process. The use of simplified model and prediction error correction improves conventional control algorithm. It introduces the principle of model simplification, and derives immediate control. In order to compensate model mismatch after simplification, the prediction model error is used to replace model error to carry out correction of optimum control of system. The prediction error correction is based on time series analysis, parameters estimation and optimum prediction principle. In the end of the paper, simulation of heat supply object about above mentioned algorithm is carried out. Simulation results prove that algorithm is effective in ensuring realtime control, improvement of tracking and robustness property.

Key words: predictive control; model simplification; prediction error; simulation

### 1 引言

预测控制主要由预测模型、滚动优化及误差校正三部分构成<sup>[1]</sup>. 基于非参数模型的预测控制, 由于模型易取, 例如 DMC 算法, 在热工过程控制中经常被采用. 但是, 由于阶跃响应模型是非最小化模型, 随着模型参数的增加, 算法的计算量也随之增加, 实现起来难以保证实时性. 算法的简化有多种方法, 预测模型的简化就是其中的一种. 这种方法适于热工的过阻尼的对象. 然而, 由于控制算法的简化是由模型的简化产生的, 与此同时, 模型的精度下降, 造成模型失配的增加, 预测控制的性能也要下降. 如何进行补偿, 做到算法既简化控制性能又得到改善, 本文引入了预报误差校正的思想, 预报误差校正通过对模型误差进行与预测模型相同步数的预测, 然后再用预报误差进行一对一的校正, 代替多步预测而仅用一步误差校正的做法, 这样可以减少模型失配带来的不利影响. 为了验证 DMC 的简化与预报误差校正算法, 文中选用供热过程进

行了仿真研究.

### 2 预测模型的简化

DMC 的预测模型是基于阶跃响应序列  $a_1, a_2, \dots, a_N$ , 其中  $N$  为模型域,  $N$  的选取应包括全部动态过程, 并与采样周期有关,  $N$  过大会使系统的实时性降低,  $N$  过小则会使系统精度降低.

#### 2.1 DMC 的结构

式(1)~(3)给出了 SISO 的 DMC 的构成. 其中式(1)是由预测模型决定的预测输出, 式(2)是经误差校正的输出预测值, 式(3)是滚动优化的控制量增量表达式<sup>[2]</sup>.

$$Y_m(k+1) = A S U(k) + A_0 U(k-1) \quad (1)$$

式中  $A, A_0$  阵由模型参数  $a_1, a_2, \dots, a_N$  构成.

$$Y_p(k+1) = A S U(k) + A_0 U(k-1) + he(k) \quad (2)$$

式中  $e(k)$  为实际输出与模型输出之间的即时误差.

$$\Delta u(k+i-1) = D_i^T [Y_p(k+1) - A_0 U(k-1) - he(k)] \quad (3)$$

式(3)中的  $D_i^T$  为  $P$  维行向量, 由预测域  $P$ 、控制域  $M$ 、 $A$  阵及跟踪与控制加权阵决定, 可以离线计算, 当  $i$  取 1 时,  $D_1 = [d_1, d_2, \dots, d_p]^T$ ,  $Y_r(k+1)$  是设定值  $P$  维列向量. 模型简化工作主要针对式中的  $A_0 U(k-1)$  进行.

2.1.2 模型简化原理

设系统的模型  $G(z^{-1})$  为

$$G(z^{-1}) = g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + \dots + g_n z^{-n} + g_{n+1} z^{-n-1} \quad (4)$$

式中  $g_1 = a_1, g_i = a_i - a_{i-1}, i = 2, 3, \dots, n$ .

对于过阻尼有自衡的过程对象, 即单主极点的对象, 式(4)中自  $g_n z^{-n}$  以后各项可以看作是按指数衰减的, 因此上式可近似成式(5)<sup>[3]</sup>.

$$G(z^{-1}) U \approx g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + \dots + g_{n-1} z^{-(n-1)} + \frac{g_n z^{-n}}{1 - qz^{-1}} \quad (5)$$

其中  $q = \frac{a_N - a_n}{a_N - a_{n-1}}$ .

式(5)表明, 预测模型的阶次可由原来的  $N$  阶降为  $n$  阶.

2.1.3 DMC 模型的简化

式(3)右侧的  $A_0 U(k-1)$  可表示为

$$A_0 U(k-1) = \begin{bmatrix} a_N - a_{N-1} & a_{N-1} & a_{N-2} & a_{N-2} & a_{N-3} & a_3 & a_2 & a_2 \\ & a_N - a_{N-1} & a_{N-1} & a_{N-2} & a_4 & a_3 & a_3 & \\ 0 & w & & & s & s & & \\ & a_N - a_{N-1} & a_{N-1} & a_{N-2} & a_{p+2} & a_{p+1} & a_{p+1} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k-N+1) \\ u(k-N+2) \\ s \\ u(k-1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

将式(4)代入式(6)并写成离散化形式

$$A_0 U(k-1) = \begin{bmatrix} g_N z^{-(N-1)} + g_{N-1} z^{-(N-2)} + \dots + g_3 z^{-2} + a_2 z^{-1} \\ g_N z^{-(N-2)} + g_{N-1} z^{-(N-3)} + \dots + g_4 z^{-2} + a_3 z^{-1} \\ s \\ g_N z^{-(N-P)} + g_{N-1} z^{-(N-P+1)} + \dots + g_{p+2} z^{-2} + a_{p+1} z^{-1} \end{bmatrix} u(k) \quad (7)$$

将式(5)代入式(7)得

$$A_0 U(k-1) U = \begin{bmatrix} a_2 z^{-1} + g_3 z^{-2} + \dots + g_{n-1} z^{-(n-2)} + \frac{g_n z^{-(n-1)}}{1 - qz^{-1}} \\ a_3 z^{-1} + g_4 z^{-2} + \dots + g_{n-1} z^{-(n-3)} + \frac{g_n z^{-(n-2)}}{1 - qz^{-1}} \\ s \\ a_{p+1} z^{-1} + g_{p+2} z^{-2} + \dots + g_{n-1} z^{-(n-P+1)} + \frac{g_n z^{-(n-P)}}{1 - qz^{-1}} \end{bmatrix} u(k) \quad (8)$$

式(8)是对式(6)的简化, DMC 简化算法是用式(8)实现的.

2.1.4 模型简化后的控制

式(8)代入式(3)并取  $i = 1$ , 得即时控制量  $u(k)$

$$u(k) = \frac{1 - qz^{-1}}{F(z^{-1})} [D_r(z^{-1}) Y_r(k+P) - h e(k)] \quad (9)$$

而式中的  $D_r(z^{-1})$  和  $F(z^{-1})$  分别用式(10)和(11)表示

$$D_r(z^{-1}) = d_p + d_{p-1} z^{-1} + \dots + d_1 z^{-(P-1)} \quad (10)$$

$$F(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{n-p-1} z^{-(n-p-1)} + c_n z^{-(n-p)} + \dots + c_{n-1} z^{-(n-1)} \quad (11)$$

式中  $c_k = b_k - b_{k-1} q, k = 1, 2, \dots, n-p-1$

$$c_k = b_k - b_{k-1} q + d_{n-k} g_n, k = n-p, \dots, n-1$$

而  $b_0 = 1, b_1 = \sum_{i=1}^p d_i a_{i+1} - 1, b_{n-1} = 0$

$$b_k = \sum_{i=1}^p d_i g_{i+k}, k = 2, 3, \dots, n-p-1$$

$$b_k = \sum_{i=1}^p d_i g_{i+k}, k = n-p, \dots, n-2$$

由式(11)可见  $F(z^{-1})$  为  $(n-1)$  阶多项式, 控制器的阶次由  $N$  降为  $n-1$ , 大大减少了在线的计算量, 保证了系统的实时性. 简化后 DMC 的 IMC 结构如图 1 所示.

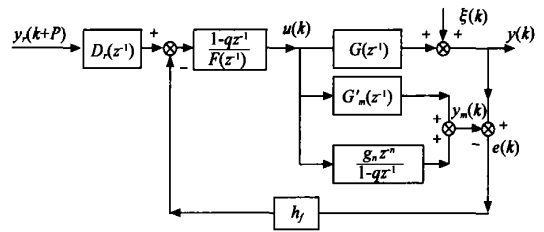


图 1 简化 DMC 算法的 IMC 结构图

图中,  $G(z^{-1})$  为对象模型,  $G_m(z^{-1})$  为预测模型未简化部分, 即式(5)除最后一项之外对应的部分. 应用图 1 可作仿真研究.

3 预报误差校正

模型的简化必然引起模型的失配, 而预测控制是按模型匹配设计的, 引入误差校正可以在一定程度上克服模型失配和干扰的影响. 然而式(2)中, 仅用即时误差  $e(k)$  校正  $P$  个输出预测, 显然信息量不足, 为此引入  $P$  步预报误差, 实施对控制的校正, 达到补偿模型简化带来的失配的影响<sup>[4]</sup>.

3.1 模型误差的过程描述

模型误差  $e(k)$  是由于失配和扰动产生的, 一般被看作是一非平稳随机序列, 经差分后  $X(k) = e(k) - e(k-1)$  转化为平稳随机序列. 平稳随机序列可以用 ARMA( $n, m$ ) 模型来描述.

$$X(k) + a_1 X(k-1) + \dots + a_n X(k-n) = N(k) + c_1 N(k-1) + \dots + c_m N(k-m) \quad (12)$$

式中  $N(k)$  是均值为零, 方差为  $R^2$  的独立同分布白噪声序列,  $a_1, a_2, \dots, a_n, c_1, c_2, \dots, c_m$  参数未知, 可采用渐消记忆的递推最小二乘法进行估计.

3.1.2 预报误差校正器

在取得参数估计的结果后,  $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_n, \hat{c}_1, \hat{c}_2, \dots, \hat{c}_m$  成为已知, 再应用最小方差预报原理, 给出  $X(k+i|k)$  的预报值.

$$\left. \begin{aligned} X(k+i|k) &= - \sum_{j=1}^n \hat{a}_j X(k+i-j|k) + \sum_{j=i}^m \hat{c}_j N(k+i-j) \\ &\quad \text{IF } i \leq m \\ X(k+i|k) &= - \sum_{j=1}^n \hat{a}_j X(k+i-j|k), \quad m < i \leq P \end{aligned} \right\}$$

求得  $X(k+i|k)$  的预报值后,  $\hat{e}(k+i|k)$  可由式 (14) 给出.

$$\hat{e}(k+j|k) = \sum_{i=1}^j X(k+i|k) + e(k), \quad j=1, 2, \dots, P \quad (14)$$

用  $\hat{e}(k+P|k)$  代替  $e(k)$ , 代入式(9), 并令  $h = D_r(z^{-1})$ , 即可实现用预报误差对滚动优化的校正. 将式 (12)~ (14) 数字化, 可得出数字预报误差校正器, 校正器的结构如图 2 所示.

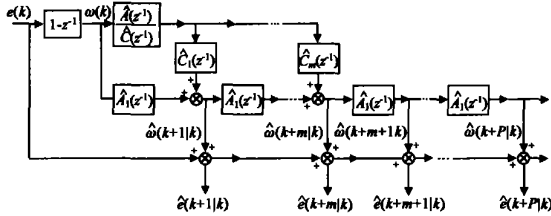


图 2 预报误差校正器结构图

### 4 仿真研究

将模型简化及预报误差校正算法应用于供热过程的控制中, 通过与普通的算法比较, 看改进算法的优势.

#### 4.1 仿真对象

以集中供热系统中的热力站为对象, 在该系统中, 设定值主要由室外温度决定, 被控量为热力站二级网用户回水温度,

控制量为一级网供水阀门的开度, 由于对象具有大时滞、大惯性的特点, 适于用 DMC 算法进行控制. 在现场取阶跃响应参数  $a_1, a_2, \dots, a_N$  作为预测模型, 其中  $N=50$ , 选择适当的预测域  $P$ 、控制域  $M$ 、加权阵  $Q$  和  $K$  构成滚动优化控制.

#### 4.2 几种情况的仿真

分别对一般的 DMC 算法、模型简化的 DMC 算法、具有预报误差校正的控制算法、既有模型简化又有预报误差校正的复合四种算法进行仿真实验.

四种算法在以下两种情况下分别进行. 情况之一是 (a)  $P=8, M=2, n=15$ ; 情况之二 (b)  $P=8, M=2, n=30$ . 以上两种情况控制系统的输出如图 3 所示.

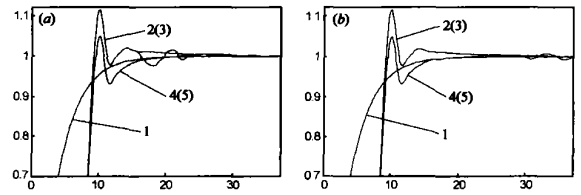


图 3 控制系统的输出

(12 参考输入; 22 普通 DMC; 32 模型化简; 42 预报误差校正; 52 复合)  
为了对有关性能进行比较, 又给出了两种情况下四种算法动态性能的比较, 表 1 中分别列出超调、调节时间和累积误差.

表 1 仿真动态性能比较

条件 P/M/n	普通 DMC			简化 DMC			预报误差校正			复合		
	R	$t_s(\text{min})$	$E e $	R	$t_s(\text{min})$	$E e $	R	$t_s(\text{min})$	$E e $	R	$t_s(\text{min})$	$E e $
8/2/15	11.6%	48	3.7863	11.6%	48	4.0119	5.04%	44	3.8764	5.04%	44	3.9190
8/2/30	11.6%	48	3.7863	11.6%	48	3.8574	5.04%	56	3.8764	5.04%	56	3.8826

#### 4.3 结果分析

由输出曲线和性能表可见, 在条件相同的情况下, 从跟踪性能看预报误差校正与复合算法相当, 普通与简化 DMC 相当, 前者好于后者; 从鲁棒性来看, 预报误差校正与复合算法相当, 普通与简化 DMC 相当, 依然是前者好于后者. 但从实时性来看, 简化法最好, 普通 DMC 算法与复合法相当, 预报误差校正算法较差. 综合考虑, 宜选用既简化又用预报误差校正的复合算法.

### 5 结语

理论分析和仿真实践表明, 采用 DMC 模型简化算法, 可使控制器的阶次由原来的  $N$  阶降为  $n-1$  阶, 如果, 则在线计算量大为减少, 使系统的实时性得到提高. 在模型简化的同时, 造成一定程度的模型失配, 会引起系统动态性能的下降, 这一点可以通过用预报误差校正代替误差校正进行补偿. 预报误差校正算法是根据时间序列分析、参数估计、最优预报原理形成的, 算法的数字化形式易于实现, 具有提高系统的跟踪性和鲁棒性作用. 将模型简化与预报误差校正相结合, 代替一般的 DMC 算法, 施加于文中所指的一类热工过程对象, 对保

证实时性、提高适应性、改善控制品质是有效的.

#### 参考文献:

- [1] Cutler C R, Ramaker B L. Dynamic matrix control) A computer control algorithm[A]. Proc JACC[C]. San Francisco, USA: JACC. 1980: WP5 - B.
- [2] 舒迪前, 预测控制系统及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1996: 127- 134.
- [3] 王树青, 王骥程. 过阻尼过程的预测控制及其在工业热处理炉上的应用[J]. 自动化学报, 1997, 23(3): 382- 385.
- [4] Evclio Hernandez, Yaman Arkun. Neural network modeling and extended DMC algorithm to control nonlinear systems[A]. American Control Conference[C]. USA: A C C 1996. 2454- 2459.

#### 作者简介:

齐维贵 男, 1944 生于辽宁黑山, 教授, 主要从事自适应控制、智能控制、预测控制理论及其在工程中的应用研究.

朱学莉 女, 1955 年生于江苏赣榆, 副教授, 主要从事预测控制、智能控制及系统仿真技术的研究.