

一种水下多目标方位、频率、距离联合估计新方法

张群飞¹, 保 铮¹, 黄建国²

(1. 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西西安 710071
2. 西北工业大学航海学院, 陕西西安 710072)

摘 要: 本文提出了一种可在单次回波内同时完成多目标方位、频率、距离(时延)三维参数联合估计的高分辨新方法,它借用 ESPRIT 方法的思路构造两个空间子阵,通过对其自相关矩阵和互相关矩阵的广义特征分解,用特征值估计多目标方位,用特征向量估计多目标回波的频率,再用估计得到的频率去修正包络时延向量进而得到目标时延估计。三维参数的配对由特征向量和特征值的对应关系自动完成。计算机仿真结果表明,该方法在较低的信噪比条件下可以实现三维参数的高分辨联合估计,而且无需额外的配对算法。作者还进行了多目标三维参数联合估计的消声水池实验,也取得了较好的结果,表明该方法对阵列误差有较好的稳健性,具有良好的工程应用前景。

关键词: 方位估计; 时延估计; 频率估计; 联合参数估计; ESPRIT

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 09-1409-05

A Novel Joint Estimation Method of Underwater Multi-Target Bearings, Frequencies, and Time-Delays

ZHANG Qur-fei¹, BAO Zheng¹, HUANG Jian-guo²

(1. Key Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China
2. College of Marine, Northwestern Poly. University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

Abstract: A new 3-dimensional joint estimation method is presented. With a single echo wave, bearings, frequencies, and time-delays of multiple reflectors are estimated jointly. We construct 2 sub-arrays like ESPRIT, and then make a generalized eigen-decomposition on their auto-correlation matrix and cross-correlation matrix. Bearing parameters can be estimated from eigenvalues, while frequency parameters can be obtained from corresponding eigenvectors. Having modified the time-delay vectors of enveloping with estimated frequencies, we can get the time-delay parameters simultaneously. Computer simulations show that the proposed method can carry out the 3-dimensional joint estimation without additional pairing algorithm in the case of lower SNR. Preferable results are also obtained in water tank experiments, indicating the method is robust for sensor array errors, and showing good potential in applications.

Key words: DOA estimation; time-delay estimation; frequency estimation; joint parameter estimation; ESPRIT

1 引言

在声纳、雷达对多目标进行跟踪时往往需要获得多个反射点的方位、距离、速度等信息,这不仅涉及到这三个参数的高分辨估计问题,同时还需要解决各目标多维参数的配对问题,即哪一个方位参数、时延参数和频率参数是属于同一个目标的。传统的多目标多维参数联合估计方法是利用目标在某一维参数上的可分性降低联合估计的维数,例如,如果目标的频率差别较大,则通过滤波器可以把各目标的回波波形分离,对每个滤波器的输出只需进行方位、时延的二维联合参数估计即可。在水下环境中,由于发射信号时宽较大(时间分离困难)、阵列尺寸有限(空间分离困难)、目标速度差异小(频域分

离困难)等原因,另外水下数据率很低,往往要求在单次回波内给出联合估计结果,这些都给水下多目标联合参数估计带来困难。本文提出了一种扩展的 ESPRIT 方法,较好地解决了上述问题,对于多目标回波在时域、频域、空域均无法进行波形分离的情况,该方法可在单次回波内同时分辨并估计出多目标的方位、频率和时延参数,而不需要额外的配对算法,为水下多目标定位及联合参数估计提供了一种新思路。

2 信号模型

用一个间距为 d 的 M 元等距线列阵来接收,假设发射信号包络为 $s(t)$,波长为 λ ,当存在 p 个目标(反射点)时,回波的复包络矩阵可表示为

$$\tilde{x}(t) = \sum_{i=1}^p s(t - \tau_i) b_i \exp[j(2 f_{di} t + \phi_i)] \mathbf{a}^T(\theta_i) + n(t) \quad (1)$$

可表示为矩阵形式

$$\tilde{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{S}(t) \mathbf{A}^T(\theta) + \mathbf{N}(t) \quad (2)$$

其中

$\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_p)]$ 是一个 $M \times P$ 的 Vandermonde 矩阵, 称为方向矩阵, 它的每一列 $\mathbf{a}(\theta_i)$ 为阵列方向矢量. 对于均匀线列阵, $\mathbf{a}(\theta_i) = [1, \exp(-j\theta_i), \dots, \exp(-j(M-1)\theta_i)]^T$, 其中 $\theta_i = 2 \frac{d \sin(\theta_i)}{\lambda}$, $i = 1, 2, \dots, p$ 为各源的空间角频率;

$\mathbf{S}(t) = \text{diag}[b_1 \exp(j\phi_1), b_2 \exp(j\phi_2), \dots, b_p \exp(j\phi_p)]$, b_i, ϕ_i 分别为各源的强度和初相位;

$\mathbf{S}(t) = [s(t - \tau_1) \exp(j2 f_{d1} t), s(t - \tau_2) \exp(j2 f_{d2} t), \dots, s(t - \tau_p) \exp(j2 f_{dp} t)]$ 为归一化回波包络时延频移矩阵, 它的第 i 列 $s(t - \tau_i) \exp(j2 f_{di} t)$ 为第 i 个源的包络时延频移矢量; $\mathbf{N}(t)$ 为噪声矩阵.

如果在单次回波里对各阵元的输出信号包络进行等间隔连续稀疏采样 N 点 (一般 $N > M$), 则 $\mathbf{X}(t)$ 是一个 $N \times M$ 的矩阵. 要使用 ESPRIT 方法, 需构造两个完全相同的子阵, 在本文讨论的等距线列阵的情况下, 常用的子阵构造方法是: 将 $1 \sim M-1$ 号阵元构成一个子阵, 对应的数据矩阵记为

$$\mathbf{X}_1(t) = \tilde{\mathbf{S}}(t) \mathbf{A}_1^T(\theta) \quad (3)$$

其中 $\mathbf{A}_1(\theta)$ 是式 (2) 中 $\mathbf{A}(\theta)$ 的子阵, 与 $\mathbf{A}(\theta)$ 相比只是少了最后一行. 类似地, 将 $2 \sim M$ 号阵元构成另一子阵, 对应的数据矩阵记为

$$\mathbf{X}_2(t) = \tilde{\mathbf{S}}(t) \mathbf{A}_2^T(\theta) \quad (4)$$

其中对角阵 $\tilde{\mathbf{S}}(t) = \text{diag}[\exp(j\phi_1), \exp(j\phi_2), \dots, \exp(j\phi_p)]$ 包含了目标的方位信息.

3 方位、频率、时延联合估计算法原理

R Roy 提出的 ESPRIT 方法^[1]利用两个对称子阵自相关和互相关矩阵的广义特征值就可实现高分辨目标方位估计. 许多研究人员利用该算法中没有充分利用的特征矢量, 把 ESPRIT 方法推广到二维参数联合估计中^[2~5], 取得了较好的效果. 本文更进一步把它扩展到三维参数的联合估计. 通常的 ESPRIT 方法在估计方位时形成下列两个相关矩阵

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{X}_1^H(t) \mathbf{X}_1(t) = \mathbf{A}_1^*(\theta) \tilde{\mathbf{S}}^H(t) \tilde{\mathbf{S}}(t) \mathbf{A}_1^T(\theta) \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{X}_1^H(t) \mathbf{X}_2(t) = \mathbf{A}_1^*(\theta) \tilde{\mathbf{S}}^H(t) \tilde{\mathbf{S}}(t) \mathbf{A}_2^T(\theta) \quad (6)$$

显然它们满足

$$\mathbf{R}_0 \mathbf{A}_1^*(\theta) = \mathbf{R}_1 \mathbf{A}_2^*(\theta) \quad (7)$$

通过一次广义特征分解可求得 θ , 进而得到目标方位估计.

从 ESPRIT 算法中可以得出其关键是形成两个相关矩阵, 它们的广义特征值就是 θ . 我们可以用另外的方法形成相关矩阵:

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{X}_1(t) \mathbf{X}_1^H(t) = \tilde{\mathbf{S}}(t) \mathbf{A}_1^T(\theta) \mathbf{A}_1^*(\theta) \tilde{\mathbf{S}}^H(t) \quad (8)$$

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{X}_1(t) \mathbf{X}_2^H(t) = \tilde{\mathbf{S}}(t) \mathbf{A}_1^T(\theta) \mathbf{A}_2^*(\theta) \tilde{\mathbf{S}}^H(t) \quad (9)$$

它们都是 $N \times N$ 的不满秩矩阵, 其秩为 M , 但它们同样满足

$$\mathbf{Y}_0 \tilde{\mathbf{S}}^H(t) = \mathbf{Y}_1 \tilde{\mathbf{S}}(t) \quad (10)$$

因此对 $\mathbf{Y}_0, \mathbf{Y}_1$ 作广义特征分解同样可以得到 θ 进行方位估计. 式 (7) 与式 (10) 不同的是前者的特征矢量是各信号源的方向矢量, 后者的特征矢量则是各源的包络时延频移矢量, p 个主特征矢量分别对应 p 个源的包络时延频移矢量. 因此各源的时延信息 τ_i 、频移信息 f_{di} 包含在式 (10) 中的特征矢量内.

为了从特征矢量中进一步分离出时延和频移信息, 我们先对它求功率谱, 根据功率谱的峰值即可获得目标频移信息. 这里利用了功率谱的时移不变性, 包络的时延只会对频谱的相位产生影响而不会影响其模值. 得到了目标回波包络的频率估计后, 按这一估计结果对包络时延频移矢量频谱搬移 (解调), 可获得无频移的包络基带信号 (包络时延矢量), 再让它与发射包络做互相关即可估计出目标的时延参数.

三维参数联合估计在算法的具体实现上和常规的 ESPRIT 方法有所不同, 归纳起来有如下几个步骤:

(1) 对 \mathbf{Y}_0 进行特征分解

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{V} \mathbf{E} \mathbf{V}^H \quad (11)$$

其中 \mathbf{V} 的每一列为特征矢量, $\mathbf{E} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$ 为降序排列的特征值.

(2) 利用特征值进行判阶

利用相关矩阵特征值确定目标数目的方法很多, 如 AIC、MDL^[6]等, 以最常用的 AIC 准则为例, 其 AIC 曲线由下式给出:

$$\text{AIC}(p) = -\log \text{LR}(p) + p(2M - p) \quad (12)$$

其中 $\text{LR}(p)$ 是似然比, 使 $\text{AIC}(p)$ 达到最小值的 p 就是目标数目.

(3) 构造信号子空间投影矩阵

用式 (11) 中特征矢量的主分量 ($v_i, i = 1, 2, \dots, p$) 构造信号子空间的投影矩阵

$$\mathbf{Y}^\# = \sum_{i=1}^p v_i v_i^H \quad (13)$$

(4) 对互相关矩阵 \mathbf{Y}_1 的投影再次进行特征分解

即将 \mathbf{Y}_1 在 \mathbf{Y}_0 的信号子空间上的投影 $\mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}^\#$ 进行特征分解

$$\mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}^\# = \mathbf{U} \mathbf{E}_1 \mathbf{U}^H \quad (14)$$

其中 $\mathbf{E}_1 = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$ 中的 p 个非零特征值为式 (10) 信号子空间的广义特征值 (为复数), \mathbf{U} 中对应的列 u_i 为式 (10) 信号子空间的广义特征矢量.

(5) 目标方位估计

目标的空间角频率可由 u_i 的相角来估计, 即

$$\theta_i = \angle u_i, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (15)$$

再依据 $\theta_i = 2 \frac{d \sin(\theta_i)}{\lambda}$ 就可以得到各目标的方位估计.

(6) 目标回波频率估计

对式 (14) 中 p 个非零特征值对应的特征矢量 u_i 分别求功率谱:

$$P_i(f) = |FT(u_i)|^2 = \left| \sum_{n=0}^{N-1} u_i(n) \exp(-j2 \frac{f}{f_s} n) \right|^2 \quad (16)$$

从中找出最大值所对应的 f 即为第 i 个目标的频率估计 f_i . 需要注意的是, 这里得到的频率估计是针对采样序列的, 一般在

采样前有一个解调的步骤,最终的频率估计还应在此基础上加上解调时的中心频率 f_0 才行.

(7) 目标回波时延估计

利用上一步骤获得的频率估计值 f_i 对相应的特征矢量 u_i 进行频率补偿,再求其与发射信号的互相关函数

$$r_i(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s(n-\tau) u_i(n) \exp(-j2\pi f_i \tau n) \quad (17)$$

从中找出最大值所对应的 τ 即为目标的时延估计 $\hat{\tau}_i$. 同样需要注意的是,这里得到的时延估计也是针对采样序列的,一般采样是在距离门内进行的,因此对应于目标距离的最终时延估计还需要在此基础上加上距离门的起始时间 t_0 .

由于特征值和特征矢量的对应关系,方位参数和频率参数、时延参数将自动得到配对,而不需要额外的配对算法.

ESPRIT 定向方法与其它特征分解类方法一样要求各源是不相干的,本文讨论的是在单次回波内完成方位时延估计,不得不考虑各目标回波是否相干的问题.可以证明,在各反射波的多普勒频移或时延有差异的情况下,从方位估计角度看,各目标源是不相干的^[5].

由于估计方位的方法与常规 ESPRIT 方法很类似,本文所提方法的空间分辨能力可参阅有关文献^[1].而各目标的频率参数、时延参数在特征矢量中基本上是分离的,因此虽然采用了功率谱分析、复本相关等不具备高分辨能力的常规方法去估计频率和时延,但它们只是在估计单个频率或时延参数,并不要求分辨多目标参数.所以只要多目标的方位能分辨,其频率和时延也就自然能够分辨了.

这种方法要应用于工程,还必须面对实际阵列误差的问题.阵列误差包括阵元位置误差、通道幅度和相位误差、阵元间耦合等因素,它对特征子空间类方法的性能影响很大^[7],本文所提的方法同样会受阵列误差的影响.不过 ESPRIT 方法不同于其它特征结构法(如 MUSIC),它不要求阵列流形符合一理想模型,而只要求两子阵流形一致,因此对误差的容忍性要好一些.下文水池实验数据的处理中我们只进行了简单的幅度校正就得到了较好的方位估计结果,说明 ESPRIT 方法具有一定的稳健性.

4 计算机仿真

先举一个仿真例子来说明算法步骤.取发射波形为梯形包络调制的单频信号,脉宽 75ms,载频为 30kHz.三个等强度目标具有非零的多普勒频移,其真实参数见表 1.仿真中频率参数的选取大致是使速度相近的两个目标间的径向速度差为 1 节(在该频段上对应的频移约 20Hz).

表 1 目标的三维真实参数

	时延/s	方位/(°)	频移/Hz
目标 1	0.902	-3.67	92.4
目标 2	0.933	0.00	138.5
目标 3	0.968	3.42	115.4

设定一个合适的距离门使其包含三个目标的反射信号,用一间距为半波长的 16 元均匀线列阵来接收,在距离门内均匀正交采样 100 点(采样频率约为

455Hz),得到一个 100 × 16 的复数据矩阵,此时单阵元的信噪比为 15dB.

首先我们用常规的方法对三类参数分别进行一维估计,估计结果见图 1.图 1(a)是各次快拍进行密集波束扫描后平均的结果,显然无法分辨三个目标的方位,因为相邻目标的方位间隔是波束宽度的一半左右;图 1(b)是各个阵元输出信号进行功率谱估计后平均的结果,三个目标的频移可以得到较好的分辨(但是用滤波器将三个目标的回波进行分离还是做不到);图 1(c)是各个阵元输出信号与发射信号计算互相关后平均的结果,它也没能分辨出三个目标的时延,因为相邻目标的时延间隔是发射脉冲宽度的一半左右,略小于包络的模糊区间.

将数据阵列分成两个子阵,分别求其自相关矩阵和互相关矩阵.通过对自相关矩阵的特征分解,根据式(12)用其特征值求出 AIC 曲线,见图 1(d).从中可以清楚地看到曲线在 $p = 3$ 处达到最小,故判定目标数目为 3.

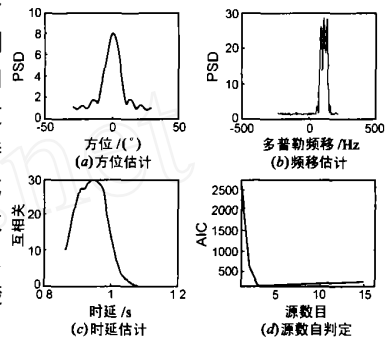


图 1 常规一维参数估计及 AIC 判决

按式(13)和式(14)求出广义特征值和广义特征矢量.按式(15)用三个主特征值的相角可以得到三个目标的方位估计结果为 $-3.95^\circ, 0.08^\circ, 3.46^\circ$,还是比较准确的.把得到的三个非零特征矢量分别进行频谱分析,结果见图 2 左图,从各自的峰值位置可以估计出各目标的频移参数见表 2.再按式(17)计算补偿后的互相关曲线如右图所示,每条曲线都有一个清晰的峰值,估计得到的时延参数见表 2.对比表 1 的真实参数和表 2 的估计参数,不仅具有较高的精度,配对结果也是正确的.

表 2 目标参数估计结果

	时延/s	方位/(°)	频移/Hz
目标 1	0.901	-3.95	92.9
目标 2	0.934	0.08	139.8
目标 3	0.968	3.46	115.4

维持对目标真实参数的假设不变,在不同信噪比条件下用蒙特卡洛法进行统计性能仿真,每种条件进行 100 次统计.表 3 给出了不同信噪比条件下的正确判阶概率、正确分辨概

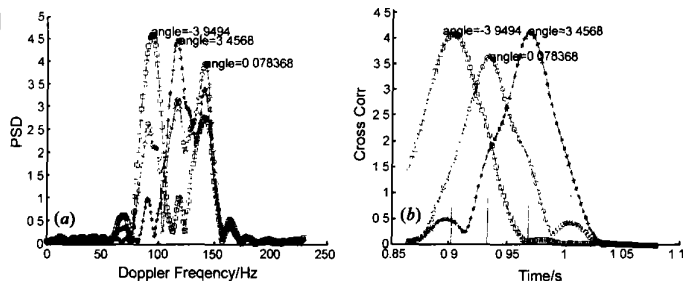


图 2 频率和时延估计

表 3 正确判阶、分辨、配对概率

SNR/dB	20	17.5	15	12.5	10	7.5	5	2.5	0	-2.5
正确判阶概率/%	99	99	99	97	96	100	97	47	10	5
方位分辨概率/%	99	99	99	97	96	100	87	27	4	1
频率分辨概率/%	99	99	98	94	83	63	58	29	1	-
方位频率正确配对概率/%	99	99	98	94	83	62	39	10	1	-
时延分辨概率/%	99	99	98	94	83	63	53	16	5	-
方位时延正确配对概率/%	99	99	98	94	83	62	39	10	1	-

率和正确配对概率。可以看到,在峰值信噪比超过 5dB 时正确判阶概率接近 100%,方位分辨概率大于 87%,这里方位分辨的判定原则是估计值与真实值的偏差不大于半个波束宽度。在信噪比超过 10dB 时,频率和时延参数的正确分辨概率

大于 83%,这两维参数与方位的正确配对概率也大于 83%。图 3 进一步给出了方位、频率、时延估计的均方根误差(RMS)随信噪比变化的情况,从中可见在信噪比大于 7.5dB 时,方位均方根误差小于 1.2°,频率均方根误差小于 2Hz(相当于径向速度均方根误差小于 0.1 节),时延均方根误差小于 6ms(相当于距离均方根误差小于 4.5m)。从统计仿真结果来看,本文所提方法在 7.5dB 以上的信噪比条件下可基本满足水下多目标定位、亮点估计等应用需求。

从仿真结果看,本文所提的方法信噪比要求比较高,需要指出的是,仿真中的信噪比是指信号幅度最大时的瞬时信噪比,如果折算成采样区内的平均信噪比则会低一些。另外,本方法是在基带进行的,可以通过载波跟踪、缩小基带带宽的方法从频域滤波获得一定的信噪比增益。

5 水池实验验证

为了考察所提方法在实际系统中的表现,我们开展了相应的多目标多参数联合估计水池实验。目标的时延和频率由信号源产生的单频调制脉冲波形来控制,目标的方位由发

表 4 双目标三参数联合估计水池实验结果

方位间隔	时延(脉宽)	真实值			估计值		
		方位 / (°)	频率 / kHz	时延 / ms	方位 / (°)	频率 / kHz	时延 / ms
3/4 束宽	1/3			0.0, 6.7	-3.1, 3.3	29.9, 30.0	0.0, 7.0
	1/4	-3.6	29.9	0.0, 5.0	-3.1, 3.3	29.9, 30.0	0.0, 5.0
	1/8	2.8	30.0	0.0, 2.5	-3.2, 3.3	29.9, 30.0	0.0, 2.5
	1/12			1.7, 0.0	-3.2, 3.3	29.9, 30.0	2.0, 0.0

注:由于接收端进行的是异步采样(发射时刻没有记录),因此目标回波的绝对时延不可得,这里以最先到达的目标回波为时延参考点计算各目标回波的相对时延。

射阵上的不同阵元来确定。接收基阵是一个 14 元的均匀线列阵。发射信号为脉宽 20ms、周期 120ms 的脉冲串。由于实验条件的限制,实验中接收信号中的噪声是计算机仿真产生的各向同性高斯白噪声,峰值信噪比为 15dB。

我们先做了两个目标的联合估计实验,两目标的方位间隔固定,大致为波束宽度的 3/4,改变两目标的时延间隔做了 4 组实验,数据处理结果

果见表 4。从表中看到,4 组实验中三维参数都能较好地分辨,方位估计误差都不超过 0.5°,频率估计精度很高,相对时延的估计误差不超过 0.3ms。特别是当两目标的时延间隔小至脉冲宽度的 1/12 时,本文所提方法依然能够准确地分辨出时延参数,表现出优良的时延高分辨性能。

表 5 三目标三参数联合估计水池实验结果

方位间隔(束宽)	相对时延(脉宽)	目标真实参数			目标估计参数			
		方位 / (°)	频率 / kHz	时延 / ms	方位 / (°)	频率 / kHz	时延 / ms	
2/3	0			0.0	5.0	29.9	0.0	
	1/4	2.0	29.9	5.0	-1.8	30.0	5.5	
	1/8	-3.6	30.0	2.5	-8.6	30.1	3.0	
	0			0.0	4.8	29.9	0.0	
	1/4	-7.6			5.0	-1.6	30.0	3.0
	1/3			6.7	-8.5	30.1	4.5	

我们还进行了三个目标的联合估计实验,三目标的方位和频率参数是固定的,相邻目标间的方位间隔大致为波束宽度的 3/4 和 1/2,改变三目标的时延间隔做了 2 组实验,数据处理结果见表 5。第一组实验的后两个目标的相对时延分别是脉宽的 1/4 和 1/8,相当于时延上相邻目标的时延间隔只有脉冲宽度的 1/8。从表中看到,三目标的方位可以分辨,但第一个目标的方位估计误差较大达到 3°;由于三目标频率间隔较大,频率估计精度还是很高;三目标时延也可分辨,估计误差不超过 0.5ms。第二组实验的后两个目标的相对时延分别是脉宽的 1/4 和 1/3,相当于这两个目标的时延间隔只有脉冲宽度的 1/12。与第一组实验的结果相比,方位、频率参数的分辨和估计性能差不多,而时延参数的估计误差增大了,这是因为三目标的时延间隔更小、分辨更困难了。本实验的设计意在探索新方法在实际水声环境中的参数分辨极限,实验结果表明该方法在方位间隔小至 1/2 波束宽度、时延间隔小至 1/12 个脉冲宽度的情况下依然能够可靠地分辨出三个目标的方位、频率、时延参数,表现出优良的高分辨多参数联合估计性能。

6 结论

本文借鉴 ESPRIT 方法的思路,提出了一种多目标方位、频率、距离(时延)三维参数联合估计的高分辨新方法,通过构造与常规 ESPRIT 不同的相关矩阵,可以用广义特征值估计多目标的方位,而用广义特征矢量估计多目标的频率和时延,三维参数利用特征值与特征矢量之间的对应关系自动实现配对,并且整个算法可在单次回波内完成。

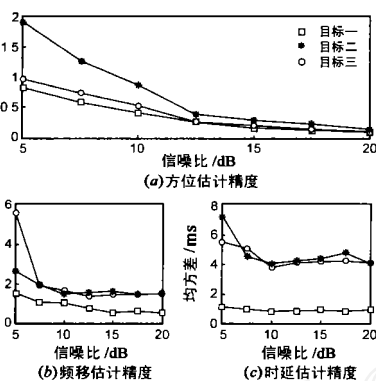


图 3 方位、频率、时延估计的精度

计算机仿真结果表明,7.5dB 以上的峰值信噪比即可得到较高的多目标三维参数分辨概率、配对概率,方位均方根误差小于 1.2° ,频率均方根误差小于 2Hz,时延均方根误差小于 6ms. 本文还对所提方法进行了消声水池验证实验,成功地分辨出方位间隔小至 $1/2$ 波束宽度、时延间隔小至 $1/12$ 脉冲宽度的三个目标,进一步证实了该方法在联合参数估计中的高分辨性能,具有良好的工程应用前景.

参考文献:

- [1] ROY R, PAULRAJ A, KAILATH T. ESPRIT-A subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise[J]. IEEE Trans, 1986, ASSP-34(10):1340 - 1342.
- [2] 廖桂生, 保铮. 未知阵列流形条件下波达方向-多普勒频率盲估计技术[J]. 电子科学学刊, 1997, 19(2):152 - 157.
- [3] 王曙, 周希朗. 阵列信号波达方向-频率的同时估计方法[J]. 上海交通大学学报, 1999, 33(1):40 - 42.
- [4] 魏红, 何佩琨, 毛二可. 利用 ESPRIT 方法实现信号频率/相位的联合估计[J]. 北京理工大学学报, 1999, 19(3):348 - 351.
- [5] 张群飞, 黄建国, 保铮. 用子空间旋转不变法同时估计水下多目标的距离和方位[J]. 声学学报, 1999, 24(4):400 - 406.
- [6] WAX M, KAILATH T. Detection of signals by information theoretic criteria[J]. IEEE Trans, 1985, ASSP-33(2):387 - 392.
- [7] Friedlander B. A sensitivity analysis of the MUSIC algorithm[J]. IEEE Trans ASSP, 1990, 38(10):1740 - 1751.
- [8] 王琨, 黄建国. 白噪声中正弦信号数目的估计[J]. 西北工业大学学报, 1996, 14(2):304 - 308.

作者简介:



张群飞 男, 1968 年 10 月生于浙江省东阳市, 1993 年获西北工业大学水中兵器专业硕士学位, 随后留校任教, 1998 年破格晋升为副教授, 2003 年获西安电子科技大学信号与信息处理专业博士学位, 主要研究方向包括阵列信号处理理论与应用、多目标定位、水下通信等方面.



保铮 男, 1927 年生于江苏省南通市, 西安电子科技大学教授, 博士生导师, 中国科学院院士, 中国电子学会会士, 研究领域为雷达信号处理和现代信号处理.