

几类非高斯噪声模型的转换研究

山拜·达拉拜¹, 黄玉划²

(1. 新疆大学信息科学与工程学院, 新疆乌鲁木齐 830046; 2. 东南大学无线电工程系, 江苏南京 210096)

摘要: 分析了几类非高斯噪声模型的统计特性;在此基础上采用矩估计法给出了它们的模型转换算法.采用无惯性非线性变换器研究了双模噪声环境下确定信号的最大似然检测方法;采用迭代法给出了双模噪声环境下余弦信号参数的最大似然估计方法;在此基础上从信号检测和参数估计性能两个方面验证了模型转换算法的有效性.仿真结果表明,把双峰噪声当作双模噪声是准确的.由此说明双模噪声思想是一种实用的想法.

关键词: 非高斯噪声; 双模噪声; 最大似然准则; 无惯性非线性变换器

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 07-1090-04

Research on Models Transformation of Some Non-Gaussian Noises

SENBAI Dalabaev¹, HUANG Yuhua²

(1. School of Information Science & Engineering, Xinjiang University, Urumqi, Xinjiang 830046, China;

2. Department of Radio Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract: The statistical characteristics of some non-Gaussian noises were analyzed. On this ground the moments estimations were used to deduce the models transformation algorithms of these noises. The inertialess nonlinear transformer was employed to research the maximum likelihood detections of deterministic signals; and the recurrence was adopted to study the maximum likelihood estimations of cosine signals parameters in bimodal noises; on these grounds the validities of models transformation algorithms were verified by ways of analyzing the performance of signals detections and parameters estimations. The simulation results indicated that it was exact to regard the bip peak noises as bimodal noises. Thus it was demonstrated that the thought of bimodal noise is practicable.

Key words: non-Gaussian noise; bimodal noise; maximum likelihood criterion; inertialess nonlinear transformer

1 引言

通信和信号处理理论一般建立在高斯噪声基础上.在一般电子设备中,把噪声看成高斯噪声是足够准确的;在一些复杂环境中,影响信号接收的很多噪声为非高斯噪声,如看作高斯噪声,可能会产生破坏性和损失.国内外已对非高斯噪声进行过很多研究^[1-7].本文的研究对象是由高斯噪声和一种非高斯噪声迭加成的简单混合噪声,不妨称为双模噪声.双模噪声从整体上说属于非高斯噪声,但兼容了高斯噪声和一些非高斯噪声.因此,本文的方法有一定的普遍意义.双模噪声主要有三种简化模型:

(1) 高斯噪声 $g(t)$ 迭加随机均匀相位振荡噪声 $B \cos \theta(t)$, 概率密度为^[1,2]:

$$p_1(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{8\pi\sigma}} \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{(x - B \cos \theta)^2}{-2\sigma^2}\right) d\theta \quad (1)$$

其中, σ^2 是高斯分量的方差.

(2) 高斯噪声 $g(t)$ 迭加码间干扰 $b(t) = \pm b$, 概率密度为^[3,4]:

$$p_2(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi\sigma}} \left[\exp\left(\frac{(x+b)^2}{-2\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{(x-b)^2}{-2\sigma^2}\right) \right] \quad (2)$$

(3) 当 $b > 2\sigma$ 时,模型 2 的概率密度可写成如下形式^[1,2]:

$$p_3(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi\sigma}\Phi(b/\sigma)} \exp\left(\frac{(x - b \operatorname{sign}(x))^2}{-2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

其中, $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, $\operatorname{sign}(x)$ 为符号函数.

双模噪声的概率密度函数一般有两个峰值,不妨称为双峰噪声.对于双模噪声模型 1 或 2,当 $B < \sqrt{\pi\sigma}$ 或 $b < \sigma$ 时,概率密度函数只有一个峰值,此时一般可当作高斯噪声处理.模型 3 是纯双模双峰噪声.

非高斯噪声的研究方法一般是高阶统计量方法;对于双模噪声的研究,一般用二阶统计量就可能把问题解决.而且,非高斯噪声是个比较笼统的概念.因此,双模噪声的提出是有一定意义的.

双模噪声的三种模型各有优缺点.模型 1 可以构造窄带过程的具体数学模型.模型 2 迭加可写出多模过程概率密度的简明表达式.模型 3 可仿照高斯噪声给出时间联合概率密

度表达式,从而给出最佳处理方法.因此,需要进行模型转换,以方便研究.

2 双模噪声模型的统计特性分析

(1) 对于双模噪声模型 1, 我们可求得噪声绝对值的均值为:

$$E| x | = \frac{B}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos\theta \Phi\left(\frac{B\cos\theta}{\sigma}\right) d\theta + \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{B^2}{4\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{B^2}{4\sigma^2}\right) \quad (4)$$

平均功率为:
$$P = \frac{B^2}{2} + \sigma^2 \quad (5)$$

(2) 对于双模噪声模型 2, 我们可求得噪声绝对值的均值为:

$$E| x | = b[2\Phi\left(\frac{b}{\sigma}\right) - 1] + \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6)$$

平均功率为:
$$P = b^2 + \sigma^2 \quad (7)$$

(3) 对于双模噪声模型 3, 我们可求得噪声绝对值的均值为:

$$E| x | = b + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}\Phi(b/\sigma)} \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8)$$

平均功率为:
$$P = bE| x | + \sigma^2 \quad (9)$$

当 $b > 2$ 时, 模型 2 与模型 3 的噪声绝对值的均值为:

$$E| x | = b \quad (10)$$

根据双模噪声模型的统计特性, 我们可进行模型转换; 可精确估计双模噪声与信号参量.

3 双模噪声模型转换

当 $b > 2$ 时, 模型 2 与模型 3 近似等价.

当然, 严格的等效变换应该以最小均方误差准则为基准. 不过, 其数学运算较复杂. 我们可按矩相等进行等效变换. 我们先求出给定模型的噪声绝对值的均值 $E| x |$ 和平均功率 P , 然后用迭代法求出需要转换成的模型参数. 根据上面求得的统计参数, 我们求得

(1) 转换成模型 1 的算法为:

$$B_0 = E| x |, \quad \sigma_k = \sqrt{P - \frac{B_k^2}{2}} \quad (11a)$$

$$B_{k+1} = \frac{\pi B_0 - \sqrt{2\pi}\sigma_k \exp\left(-\frac{B_k^2}{4\sigma_k^2}\right) I_0\left(\frac{B_k^2}{4\sigma_k^2}\right)}{\int_0^{2\pi} \cos\theta \Phi\left(\frac{B_k \cos\theta}{\sigma_k}\right) d\theta} \quad (11b)$$

(2) 转换成模型 2 的算法为:

$$b_0 = E| x |, \quad \sigma_k = \sqrt{P - b_k^2} \quad (12a)$$

$$b_{k+1} = \frac{1}{2\Phi(b_k/\sigma_k) - 1} \left(b_0 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_k \exp\left(-\frac{b_k^2}{2\sigma_k^2}\right) \right) \quad (12b)$$

(3) 转换成模型 3 的算法为:

$$b_0 = E| x |, \quad \sigma_k = \sqrt{P - b_0 b_k} \quad (13a)$$

$$b_{k+1} = b_0 - \frac{\sigma_k}{\sqrt{2\pi}\Phi(b_k/\sigma_k)} \exp\left(-\frac{b_k^2}{2\sigma_k^2}\right) \quad (13b)$$

化成模型 1 和 3 时, 可取初值 $b_0 = 0$. 此时, 等式右边的 b_0 或 B_0 用 $E| x |$ 代替.

当 $B < \sqrt{\pi}\sigma_1$ 或 $b < \sigma_2$ 时, (σ_1^2, σ_2^2) 是模型 1, 2 的高斯分量的方差, 也可按功率相等把双模噪声等效为高斯噪声, 即等效高斯噪声的方差为:

$$\sigma^2 = b^2 + \sigma_2^2 = \sigma_1^2 + \frac{B^2}{2} \quad (14)$$

在实际应用中, 一般要把模型 1 和 2 化为模型 3. 仿真表明, 把模型 1 和 2 化为模型 3 的算法一般要迭代几次至几百次.

4 双模噪声中确定信号的接收

加性双模噪声 $n(t)$ 模型如式(3)所示. 我们仿照高斯噪声的时间联合概率密度^[8,9]得接收信号 $y(t) = s(t) + n(t)$ 的概率密度为^[1,2,10]:

$$p(y) = \frac{1}{C} \exp\left\langle -\frac{1}{n_0} \int_0^T \{y(t) - s(t) - b \text{sign}[y(t) - s(t)]\}^2 dt \right\rangle \quad (15)$$

n_0 为高斯分量的功率谱密度, C 为常数. 则确定信号的最大似然检测方法如图 1 所示. 该方法文献^[1,2]已提到过.

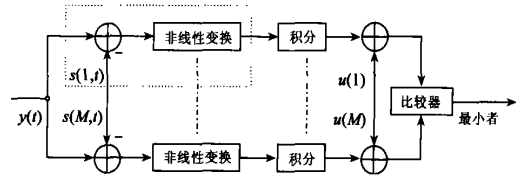


图 1 确定信号检测

图 1 中, $u(i) = -n_0 \ln P(i)$, $P(i)$ 为发送“ i ”时的先验概率, $1 \leq i \leq M$. 图 1 中虚线框也可用图 2

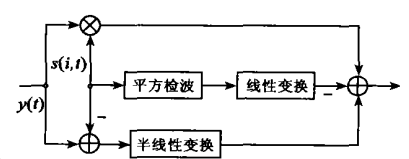


图 2 无惯性非线性变换器

代替. 这时, $u(i) = n_0 \ln P(i)$, 比较器输出端取最大者.

无论各确定信号能量是否相等, 该方法均适用.

5 双模噪声中信号参量的精确估计

加性双模噪声 $n(t)$ 模型如式(3)所示. 则接收信号 $y(t) = s(t) + n(t)$ 的概率密度为^[1,11]:

$$p(y) = \frac{1}{C} \exp\left\langle -\frac{1}{n_0} \int_0^T \{y(t) - s(t) - b \text{sign}[y(t) - s(t)]\}^2 dt \right\rangle$$

假设信号 $s(t) = A \cos(\Omega t - \phi)$. 由于最大似然估计无显式解, 我们用迭代法求得信号参量的最大似然估计^[11], Ω_0 为 $y(t)$ 的傅立叶变换的模值的最大值 $|Y(\omega)|_{\max}$ 对应的频率^[12] (本文未对其搜索算法进行研究):

$$\Omega_0 \Rightarrow |Y(\omega)|_{\max} \quad (16a)$$

$$\phi_0^* = \arctan \frac{\int_0^T y(t) \sin \Omega_0 t dt}{\int_0^T y(t) \cos \Omega_0 t dt} \quad (16b)$$

$$A_0 = \frac{\int_0^T y(t) \cos(\Omega_0 t - \phi_0) dt}{\int_0^T \cos^2(\Omega_0 t - \phi_0) dt} \quad (16c)$$

需要指出的是, 如果 $y_c = \int_0^T y(t) \cos \Omega_0 t dt > 0$, 则 $\phi_0 = \phi_0^*$; 如果 $y_c < 0$, 则 $\phi_0 = \phi_0^* \pm \pi$.

$$y_k(t) = y(t) + b \text{sign}[A_k \cos(\Omega_k t - \phi_k) - y(t)] \Leftrightarrow Y_k(\omega) \quad (17a)$$

$$\Omega_{k+1} \Rightarrow |Y_k(\omega)|_{\max} \quad (17b)$$

$$\phi_{k+1}^* = \arctan \frac{\int_0^T y_k(t) \sin \Omega_{k+1} t dt}{\int_0^T y_k(t) \cos \Omega_{k+1} t dt} \quad (17c)$$

$$A_{k+1} = \frac{\int_0^T y_k(t) \cos(\Omega_{k+1} t - \phi_{k+1}^*) dt}{\int_0^T \cos^2(\Omega_{k+1} t - \phi_{k+1}^*) dt} \quad (17d)$$

同样, 如果 $y_{k+1,c} = \int_0^T y_k(t) \cos \Omega_{k+1} t dt > 0$,

则 $\phi_{k+1} = \phi_{k+1}^*$; 如果 $y_{k+1,c} < 0$, 则 $\phi_{k+1} = \phi_{k+1}^* \pm \pi$.

仿真表明, 一般迭代几次即可.

6 双模噪声模型转换有效性的验证

上面我们给出了双模噪声模型转换算法. 但只有当把一种噪声当作另一种噪声对信号进行处理是准确的时候, 才能说明该模型转换算法是现实有效的. 我们从检测性能和估计精度两个角度验证其有效性.

我们对信噪比和噪声中两分量之比的不同情况进行了仿真试验.

结果表明, 当噪声中非高斯分量与高斯分量之比较大时, 把噪声当作双模噪声几乎总是比当作高斯噪声的误码率小; 当噪声中非高斯分量与高斯分量之比较小时, 把噪声当作双模噪声和当作高斯噪声的检测性能差不多, 当然, 还是当作双模噪声准确些. 检测的有效性主要由噪声中两分量之比决定.

当信噪比较大时, 把噪声当作双模噪声比当作高斯噪声进行估计要准确; 当信噪比较小时, 把噪声当作双模噪声比当作高斯噪声进行估计的准确率稍低. 估计的有效性主要由信噪比决定. 这还是比较好理解的. 小

信噪比时, 信号淹没在噪声中, 最大似然估计误差大. 当然, 对于微弱信号情况, 有弱信号的处理方法, 如互谱估计. 不过, 本文没对该方法进行比较.

图3是把第二种双模噪声当作第三种双模

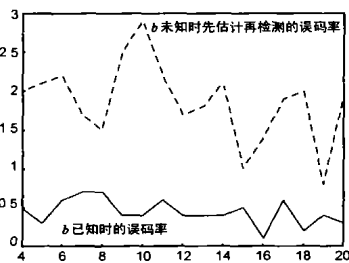


图3 误码率

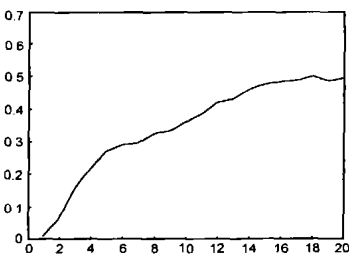


图4 b 未知时直接的误码率

噪声进行信号检测时的误码率; 图4是传统检测方法的误码率. (取 $A = \pm 1$, $\sigma = 1$, 脉冲个数为 10^4 , 抽样点为 11).

图5和表1是把第一种双模噪声当作第三种双模噪声、信号参量 $A = 2$, $\phi = \pi/4$ 时, 振幅和相位的联合估计结果. 图6和表2是把第二种双模噪声当作第三种双模噪声、信号参量 $A = 3$, $\phi = \pi/4$ 时, 振幅和相位的联合估计结果. 图表中, 初值是传统方法的估计结果.

另外, 我们还对多模双峰噪声进行了试验, 得到了相似的结果.

这就说明, 双模噪声思想是一种实用的想法.

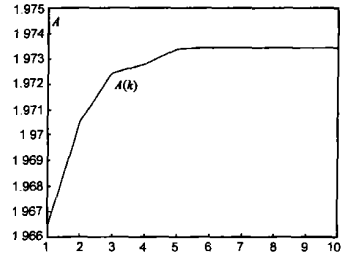


图5 振幅估计

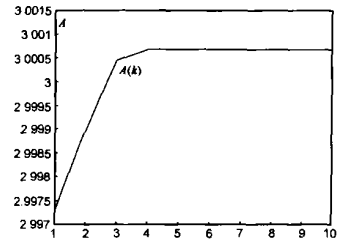


图6 幅度估计

表1 相位估计

| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\phi(k)$ | 44.3495 | 44.4322 | 44.5059 | 44.5428 | 44.5569 | 44.5675 | 44.5675 |

表2 相位估计

| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\phi(k)$ | 45.4712 | 45.4021 | 45.3721 | 45.3719 | 45.3729 |

7 结束语

我们按概率密度函数形状把噪声分为单峰噪声、双峰噪声和多峰噪声. 一般说来, 单峰噪声可当作高斯噪声处理. 当然, 非高斯噪声有非高斯噪声的处理方法. 双峰噪声可当作双模噪声处理. 对于多峰噪声, 一般要用高阶统计量法研究. 双模噪声中信号的处理比高斯噪声中信号的处理复杂. 正因为它复杂, 我们在研究它的处理方法的同时, 也可利用它来加扰加密和发送假信号, 有一定的保密和军事意义.

参考文献:

- [1] В А Чердынцев, С Да лабаев (山拜·达拉拜). Прием Сигна лъвна Фонъ Помех [М]. Минск: Белорусский государственный университет информатики и радиэлектроники, 1995. 1-70.
- [2] С Да лабаев (山拜·达拉拜). Методы Защиты от Помех в Кана лъх Радиовъзвн [J]. Известия Белорусской Инженерной Академии, 1997, 1(3): 67-72.
- [3] Те Won Lee, M S Lewicki, T J Sejnowski. ICA mixture models for unsupervised classification of non-Gaussian classes & automatic context switching in blind signal separation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(10): 1078-1089.
- [4] А В Рошдинкин. Математическое Моделирование и Сравнение

ный Анализ Характеристики Амплитудных Подавительных Неразрешимых Помех [C]. EMCS 93, 1993. 78– 80.

- [5] Yunxin Zhao, Xinhua Zhuang, Sheu Jen Ting. Gaussian mixture density modeling of non Gaussian source for autoregressive process [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(4): 894– 903.
- [6] S Chen, B Mulgrew, L Hanzo. Least bit error rate adaptive nonlinear equalizers for binary signaling [C]. IEE Proceedings Communications, 2003, 150(1): 29– 36.
- [7] Steven M Kay. 统计信号处理基础[M]. 罗鹏飞, 等, 译. 北京: 电子工业出版社, 2003. 750– 768.
- [8] Bernard Sklar. 数字通信(第 2 版)[M]. 徐平平, 等, 译. 北京: 电子工业出版社, 2002. 81– 182.
- [9] John G Proakis. 数字通信(第 4 版)[M]. 张力军, 等, 译. 北京: 电子工业出版社, 2003. 169– 229.
- [10] 黄玉划, 山拜·达拉拜. 双模噪声中信号的检测[J]. 电路与系统学报, 2002, 7(1): 37– 40.
- [11] 黄玉划, 山拜·达拉拜. 双模噪声中信号识别与精确估计[J]. 电子测量技术, 2002(2): 10– 12.

- [12] 姚天任, 孙洪. 现代数字信号处理[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1999. 121– 162.

作者简介:



山拜·达拉拜 男, 1959 年 1 月生于新疆精河, 1997 年获白俄罗斯国立无线电信息大学博士学位, 现为新疆大学信息学院副教授、硕士生导师, 中国电子学会高级会员, 白俄罗斯工程科学院顾问, 主要研究方向为信号处理、电磁场与微波。



黄玉划 男, 1975 年 1 月生于江西高安, 1996 年获哈尔滨工业大学通信工程专业学士学位, 2002 年获新疆大学通信与信息系统专业硕士学位, 现为东南大学信号与信息处理专业博士生, 主要研究方向为信号处理、信息安全。