

# 矩量法快速求解全频带特性的 AMWCAWE2MNM 技术

万继响, 梁昌洪

(西安电子科技大学电子工程学院, 陕西西安 710071)

**摘要:** 实际问题往往需要确定目标的全频带特性, 为了快速有效地求解, 本文提出了 AMWCAWE2MNM 混合方法. 首先将单点的良态波形渐进估计(WCAWE)技术发展为多点良态波形渐进估计(MWCAWE)技术. 然后, 利用相对残差自动化 MWCAWE. 而与已有多点 AWE 技术不同, 当非有效区域较窄时, 本文采用一种新颖的迭代方法 MNM 来求解而不是继续选择新的展开点, 这不仅提高了计算精度和效率而且节约大量内存. 最后, 使用 AMWCAWE2MNM 技术求解了几个典型 PEC 目标的全频带散射特性, 数值结果表明了本文方法的有效性.

**关键词:** AMWCAWE2MNM; 良态波形渐进估计; 多点良态波形渐进估计; MNM

**中图分类号:** TN820 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 06-0912-04

## AMWCAWE2MNM for a MoM Fast Entire Frequency Sweep

WAN Jixiang, LIANG Changhong

(Dept. of Electronic Engineer, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** In many practical problems, one often needs to determine the entire frequency characteristic of objects. To fast and accurately analyze, a hybrid method combining automate multipoint well conditioned asymptotic waveform evaluation (AMWCAWE) with MNM is presented in this paper. Firstly, single point well conditioned asymptotic waveform evaluation (WCAWE) technique is developed into multipoint well conditioned asymptotic waveform evaluation (MWCAWE). Then relative residual is defined to automate MWCAWE. When ineffective bandwidth is very narrow, a novel iterative technique MNM is employed to substitute a new expanding point, which improves the computing precision, efficiency and also saves memory. At last, the scattering characteristic of several representative PEC objects is analyzed using AMWCAWE with MNM throughout the entire frequency band. Numerical examples are given to illustrate accuracy and robustness of this method.

**Key words:** AMWCAWE; MNM; WCAWE; MWCAWE; MNM

### 1 引言

近十年来, 模型降阶技术(MORE)引起了研究者的广泛兴趣. 1989年, G J Burke等提出了基于模型参数估计(MBPPE)技术<sup>[1]</sup>; 次年, 波形渐进估计(AWE)技术<sup>[2]</sup>也被提出, 并逐渐应用到电磁问题的分析中<sup>[3,4]</sup>, 以降低数值计算的复杂度. 近年来, AWE技术得到了迅速发展. 2001年, R D Slone提出了MGAW技术<sup>[5]</sup>, 并发展成AMGAW<sup>[6]</sup>技术, 显著加强了AWE技术的实用性. 然而, 很多学者在使用AWE技术和GAW技术时, 发现其是病态的<sup>[7,8]</sup>. 为此, R D Slone又提出了单点的良态波形渐进估计技术(WCAWE)技术<sup>[8]</sup>, 并与有限元法结合, 取得了令人满意的结果.

针对全频带特性的求解, CFH技术<sup>[9]</sup>和AMGAW技术<sup>[6]</sup>又相继被提出. 由于AMGAW技术同时考虑了多点的信息, 因此计算结果较CFH技术更为准确. 另一方面, 前面已经提到MGAW存在着病态性, 因而也不是最佳选择. 同时, 当非

有效区域较窄时, CFH技术和AMGAW都要求增加新的展开点, 这不仅降低了计算效率而且增加了计算资源, 是我们所不希望的. 针对这两个方面, 为了快速有效地获取全频带特性, 本文首先将单点的WCAWE技术发展为多点的良态波形渐进估计技术MWCAWE技术, 并利用相对残差<sup>[10]</sup>确定解的有效范围, 将其自动化; 而对于非有效区域较窄的情况, 本文并不是增加新的展开点而是采用一种新颖的迭代方法- MNM技术<sup>[11]</sup>求解, 它基于前面频率已有的解外推出一个有效的初值, 此初值往往就位于全局极小值的附近, 因此收敛速度非常快, 既提高了计算精度又节约了计算资源, 使得AWE技术实用性进一步提高. 最后, 本文采用自动多点良态波形渐进估计(AMWCAWE)技术结合MNM迭代方法求解了几个典型PEC目标的全频带散射特性. 数值结果表明了本文方法的有效性.

### 2 MWCAWE 技术

采用电场积分方程的矩量法, 可得如下矩阵方程:

$$A(f) X(f) = b(f) \quad (1)$$

式中  $A(f)$  是  $N \times N$  的阻抗矩阵,  $b(f)$  是  $N \times 1$  的激励矢量,  $X(f)$  是待求未知矢量。

为了获得目标全频带电磁特性, 采用传统的矩量法需要重复填充矩阵和求解式(1)的矩阵方程, 计算量非常巨大。为了克服 MoM 这一缺点, 可将其与 CFH<sup>[9]</sup> 和 AMGAW 技术<sup>[6]</sup> 结合求解, 与 CFH 相比, AMGAW 技术由于同时考虑了多点的信息, 因而计算结果更为准确。然而, AMGAW 技术存在病态性。因此, 本文发展了多点的 WCAWE 技术(MWCAWE)。

首先假设展开频率个数为  $p$ , 定义数列  $v = \{1, 2, \dots, p\}$ , 且  $f_{0_T}$  表示第  $T$  个频率展开点。在展开点  $f_{0_T}$  处, 将式(1)写成 Taylor 级数的形式:

$$\sum_{i=0}^{a_1} (R^i A^{(i)}) X(f) = \sum_{j=0}^{a_2} R^j b^{(j)} \quad (2)$$

式中  $R = f - f_{0_T}$ ,  $a_1, a_2$  应选的足够大以至于  $A^{(i)}$  和  $b^{(j)}$  的高阶项可以省略。对于所有实例, 所有展开点, 本文均选取

$$a_1 = a_2 = 9$$

假定已获得  $q$  个  $N$  维线性无关的矢量  $v_n$  和  $q$  个标量  $C_n$ , 这里

$$q = \sum_{T=1}^p q_T \quad (3)$$

式中  $q_T$  是展开点  $f_{0_T}$  处的展开阶数。

选择  $v_n$  和  $C_n$  使得下式成立:

$$X(f) U V q_g(f) = \sum_{n=1}^q v_n C_n(f) \quad (4)$$

于是, 可定义残余矢量:

$$r_q(f) = \sum_{i=0}^{a_1} (R^i A^{(i)}) \sum_{n=1}^q v_n C_n(f) - \sum_{k=0}^{b_1} (R^k b^{(k)}) \quad (5)$$

进一步, 将  $r_q(f)$  写成 Taylor 级数的形式:

$$r_q(f) = \sum_{l=0}^1 (R^l t_{q_l}^l) \quad (6)$$

最小化  $r_q(f)$ , 可得:

$$r_{q_1}^l = 0, \quad l = 0, \dots, q_1 - 1 \quad (7)$$

$$r_{q_{nm}}^l = 0, \quad l = 0, \dots, q_{nm} - 1$$

$$\text{且} \quad r_q(f) \perp V_q \quad (8)$$

第  $T$  个频率展开点  $f_{0_T}$  处的  $q_T$  个矢量可按文献[6]中方法得到, 这些矢量满足式(7)中的第  $T$  个方程。为了满足式(7)的所有方程, 选择的矢量  $v_n$  应是下面空间的一组单位正交基:

$$V_{q1} G V_{q2} G, \quad G V_{q0} \quad (9)$$

为使得式(8)成立, 利用 Galerkin 原理<sup>[12]</sup>有:

$$g_q(f) = \left( \sum_{i=0}^{a_1} R^i V_{q1}^T A^{(i)} V_{q1} \right)^{-1} \left( \sum_{j=0}^{b_1} R^j V_{q1}^T b^{(j)} \right) \quad (10)$$

这样, 利用式(4)可得任意频率处的未知矢量:

$$X(f) = V_q \left( \sum_{i=0}^{a_1} R^i V_{q1}^T A^{(i)} V_{q1} \right)^{-1} \left( \sum_{j=0}^{b_1} R^j V_{q1}^T b^{(j)} \right) \quad (11)$$

式中  $R = f - f_{0_T}$ ,  $f_{0_T}$  选为离频点  $f$  最近的展开点, 利用此时的  $R$  及相应的  $A^{(i)}$  和  $b^{(j)}$  在频点  $f$  处求得的解将更为精确。

### 3 全频带自动化的 AMWCAWE2MNM 技术

#### 3.1 定义相对残差确定解的有效区域

利用式(11)求解出  $X(f)$  后, 为了确定它的有求解范围, 可定义相对残差  $rr(f)$ <sup>[10]</sup>:

$$rr(f) = \frac{+ r_q(f) + 1}{\left\| \sum_{j=0}^{b_1} (f - f_{0_T})^j b^{(j)} \right\|} \quad (12)$$

式中  $f_{0_T}$  选为离频点  $f$  最近的展开点。

利用上式可得频点  $f$  处的相对残差  $rr(f)$ , 设  $tol_1$  为用户所希望达到的精度, 如果满足:

$$rr(f) < tol_1 \quad (13)$$

则认为在此频率点所求电流有效, 否则无效。这样, 利用式(13), 就可以确定整个频带内的有效区域和非有效区域。

#### 3.2 全频带自动化的 AMWCAWE2MNM 技术

众所周知, 利用 MoM 求解, 网格尺寸必须小于  $K/10$  才能获得比较精确的解。设  $f_0$  为待求频带  $[f_{min}, f_{max}]$  内最高的展开频率, 则网格尺寸应小于  $K_0/10$ ,  $K_0$  为展开频率  $f_0$  对应的波长且接近最高频率  $f_{max}$  所对应的波长。显然, 当  $[f_{min}, f_{max}]$  很宽时, 采用  $K_0/10$  的网格对于低频段的展开频率  $f_{0_1}, f_{0_2}$  等来说, 将是极大的浪费。为此, 本文提出分频段的处理方法。用户可根据实际情况首先将待求频段  $[f_{min}, f_{max}]$  分成若干个子频段, 然后对每个子频段分别求解。求解时, 第一个展开点可根据经验进行选择, 然后利用式(12)确定该频段的有效区域和非有效区域。而在非有效区域的中心继续选择新的展开点使之有效, 从而获得全频带特性。如果非有效区域内待求频点较少, 则选择新的展开点采用波形渐进估计技术求解并不能提高计算效率, 反而占用计算机资源。为此, 我们采用 MNM<sup>[11]</sup> 迭代法求解, 设其产生的初值为  $x_c(f)$ , 则初值的精度由下式确定:

$$r^{(0)} = \frac{+ A(f) x_c(f) - b(f) + 2}{+ b(f) + 2} @100\% \quad (14)$$

仅仅当  $r^{(0)}$  超过误差限制  $tol_2$  的时候, 才开始迭代过程。值得指出的是: 利用 MNM 方法选取的初值, 终止标准可适当放松一点, 因为典型的初值常常就位于全局最小值的附近。对于本文所有实例, 均选择  $tol_2 = 1\%$ 。

由于在每个子频段内, 目标网格尺寸只须对应该频段最高展开频率的  $1/10$  波长, 而不是整个频带最高展开频率的  $1/10$  波长。因而, 可以减少大量未知数。显然, 这样处理提高了 AMWCAWE 技术的灵活性和实用性。

### 4 实例计算

(1) 金属球 金属球的中心位于坐标原点, 半径为  $0.125m$ , 表面采用 864 个三角形剖分, 共 1296 个未知数, 如图 1 所示。归一化电场入射平面波  $E_y = e^{-jkz}$ , 入射方向  $k = +\hat{x}$ 。考察  $100MHz \sim 1000MHz$  频带内单站 RCS 的频率响应。分别采用单点 WCAWE 技术和单点传统 AWE 技术求解, 二者展开频率均选为  $550MHz$ , WCAWE 选取  $q_1 = 15$  而 AWE 则利用 15 号

数信息. 图 1 分别给出了 WCAWE 和 AWE 技术的计算结果, 并与 MoM 逐点计算结果比较. 明显可以看出 WCAWE 有着传统 AWE 技术<sup>[3]</sup>所无法比拟的超宽带预测能力.

(2) 金属劈 劈由尺寸为 0l5m@0l5m 的两交角为 60° 的方板组成, 交线的下端点位于坐标原点, 共分 512 个三角形, 736 个未知数, 如图 3 所示. 归一化电场入射平面波  $E_y = e^{-jkz}$ , 入射方向  $k = -z$ . 考察 100MHz~1000MHz 频带内劈的单站 RCS 的频率响应. 采用 AMWCWE2MNM 技术, 两展开频率分别为 350MHz 和 770MHz, 且选取  $q_1 = q_2 = 15$  和  $tol_1 = 0l1$ . 图

2 给出了相对残差的频带特性, 可以看出两点 AMWCAWE 技术求解的相对残差在整个频带内均满足要求, 因而无须采用 MNM 迭代法. 图 3 分别给出单点 WCAWE 和两点 AMWCAWE 的计算结果, 并与 MoM 逐点计算结果比较. 可以看出单点 WCAWE 在其有效区域内, 两点 AMWCAWE 技术在整个频带内都与 MoM 结果吻合良好. 所有计算均在内存为 512M 的奔 IV 2G 上完成, 每隔 10MHz 采样, 共 91 个频点, MoM 总的 CPU 时间为 960 秒, 而 AMWCAWE 技术仅需 439 秒, 计算效率大约为 MoM 的两倍.

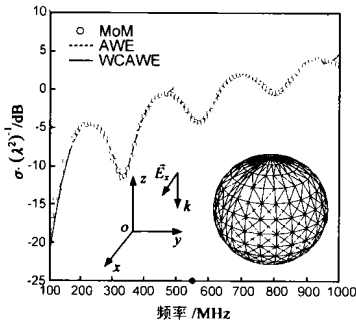


图 1 金属球单站 RCS 的频带响应

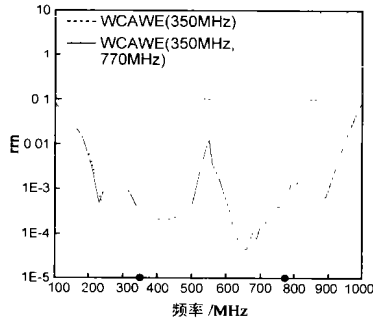


图 2 金属劈相对残差的频带响应

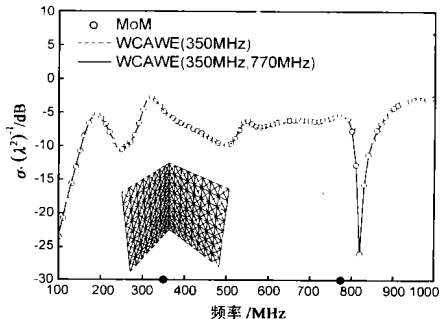


图 3 金属劈单站 RCS 的频带响应

(3) 方板 方板的中心位于坐标原点, 尺寸为 1m@1m, 共分 1024 个三角形, 1504 个未知数, 如图 6 所示. 归一化电场入射平面波  $E_x = e^{-jkz}$ , 入射方向  $k = -z$ . 考察 100MHz~1000MHz 频带内单站 RCS 的频率响应. 采用 AMWCWE2MNM 技术, 两展开频率分别为 350MHz 和 790MHz, 且选取  $q_1 = q_2 = 15$  和  $tol_1 = 0l1$ . 图 4 给出了相对残差的频带特性, 可以看出频带 100MHz~160MHz 内两点 AMWCAWE 技术结果不满足要求, 由于仅有 7 个频点, 故采用 MNM 迭代方法求解. 图 5 比较了 0 初值、AMWCAWE 电流初值和 MNM 外推初值在整个频带内的迭代次数, 由于 MNM 方法所给初值就在全局极小值的附近, 因而收敛速度极快. 图 6 给出了单点 WCAWE、两点 AMW

CAWE 以及 AMWCAWE2MNM 结果, 并与 MoM 逐点计算结果比较. 在各自有效区域内, 单点 WCAWE 和两点 AMWCAWE 都与 MoM 结果吻合良好; 而在非有效区域, 只有 AMWCAWE2MNM 结果与 MoM 结果完全吻合. 所有计算均在内存为 512M 的奔 IV 2G 上完成, 每隔 10MHz 采样, 共 91 个频点, MoM 总的 CPU 时间为 6273 秒, 而两点 AMWCAWE 技术为 2168 秒. 为了修正非有效区域, 若增加新的展开点则至少需要 1000 秒以上的计算时间, 而利用 MNM 迭代仅需 449 秒, 计算效率明显提高. 如果再与合适的预处理方法、有效的矩阵向量相乘技术结合, 计算效率还能进一步提高.

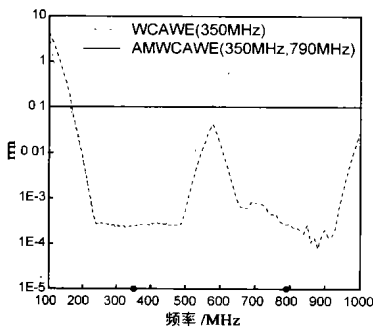


图 4 方板相对残差的频带响应

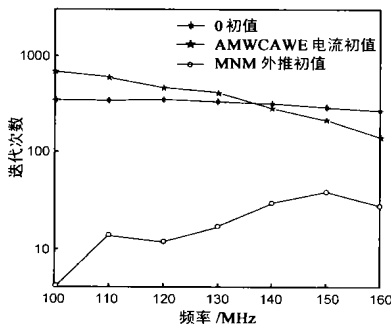


图 5 迭代次数的频带响应

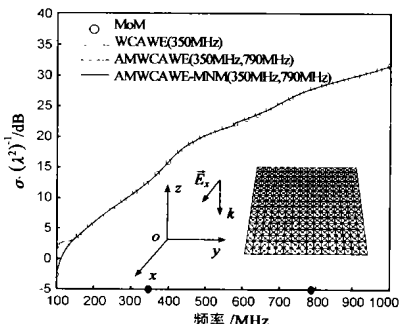


图 6 方板单站 RCS 的频带响应

### 5 结语

为了求解全频带特性, 本文首先将良态波形渐进估计 (WCAWE) 技术发展成多点良态波形渐进估计 (MWCAWE) 技术. 同时, 利用相对残差来确定解的有效区域和非有效区域, 实现了 MWCAWE 技术的自动化. 而当非有效区域较窄时, 本文采用一种新颖的迭代方法 MNM 来求解而不是继续的选择

新的展开点, 不仅提高了计算精度而且节约大量内存. 最后, 本文使用 AMWCAWE2MNM 技术求解了几个典型实例的全频带散射特性, 数值结果表明: 本方法不仅有效而且计算的目标越大, 频率采样间隔越密, AMWCAWE2MNM 技术的效率越高.

### 参考文献:

[1] Burke G J, et al. Using model-based parameter estimation to increase

- the efficiency of computing electromagnetic transfer functions[J]. IEEE Trans Magnetics, 1989, 25(7): 2807- 2809.
- [ 2 ] Pillage L T, et al. Asymptotic waveform evaluation for timing analysis [J]. IEEE Trans Compu2Aided Des Integrated Circuits and Syst, 1990, 19(4): 352- 366.
- [ 3 ] Cockrell C R, et al. Asymptotic Waveform Evaluation (AWE) Tech2 nique for Frequency Domain Electromagnetic Analysis[R]. American: NASA Technical Memorandum, 1996.
- [ 4 ] Reddy C J. Application of Model Based Parameter Estimation for RCS Frequency Response Calculations Using Method of Moments[R]. Amer2 ican: NASA Technical Memorandum, 1998.
- [ 5 ] Slone R D, et al. Multipoint Galerkin asymptotic waveform evaluation for model order reduction of frequency domain FEM electromagnetic ra2 diation problems[J]. IEEE Trans Antennas and Propagation, 2001, 49 (10): 1504- 1513.
- [ 6 ] Slone R D, et al. Automating multipoint Galerkin AWE for a FEM fast frequency sweep[J]. IEEE Trans Magnetics, 2002, 38(2): 637- 640.
- [ 7 ] Feldmann P, et al. Efficient linear circuit analysis by Pade approxima2 tion via the Lanczos process[J]. IEEE Trans Compu2Aided Des Int2 grated Circuits and Syst, 1995, 14(5): 639- 649.
- [ 8 ] Slone R D, et al. Well2Conditioned asymptotic waveform evaluation for finite elements[J]. accepted for publication in IEEE Trans Antennas and Propagation, 2003, 51(9): 2442- 2447.
- [ 9 ] Chiprout E, et al. Analysis of interconnected networks using complex fre2 quency hopping(CHH)[J]. IEEE Trans Compu2Aided Des Integraed Circuits and Syst, 1995, 14(2): 186- 200.
- [ 10 ] Slone R D. Fast Frequency Sweep Model Order Reduction of Polynom2 al Matrix Equations Resulting from Finite Element Discretizations[D]. American: Ohio State University, 2002.
- [ 11 ] Mitra Raj, et al. MNNMA novel technique for the iterative solution of matrix equations arising in the method of moments fomulation[J]. M2 crowave & Optical Technology Letters, 2002, 33(2): 74- 78.
- [ 12 ] 蔡大用, 白峰杉. 现代科学计算[M]. 北京: 科学出版社, 2000. 51 - 52.
- [ 13 ] Slone R D, et al. A comparison of some model order reduction tech2 niques[J]. Electromagnetics, 2002, 22(4): 275- 289.
- [ 14 ] Rao SM, et al. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape [J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 1982, 30(5): 409- 418.

#### 作者简介:



万继响 男, 1978 年出生于河南信阳市, 现为西安电子科技大学电磁场与微波技术专业博士研究生, 主要从事电磁场数值计算、微带天线和电路、电磁兼容以及模型降阶技术等方面的研究。

梁昌洪 男, 1943 年出生于上海市, 教授, 博士生导师, 曾任西安电子科技大学校长, 中国电子学会会士、IEEE Senior member, 主要从事计算场论、计算微波、微波网络理论、电磁散射与逆散射、电磁兼容等方面的研究。