

延迟离散 Hopfield 网络的稳定性条件

马润年¹, 刘乃功², 许 进³

(11 西安交通大学管理学院, 陕西西安 710049; 21 空军工程大学工程学院, 陕西西安 710038;
31 华中科技大学系统科学研究所, 湖北武汉 430074)

摘 要: 主要利用状态转移方程和定义能量函数的方法对具有时延的离散 Hopfield 神经网络的动力学行为进行了研究, 并且获得了若干稳定性结果. 给出了延迟离散 Hopfield 神经网络收敛于周期为 4 的极限环的一个充分条件, 获得了延迟网络有稳定状态的条件, 并且得到了延迟网络既没有稳定状态也没有周期为 2 的极限环的条件. 同时, 这些结果用两个例子进行了验证. 这些结果推广了一些已有的离散 Hopfield 神经网络的稳定性结果.

关键词: 延迟离散 Hopfield 神经网络; 稳定性; 能量函数

中图分类号: TP183 **文献标识码:** A **文章编号:** 03722112 (2004) 10167404

Stability Conditions for Discrete Hopfield Neural Networks with Delay

MA Run2nian¹, LIU Nai2gong², XU Jin³

(11 School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China;
21 Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China;
31 System Science Research Institute, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract: The dynamic behavior of discrete Hopfield neural networks with delay is mainly studied by the use of the state transition equation and the energy function, and some results on stability are given. The sufficient conditions for the networks with delay converging towards a limit cycle of length 4, having a stable state, and neither having a stable state nor a limit cycle of length 2 are presented. Also, the obtained results are validated by giving two examples. The obtained results here extend some existing results on stability of discrete Hopfield neural network.

Key words: discrete Hopfield neural networks with delay; stability; energy function

1 引言

离散 Hopfield 神经网络(以下简称 DHNN)是在联想记忆、模式识别和组合优化等方面有着广泛应用的一类反馈网络,它对神经网络的第二次兴起起了极大的推动作用. DHNN 的稳定性不仅本身有重要的理论意义,而且也是网络应用的基础,因而受到许多学者的极大关注.文献[1~7]对 DHNN 的稳定性进行了研究,得到了一系列关于稳定性方面的结果,为网络的应用建立了一定的理论基础.特别是网络的连接权矩阵在对称和反对称的情况下,获得了若干非常漂亮的结果.文献[6,7]用不同的方法对连接权为反对称的 DHNN 的稳定性进行了研究,得到:

结论:对于严格的 DHNN $N=(W, H)$,如果连接权矩阵 W 是 n 阶反对称矩阵($n \in 2$), $H=0$,则网络 $N=(W, H)$ 的任一初始状态都并行收敛到一个周期为 4 的极限环上去.

延迟离散 Hopfield 神经网络是 DHNN 的推广,它不仅考虑网络的当前状态,而且记忆网络上一时刻的状态.对于延迟

DHNN 的并行稳定性,在文献[8,9]中进行了研究,得到了若干有意义的结果.从文献[8,9]可以看出,延迟 DHNN 具有丰富的动力学行为,只有对网络的动力学性质进行深入的研究,才能有益于网络的设计和应用.对于延迟 DHNN,我们自然要问:是否也有类似于前面的结果成立?这正是本文要研究的主要问题之一.

本文在第 2 节给出了文中若干必要的概念.在第 3 节研究了延迟 DHNN 收敛于周期长度为 4 的极限环的条件,并给出了相应的结论.第 4 节讨论了延迟网络有稳定状态的条件,以及网络既没有稳定状态也没有周期为 2 的极限环的条件.第 5 节总结了全文.

2 概念和模型

所谓 n 阶的 DHNN,其拓扑结构可以由一个 $n \times n$ 阶矩阵 $W=(w_{ij})_{n \times n}$ 和一个 n 维列向量 $H=(H_1, \dots, H_n)^T$ 所惟一确定,并记为 $N=(W, H)$.若用 $x_i(t)$ 表示神经元 i 在时刻 t 所处的状态,并且只有两种:兴奋用 $x_i(t)=1$ 表示和抑制用 $x_i(t)$

$= -1$ 表示, $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$. DHNN 的演化方程为:

$$x_i(t+1) = \text{sgn} \left\{ \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j(t) + H_i \right\}$$

其中 $\text{sgn}(u) = \begin{cases} 1, & \text{若 } u \geq 0 \\ -1, & \text{若 } u < 0 \end{cases}$

而延迟 DHNN 是 DHNN 的一个推广. 具有 n 个神经元的延迟 DHNN 是由 n 个完全互联的神经元构成的, 它可以由两个 $n \times n$ 阶矩阵 $W^0 = (w_{ij}^0)_{n \times n}$, $W^1 = (w_{ij}^1)_{n \times n}$ 和一个 n 维列向量 $H = (H_1, \dots, H_n)^T$ 所惟一确定, 简记为 $N = (W^0 \odot W^1, H)$. 同样用 $x_i(t)$ 表示神经元 i 在任意时刻 t 所处的状态, 并且只有两种: 兴奋用 $x_i(t) = 1$ 表示和抑制用 $x_i(t) = -1$ 表示, $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$, 并记 $X(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T$. 每个神经元 i 在时刻 t 有两种存储状态: $x_i(t)$ 和 $x_i(t-1)$, 其中 $x_i(t-1)$ 表示对历史状态的记忆. 本文中, 我们假设阈值向量 $H = 0$. 因此, 对于延迟 DHNN, 下面简记为 $N = (W^0 \odot W^1, 0)$.

n 阶延迟 DHNN 的演化方程为:

$$x_i(t+1) = \text{sgn} \left(\sum_{j=1}^n w_{ij}^0 x_j(t) + \sum_{j=1}^n w_{ij}^1 x_j(t-1) \right), \quad i \in I \quad (1)$$

其中 $I = \{1, 2, \dots, n\}$, 并且符号函数同前.

若 n 阶延迟 DHNN $N = (W^0 \odot W^1, 0)$ 的一个状态 $X^* \in I B^n$ 满足:

$$x_i^* = \text{sgn} \left(\sum_{j=1}^n w_{ij}^0 x_j^* + \sum_{j=1}^n w_{ij}^1 x_j^* \right), \quad i \in I \quad (2)$$

则称状态 X^* 为延迟网络的一个稳定状态 (或不动点), 其中 $X^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)^T$, $B = \{-1, 1\}$, $I B^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n)^T \mid x_i = -1, \text{ 或 } 1, \forall i \in I\}$.

式(1)和式(2)的向量形式分别为

$$\begin{aligned} X(t+1) &= \text{sgn}(W^0 X(t) + W^1 X(t-1)), \\ X^* &= \text{sgn}(W^0 X^* + W^1 X^*) \end{aligned}$$

对于延迟 DHNN (1), 任给 $X(0), X(1) \in I B^n$ 为初值, 每个神经元都按(1)式同时进行演化, 则这种演化为并行演化, 其演化的状态序列为 $X(0), X(1), X(2), X(3), \dots$. 如果存在时间 $T_1 \in \{1, 2, \dots\}$, 使得对任何的 $t \in T_1$, 有

$$X(t) = X(t+1) = X(t+2) = \dots = X(t+T) \quad (3)$$

则称延迟 DHNN(1)关于初始状态 $X(0), X(1)$ 收敛到一个周期为 T 的极限环, 其中 $T \in \mathbb{N}$ 是满足上式的最小的正整数. 如果延迟网络关于任何的初始状态都收敛于周期都为 T 的极限环, 则称延迟 DHNN(1)并行收敛于周期为 T 的极限环. 如果周期为 1, 则称延迟网络关于初始状态 $X(0), X(1) \in I B^n$ 收敛到稳定点. 若对任何的初始状态 $X(0), X(1) \in I B^n$, 网络都并行收敛到稳定状态, 则称网络(1)是并行收敛的 (或同步收敛的). 延迟网络其它形式的演化定义这里略去.

如果 $N = (W^0 \odot W^1, 0)$ 对任何的状态 $X^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)^T$, $X^1 = (x_1^1, \dots, x_n^1)^T \in I B^n$ 满足:

$$\sum_{j=1}^n w_{ij}^0 x_j^0 + \sum_{j=1}^n w_{ij}^1 x_j^1 \geq 0, \quad i \in I$$

则称延迟 DHNN (1)是严格的. 下面我们分析延迟网络在什么条件下收敛于周期为 4 的极限环, 在什么条件下延迟网络有稳定状态以及在什么条件下延迟网络没有稳定状态.

3 收敛于周期为 4 的极限环

定理 1 假设延迟 DHNN (1)是严格的网络. 如果矩阵 W^0 是反对称的, 即 $(W^0)^T = -W^0$, 并且矩阵 W^1 是负的行对角占优的, 即 $-\sum_{j \neq i} w_{ij}^1 \leq w_{ii}^1$, $P \in I B$, 则延迟 DHNN(1)对于任何的初始状态 $X(0), X(1)$ 都收敛于周期为 4 的极限环.

证明 很显然, 利用符号函数的特征和延迟 DHNN (1)是严格的这一特性, 我们容易给出

$$x_i(t+1) \left(\sum_{j \neq i} w_{ij}^0 x_j(t) + \sum_{j \neq i} w_{ij}^1 x_j(t-1) \right) > 0, \quad P \in I B$$

定义延迟 DHNN(1)的能量函数为

$$E(t) = E(X(t), X(t-1)) = -X^T(t) W^0 X(t-1) \quad (4)$$

于是沿 (1) 的能量函数的增量为

$$\begin{aligned} \Delta E &= E(t+1) - E(t) \\ &= E(X(t+1), X(t)) - E(X(t), X(t-1)) \\ &= -X^T(t+1) W^0 X(t) + X^T(t) W^0 X(t-1) \\ &= -(X^T(t+1) + X^T(t-1)) W^0 X(t) \\ &= -(X^T(t+1) + X^T(t-1)) (W^0 X(t) + W^1 X(t-1)) \\ &\quad + (X^T(t+1) + X^T(t-1)) W^1 X(t-1) \\ &= p(t) - q(t) \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} p(t) &= (X^T(t+1) + X^T(t-1)) (W^0 X(t) + W^1 X(t-1)) \\ q(t) &= -(X^T(t+1) + X^T(t-1)) W^1 X(t-1) \end{aligned}$$

首先证明, 如果 $x_i(t+1) + x_i(t-1) \in X_0$, 则

$$x_i(t+1) + x_i(t-1) = 2x_i(t+1) = 2x_i(t-1)$$

更进一步, 还可以证明在式(5)中有, $p(t) \in X_0, q(t) \in X_0$.

为此, 设

$$I^*(t) = \{i \in I \mid x_i(t+1) + x_i(t-1) \in X_0\}$$

于是

$$\begin{aligned} p(t) &= (X^T(t+1) + X^T(t-1)) (W^0 X(t) + W^1 X(t-1)) \\ &= \sum_{i \in I} (x_i(t+1) + x_i(t-1)) \sum_{j \neq i} (w_{ij}^0 x_j(t) + w_{ij}^1 x_j(t-1)) \\ &= 2 \sum_{i \in I^*(t)} x_i(t+1) \left(\sum_{j \neq i} w_{ij}^0 x_j(t) + \sum_{j \neq i} w_{ij}^1 x_j(t-1) \right) \in X_0 \\ q(t) &= -(X^T(t+1) + X^T(t-1)) W^1 X(t-1) \\ &= - \sum_{i \in I} (x_i(t+1) + x_i(t-1)) \sum_{j \neq i} w_{ij}^1 x_j(t-1) \\ &= -2 \sum_{i \in I^*(t)} x_i(t-1) \sum_{j \neq i} w_{ij}^1 x_j(t-1) \\ &= -2 \sum_{i \in I^*(t)} (w_{ii}^1 + \sum_{j \neq i} w_{ij}^1 x_j(t-1)) x_i(t-1) \\ &\in -2 \sum_{i \in I^*(t)} (w_{ii}^1 + \sum_{j \neq i} |w_{ij}^1|) x_i(t-1) \in X_0 \end{aligned}$$

所以, 在式(5)中有 $\Delta E \in X_0$, 并且 $\Delta E = 0$ 当且仅当 $p(t) = 0, q(t) = 0$. 进一步, $p(t) = 0, q(t) = 0$ 当且仅当 $I^*(t) = \emptyset$, 即 $X(t+1) + X(t-1) = 0$. 所以, $\Delta E = 0$ 当且仅当 $I^*(t) = \emptyset$.

因此, 对任何的初始状态 $X(0), X(1) \in I B^n$, 延迟 DHNN (1)收敛的状态满足 $\Delta E = 0$, 即 $P(X(0), X(1)) \in I B^n$, 存在 $T_1 \in \{1, 2, \dots\}$, 使得当 $t \in T_1$ 时, 有

$$X(t) = -X(t+2) = X(t+4)$$

分两种情况, 如果 $X(T_1) = X(T_1+1)$, 则延迟 DHNN(1) 收敛于一个周期为 4 的极限环 $(X(T_1), X(T_1), -X(T_1), -X(T_1))$. 如果 $X(t_1) \neq X(t_1+1)$, 则延迟 DHNN(1) 也收敛于一个周期为 4 的极限环 $(X(T_1), X(T_1+1), -X(T_1), -X(T_1+1))$. 所以定理 1 是成立的.

例 1 设延迟 DHNN $N = (W^0 \circledast W^1, 0)$, 其中

$$W^0 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, W^1 = \begin{pmatrix} -0.6 & 0.5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},$$

很明显, 延迟 DHNN(1) 是严格的, 并且矩阵 W^0 是反对称的, 同时矩阵 W^1 是负对角占优的, 说明定理 1 的条件是满足的, 由定理 1 知延迟 DHNN(1) 收敛于周期为 4 的极限环. 事实上, 这个结论可以验证. 如果 $x_1(0) = x_2(0)$, 则延迟 DHNN(1) 收敛于周期为 4 的极限环 $(X(1), X(2), -X(1), -X(2))$, 其中 $X(1) = (x_1(1), x_2(1))^T$, $X(2) = (-x_2(1), x_1(1))^T$. 如果 $x_1(0) \neq x_2(0)$ 且 $x_1(1) = x_2(1)$, 则网络 (1) 收敛于周期为 4 的极限环 $(X(2), X(3), -X(2), -X(3))$, 其中 $X(2) = X(0) = (x_1(0), x_2(0))^T$, $X(3) = (-x_1(0), x_2(0))^T$. 如果 $x_1(0) \neq x_2(0)$ 且 $x_1(1) \neq x_2(1)$, 则网络 (1) 收敛于周期为 4 的极限环 $(X(2), X(3), -X(2), -X(3))$, 其中 $X(2) = -X(0) = (-x_1(0), -x_2(0))^T$, $X(3) = -X(1) = (-x_1(1), -x_2(1))^T$.

4 有稳定状态和没有稳定状态的条件

前面研究了延迟 DHNN 收敛于周期为 4 的极限环的条件, 在定理 1 中要求延迟 DHNN(1) 是严格的, 那么这一条件是否可以去掉, 下面我们先看一个例子.

例 2 假设延迟 DHNN $N = (W^0 \circledast W^1, 0)$, 其中

$$W^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, W^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

很显然, 矩阵 W^0 是反对称, 矩阵 W^1 是负的行列角占优的, 但是延迟 DHNN 不是严格的. 通过计算可以得到该延迟网络有一个周期为 3 的极限环 (X_1, X_2, X_3) , 其中 $X_1 = (-1, 1, 1)^T$, $X_2 = (1, 1, -1)^T$, $X_3 = (1, 1, -1)^T$. 而且可以判断该网络有一个稳定状态 $X = (1, 1, 1)^T$.

由例 2 看出, 定理 1 中要求延迟 DHNN 是严格的这个条件不能少, 事实上其它的条件也不能少, 否则结论亦不成立.

例 2 中, 延迟网络有一个稳定状态 $X = (1, 1, 1)^T$, 这是由于

$$w_{i1}^0 + w_{i1}^1 + w_{i2}^0 + w_{i2}^1 + w_{i3}^0 + w_{i3}^1 = 0, i = 1, 2, 3$$

事实上, 更一般地, 我们有下面的结论.

定理 2 对于延迟 DHNN(1), 如果连接权矩阵满足

$$w_{i1}^0 + w_{i1}^1 + w_{i2}^0 + w_{i2}^1 + \dots + w_{in}^0 + w_{in}^1 = 0, P \in I \quad (6)$$

则延迟 DHNN(1) 有稳定状态 $X = (1, 1, \dots, 1)^T$, 并且初始状态 $X(0) = X(1) = (-1, -1, \dots, -1)^T$ 一定收敛到该状态.

证明 由式(6)得: $W^0(1, 1, \dots, 1)^T + W(1, 1, \dots, 1)^T = 0$,

$$W^0(-1, -1, \dots, -1)^T + W(-1, -1, \dots, -1)^T = 0$$

所以, $\text{sgn}(W^0(1, 1, \dots, 1)^T + W(1, 1, \dots, 1)^T) = (1, 1, \dots, 1)^T$

$$\text{sgn}(W^0(-1, -1, \dots, -1)^T + W^1(-1, -1, \dots, -1)^T) = (1, 1, \dots, 1)^T.$$

由此得, 状态 $X = (1, 1, \dots, 1)^T$ 是延迟 DHNN(1) 的稳定状态, 并且初始状态 $X(0) = X(1) = (-1, -1, \dots, -1)^T$ 一定吸引到状态 $X = (1, 1, \dots, 1)^T$.

由条件(6)知道延迟 DHNN 不是严格的网络, 当然条件(6)是延迟网络有稳定点的一个充分条件, 并非必要条件. 下面我们考虑延迟 DHNN 既没有稳定点也没有周期为 2 的极限环的条件.

定理 3 如果矩阵 W^0 是反对称的, 并且矩阵 W^1 在集合 B 上是负定的(不需要对称), 即对任何一个 n 维列向量 $X = (x_1, \dots, x_n)^T, x_j \in B, j = 1, \dots, n$, 有 $X^T W^1 X < 0$, 则延迟 DHNN(1) 既没有稳定状态也没有周期为 2 的极限环.

证明 反证法. 不失一般性, 我们假设延迟 DHNN(1) 有一个稳定点 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$. 于是根据式(2)的向量形式, 有

$$X = \text{sgn}(W^0 X + W^1 X)$$

因此,

$$x_i \prod_{j=1}^n (w_{ij}^0 x_j + w_{ij}^1 x_j) \in 0, P \in I, I,$$

$$\prod_{i=1}^n x_i \prod_{j=1}^n (w_{ij}^0 x_j + w_{ij}^1 x_j) = X^T W^0 X + X^T W^1 X = X^T W^1 X \in 0$$

这与矩阵 W^1 在集合 B 上是负定的相矛盾. 所以, 延迟 DHNN(1) 没有稳定状态.

同样, 如果延迟 DHNN(1) 有一个周期为 2 的极限环, 不妨假设为 (X^0, X^1) , 则必有

$$X^1 = \text{sgn}(W^0 X^0 + W^1 X^1)$$

$$X^0 = \text{sgn}(W^0 X^1 + W^1 X^0)$$

与上面的证明一样, 可以得到

$$(X^1)^T W^0 X^0 + (X^1)^T W^1 X^1 \in 0,$$

$$(X^0)^T W^0 X^1 + (X^0)^T W^1 X^0 \in 0.$$

二式相加, 得

$$(X^1)^T W^0 X^0 + (X^1)^T W^1 X^1 + (X^0)^T W^0 X^1 + (X^0)^T W^1 X^0 = (X^1)^T W^1 X^1 + (X^0)^T W^1 X^0 \in 0$$

与矩阵 W^1 在集合 B 上是负定的相矛盾. 所以, 延迟 DHNN(1) 没有周期为 2 的极限环. 定理 3 成立.

根据定理 3 的证明, 我们容易得到: 如果延迟 DHNN(1) 有稳定点 X, 则必有 $X^T (W^0 + W^1) X \in 0$. 特别地, 如果矩阵 W^0 是反对称的, 则延迟 DHNN(1) 有稳定点的必要条件是存在 $X \in B^n$, 使 $X^T W^1 X \in 0$. 如果矩阵 W^0 是反对称的, 则延迟 DHNN(1) 有周期为 2 的极限环的必要条件是存在 $X^0, X^1 \in B^n$, 使 $(X^1)^T W^1 X^1 + (X^0)^T W^1 X^0 \in 0$.

推论 如果矩阵 W^0 是反对称的, 并且矩阵 W^1 是严格负行对角占优的, 即 $-w_{ii}^1 > \sum_{j \neq i} |w_{ij}^1|, P \in I, I$, 或严格负列对角占优的, 即 $-w_{ii}^1 > \sum_{j \neq i} |w_{ji}^1|, P \in I, I$, 则延迟 DHNN(1) 既没有周期为 1 也没有周期为 2 的极限环.

证明 如果矩阵 W^1 是严格负行对角占优的, 或是严格负列对角占优的, 则矩阵 W^1 是负定的, 根据定理 3 知推论是

成立的.

5 结论

文中主要研究了延迟 DHNN 在并行演化方式下的稳定性, 并获得了几个结果. 给出了延迟网络收敛于周期为 4 的极限环的条件, 同时得到了延迟网络有稳定状态以及没有稳定状态和周期为 2 的极限环的条件. 文中的定理 1 和定理 3 都是在假设矩阵 W^0 是反对称的前提下获得的. 由于延迟 DHNN 是 DHNN 的一个推广, 因此, 所获结果是一些已有的关于反对称 DHNN 的稳定性结果的进一步推广. 所获结果不但有严格的理论证明, 而且举例验证了结论. 这些结果为延迟 DHNN 的应用提供了一定的理论依据.

参考文献:

- [1] Hopfield J J. Neural networks and physical systems emergent collective computational abilities [J]. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1982, 79 (4): 2554- 2558.
- [2] Bruck J, Goodman J W. A generalized convergence theorem for neural networks [J]. IEEE Trans Inform. Theory, 1988, 34 (5): 1089- 1092.
- [3] Xu Z B, Kwong C P. Global convergence and asymptotic stability of asymmetrical Hopfield neural networks [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1995, 191 (5): 405- 420.
- [4] Lee D L. New stability conditions for Hopfield neural networks in partial simultaneous update mode [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1999, 10 (4): 975- 978.

- [5] 马润年, 张强, 许进. 离散 Hopfield 神经网络的稳定性研究 [J]. 电子学报, 2002, 30 (7): 1089- 1091.
- [6] Goleis E. Antisymmetrical neural networks [J]. Discrete Applied Mathematics, 1986, 13 (1): 97- 100.
- [7] 许进, 保铮. 反对称离散 Hopfield 网络的稳定性理论 [J]. 电子学报, 1999, 27 (1): 103- 107.
- [8] 邱深山, 徐晓飞, 李春生等. 延迟离散神经网络动态特征的矩阵判据 [J]. 软件学报, 1999, 10 (10): 1108- 1113.
- [9] 马润年, 张强, 许进. 延迟离散 Hopfield 网络的动态特征分析 [J]. 计算机研究与发展, 2003, 40 (4): 550- 555.

作者简介:

马润年 男, 1963 年 4 月生于陕西榆林, 博士后, 1984 年延安大学数学专业理学学士学位, 1989 年山东大学运筹学与控制论专业理学硕士学位, 2002 年西安电子科技大学电路与系统专业工学博士学位, 目前主要研究兴趣为最优化、神经网络、图论和管理科学, 已发表学术论文 50 余篇.

刘乃功 男, 1962 年生于陕西渭南, 硕士, 副教授, 1984 年陕西师范大学数学专业理学学士学位, 1990 年四川师范大学基础数学专业理学硕士学位, 现空军工程大学工程学院副教授, 目前主要研究兴趣为非线性科学, 已发表学术论文近 20 篇.

许进 1959 年生, 教授, 博士生导师, 现华中理工大学特聘教授, 目前主要研究兴趣为神经网络、遗传算法、图论及系统工程, 已发表论文 100 多篇, 专著三部.