

# 一种基于分步式滤波的数据融合算法

文成林, 吕 冰, 葛泉波

(河南大学计算机与信息工程学院, 河南开封 475001; 杭州电子科技大学, 浙江杭州 310018;

清华大学智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084)

**摘 要:** 本文提出了一种基于分步式滤波的多传感器动态系统数据融合算法. 在由多传感器组成的分布式动态系统中, 当对目标状态的所有观测值到来时, 首先基于系统先前信息对该时刻目标状态进行预测估计, 利用 Kalman 滤波器和各局部观测值依次对该时刻目标状态的估计值进行更新, 从而得到该时刻目标状态基于全局信息的融合估计值. 文中详细推证了融合算法的具体形式, 并与传统的集中式数据融合算法在计算复杂度上进行了比较, 计算机仿真表明该算法与传统的集中式算法对目标状态具有相同的估计精确度.

**关键词:** 多传感器系统; 数据融合; 分步式滤波; Kalman 滤波

**中图分类号:** TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 08-1264-04

## A Data Fusion Algorithm Based on Filtering Step by Step

WEN Chenglin, LV Bing, GE Quanbo

(School of Computer and Information Engineering, Henan University, Kaifeng, Henan 475001, China;

School of Automation, Hangzhou University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China;

State Key Laboratory of Intelligent Technology and System, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** This paper develops a data fusion algorithm of multisensor dynamic system based on filtering step by step. In distributed multisensor dynamic system when all of the observations aiming at the target are obtained, firstly we can predict the object state based on previous system information at this point and then use Kalman filtering and all of local observations to update the estimate value of object state in turn. Accordingly we can get a global fusion estimate value of object state based on the global information at that point. It presents the material form of this new algorithm and compares complexity of algorithm with traditional centralized data fusion algorithm. The computer simulation indicates that this algorithm possesses uniform estimate accuracy aiming at the object state with traditional centralized data fusion algorithm.

**Key words:** multisensor system; data fusion; filtering step by step; Kalman filtering

### 1 引言

近年来,多传感器数据融合理论得到了迅速发展,其相关技术已在许多军事及民用领域得到了广泛的应用.经过众多科研工作者多年来的努力,已得到了一系列针对不同应用对象的多传感器数据融合算法<sup>[1-9]</sup>,其中,集中式数据融合算法是这些算法中的一种重要方法<sup>[2,7]</sup>.集中式融合算法的优点是融合精度高,但也存在计算量比较大,对中心处理器的要求比较高等不足之处,这就影响了它在实际系统中的应用.

针对上述问题,我们提出了一种基于分步式滤波的多传感器动态系统数据融合算法.采用融合估计的精确度和计算复杂度两个性能指标与传统的集中式数据融合算法进行比较,从而论证了该算法的有效性.其基本思想是:当对目标状态的所有观测值到来时,基于系统先前信息对该时刻目标状态的预测估计值,利用 Kalman 滤波器和各局部观测值依次对

该时刻目标状态的估计值进行更新,从而得到该时刻目标状态基于全局信息的融合估计值.

### 2 系统描述

考虑一类多传感器动态系统<sup>[1]</sup>

$$x(k+1) = A(k)x(k) + w(k) \quad (1)$$

$$z_i(k) = H_i(k)x(k) + v_i(k), i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中整数  $k \geq 0$  为离散时间变量,  $x(k) \in R^n$  为状态向量,  $A(k) \in R^{n \times n}$  是系统矩阵; 系统过程噪声  $w(k) \in R^n$  为高斯白噪声序列, 具有如下的统计特性

$$E\{w(k)\} = 0 \quad (3)$$

$$E\{w(k)w^T(j)\} = Q(k)D_{kj}, k, j \geq 0 \quad (4)$$

式中,  $Q(k)$  为非负定矩阵.

有  $N$  个传感器以相同的采样速率对目标的特征进行观测, 式(2)中  $z_i(k) \in R^{p_i}$  是第  $i$  个传感器对目标状态  $x(k)$  的

观测值,  $H_i(k) \in R^{p_i \times n}$  是测量矩阵, 测量噪声  $v_i(k) \in R^{p_i \times 1}$  是  
 高斯白噪声序列, 具有如下的统计特性

$$E\{v_i(k)\} = 0 \quad (5)$$

$$E\{v_i(k)v_i^T(l)\} = R_i(k)D_{ij}D_{kl}, i, k = 1, 2, \dots, N; k, l \in \{0, 1, \dots, N\} \quad (6)$$

式(6)中,  $R_i(k)$  为正定矩阵.

初始状态  $x(0)$  为一随机向量, 且满足

$$E\{x(0)\} = x_0 \quad (7)$$

$$E\{[x(0) - x_0][x(0) - x_0]^T\} = P_0 \quad (8)$$

假设  $x(0)$ 、 $w(k)$ 、 $v_i(k)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 之间是统计独立的.

### 3 分步式滤波融合算法(Fusion algorithm of filter2 ing step by step, 简记 FAFSS)

#### 3.1 算法描述

通常, 集中式融合算法(Centralized data fusion algorithm, 简  
 记 CDFA) 是将所有采集到的观测值传输到中心处理器, 然后  
 再进行处理<sup>[2, 7]</sup>. 但随着传感器个数的增加和各个传感器复  
 杂度的提高(例如观测维数增加), 集中式融合算法的计算量  
 将急剧增加, 影响了中心处理器的执行速度, 降低了算法的实  
 用性. 为了有效地减少计算量, 本节提出了分步(逐个)滤波的  
 思想.

记  $z_i^k(i) = [z_i^T(1), z_i^T(2), \dots, z_i^T(k)]^T \quad (9)$

$$z_i^k = [z_i^k(1), z_i^k(2), \dots, z_i^k(N)] \quad (10)$$

$z_i^k(i)$  表示第  $i$  个传感器在时刻  $1, 2, \dots, k$  上的测量序列集  
 合,  $z_i^k$  表示所有  $N$  个传感器在时刻  $1, 2, \dots, k$  时刻上的测  
 量序列集合.

分步式滤波的基本思想为: 若已获得  $k$  时刻状态  $x(k)$  基  
 于全局的估计值  $\hat{x}(k|k)$  及相应的估计误差协方差  $P(k|k)$ ,  
 当  $k+1$  时刻到来时, 利用 Kalman 滤波器和  $k+1$  时刻各局部  
 观测值依次对状态  $x(k+1)$  进行估计, 最后得到基于全局信  
 息的估计值  $\hat{x}(k+1|k+1)$  和相应误差协方差  $P(k+1|k+1)$ ,  
 具体步骤:

1 用  $\hat{x}(k|k)$  和  $P(k|k)$  计算出一步预测值  $\hat{x}(k+1|k)$   
 和预测误差协方差  $P(k+1|k)$

2 用  $z_1(k+1)$  对  $\hat{x}(k+1|k)$  进行更新, 得到状态  $x(k+1)$   
 基于  $z_1^k$  和观测信息  $z_1(k+1)$  的估计值和相应的估计误差  
 协方差阵

$$\hat{x}_1(k+1|k+1) = E[x(k+1)|z_1^k, z_1(k+1)]$$

$$P_1(k+1|k+1) = E[x_1(k+1|k+1)x_1(k+1|k+1)^T] \quad (11)$$

3 用  $z_2(k+1)$  对  $\hat{x}_1(k+1|k+1)$  进行更新, 得到状态  $x(k+1)$   
 基于  $z_1^k$  和观测信息  $z_1(k+1)$ 、 $z_2(k+1)$  的估计值和相  
 应的估计误差协方差阵

$$\hat{x}_2(k+1|k+1) = E[x(k+1)|z_1^k, z_1(k+1), z_2(k+1)]$$

$$P_2(k+1|k+1) = E[x_2(k+1|k+1)x_2(k+1|k+1)^T] \quad (12)$$

4 用  $z_j(k+1)$  ( $3 \leq j \leq N$ ) 对  $\hat{x}_{j-1}(k+1|k+1)$  进行更新,  
 得到状态  $x(k+1)$  基于  $z_1^k$  和观测信息  $z_1(k+1)$ 、 $z_2(k+1)$ 、

$\dots, z_j(k+1)$  的估计值和相应的估计误差协方差阵

$$\hat{x}_j(k+1|k+1) = E[x(k+1)|z_1^k, z_1(k+1), z_2(k+1), \dots, z_j(k+1)]$$

$$P_j(k+1|k+1) = E[x_j(k+1|k+1)x_j(k+1|k+1)^T] \quad (13)$$

其中式(11)~(13)中

$$x_i(k+1|k+1) = x(k+1) - \hat{x}_i(k+1|k+1), 1 \leq i \leq N \quad (14)$$

最终将得到状态  $x(k+1)$  基于  $z_1^k$  的估计值和相应的估计  
 误差协方差阵

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}_N(k+1|k+1) \quad (15)$$

$$P(k+1|k+1) = P_N(k+1|k+1) \quad (16)$$

上述分步式滤波过程由图 1(a) 表示, 其中虚线框内的分  
 步更新过程由图 1(b) 给出.

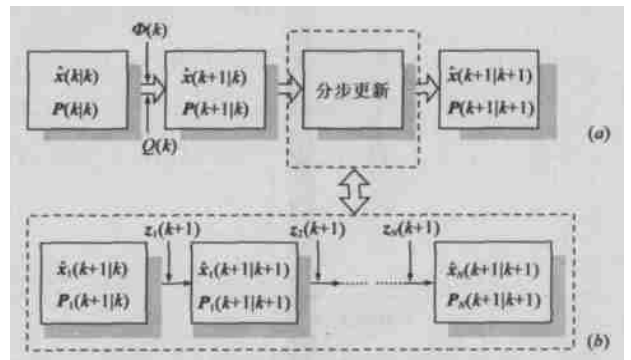


图 1 分步滤波过程示意图

#### 3.2 FAFSS 算法理论推导

本节逐步采用正交原理进行算法的推导, 这里只给出算  
 法推导的简要步骤, 具体步骤与 Kalman 滤波推导类似.

(1) 基于  $\hat{x}(k|k)$  的一步预测估计值  $\hat{x}(k+1|k)$  和相应的  
 预测误差协方差阵  $P(k+1|k)$  分别为

$$\hat{x}(k+1|k) = \Phi(k)\hat{x}(k|k) \quad (17)$$

$$P(k+1|k) = \Phi(k)P(k|k)\Phi^T(k) + Q(k) \quad (18)$$

(2) 用  $z_1(k+1)$  对  $\hat{x}_1(k+1|k)$  更新

若记

$$\hat{x}_1(k+1|k) = \hat{x}(k+1|k), P_1(k+1|k) = P(k+1|k)$$

则

$$\hat{x}_1(k+1|k+1) = \Phi(k)\hat{x}(k|k) + K_1(k+1)[z_1(k+1) - H_1(k+1)\hat{x}_1(k+1|k)] \quad (19)$$

$$P_1(k+1|k+1) = [I - K_1(k+1)H_1(k+1)]P_1(k+1|k) \quad (20)$$

其中

$$K_1(k+1) = P_1(k+1|k)H_1^T(k+1)[H_1(k+1)P_1(k+1|k)H_1^T(k+1) + R_1(k+1)]^{-1} \quad (21)$$

(3) 用  $z_2(k+1)$  对  $\hat{x}(k+1|k)$  更新

若记

$$\hat{x}_2(k+1|k) = \hat{x}_1(k+1|k+1), P_2(k+1|k) = P_1(k+1|k+1)$$

则

$$\hat{x}_2(k+1|k+1) = 5(k)\hat{x}(k|k) + \sum_{i=1}^2 K_i(k+1)[z_i(k+1) - H_i(k+1)\hat{x}_i(k+1|k)] \quad (22)$$

$$P_2(k+1|k+1) = \prod_{i=1}^2 [I - K_{2+i}(k+1)H_{2+i}(k+1)] @ P_1(k+1|k) \quad (23)$$

其中

$$K_2(k+1) = P_2(k+1|k)H_2^T(k+1)[H_2(k+1)P_2(k+1|k)H_2^T(k+1) + R_2(k+1)]^{-1} \quad (24)$$

(4)若已得到状态  $x(k+1)$  基于  $z_1^k$  和观测信息  $z_1(k+1)$ 、 $z_2(k+1)$ 、 $\dots$ 、 $z_{j-1}(k+1)$  的估计值  $\hat{x}_{j-1}(k+1|k+1)$ ，则可以用  $z_j(k+1)$  (3 [ j [ N) 对  $\hat{x}_{j-1}(k+1|k+1)$  进一步更新

若记  $\hat{x}_j(k+1|k) = \hat{x}_{j-1}(k+1|k+1)$ ， $P_j(k+1|k) = P_{j-1}(k+1|k+1)$  则

$$\hat{x}_j(k+1|k+1) = 5(k)\hat{x}(k|k) + \sum_{i=1}^j K_i(k+1)[z_i(k+1) - H_i(k+1)\hat{x}_i(k+1|k)] \quad (25)$$

$$P_j(k+1|k+1) = \prod_{i=1}^j [I - K_{j+1-i}(k+1)H_{j+1-i}(k+1)] @ P_1(k+1|k) \quad (26)$$

其中

$$K_j(k+1) = P_j(k+1|k)H_j^T(k+1)[H_j(k+1)P_j(k+1|k)H_j^T(k+1) + R_j(k+1)]^{-1} \quad (27)$$

综上所述，基于上述算法，我们将得到状态  $x(k+1)$  基于全局信息的融合估计值  $\hat{x}(k+1|k+1)$  和相应的估计误差协方差  $P(k+1|k+1)$

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}_N(k+1|k+1) = 5(k)\hat{x}(k|k) + \sum_{i=1}^N K_i(k+1)[z_i(k+1) - H_i(k+1)\hat{x}_i(k+1|k)] \quad (28)$$

$$P(k+1|k+1) = P_N(k+1|k+1) = \prod_{i=1}^N [I - K_{N+1-i}(k+1)H_{N+1-i}(k+1)] @ [5(k)P(k|k)5^T(k) + Q(k)] \quad (29)$$

### 4 FAFSS 与 CDFA 计算量比较

在统计计算量时，遵循以下几个准则：

- (1) 计算量种类归纳为加法运算，赋值运算，乘法运算，除法运算四种；
- (2) 一次赋值运算相当于一次加法运算；
- (3) 矩阵运算按元素来进行操作；

下面所有的计算量统计都按照上述三个准则来进行，为了方便记号，令  $p_i = p$ ， $p_i \times p$  情况的计算量推导类似，计算量统计如表 1 所示。

表 1 FAFSS 和 CDFA 计算量统计

	FAFSS 计算量	CDFA 计算量	二者计算量差值(CDFA2FAFSS)
加法	$(N+2)n^3 + (3p+1)Nn^2 + (2N^2p^2+1)n + 7f$	$3n^3 + (3Np+1)n^2 + (2N^2p^2+1)n + U_c$	$(N-1)(n^3 + n^2 - 2Np^2n) + 7f - U_c$
乘法	$(N+2)n^3 + (3Np+1)n^2 + 2Np(p+1)n + 7f$	$3n^3 + (3Np+1)n^2 + 2Np(Np+1)n + U_c$	$(N-1)(n^3 - 2Np^2n) + 7f - U_c$
除法	$Np(p+1)/2$	$Np(Np+1)/2$	$Np^2(1-N)/2$
总和	$2(N+2)n^3 + 27f + (6Np+N+1)n^2 + (4Np^2+2Np+1)n + Np^2(1-N)/2$	$6n^3 + 2(3Np+1)n^2 + (4N^2p^2+2Np+1)n + Np(Np+1)/2 + 2U_c$	$(N-1)(2n^3 + n^2 - 4Np^2n) + Np^2(1-N)/2 + 2(7f - U_c)$

表 1 中  $7f = N\# \sum_{i=1}^p (2p+2-i)(p-i)$ ， $U_c = \sum_{i=1}^{N\#p} (2Np + 2-i)(Np-i)$

从表 1 可得，当  $N=1$  时，两种算法各种运算的计算量相等；当  $N \setminus 2$  时，FAFSS 算法的计算量要比 CDFA 算法少。

为了定量说明分步式滤波算法计算量的优势，这里按两种不同的  $n, p, N$  取值情况来讨论，结果如表 2、表 3 所示。

表 2 FAFSS 和 CDFA 计算量统计 ( $n=p=3, N=5$ )

	FAFSS 计算量	CDFA 计算量	计算量差值(CDFA2FAFSS)
加法	1012	4648	3636
乘法	1063	4735	3672
除法	30	120	90
总计	2105	9503	7398

表 3 FAFSS 和 CDFA 计算量统计 ( $n=p=5, N=10$ )

	FAFSS 计算量	CDFA 计算量	计算量差值(CDFA2FAFSS)
加法	9005	133280	124275
乘法	9275	133775	124500
除法	150	1275	1125
总计	18430	268330	249900

从表 2、表 3 给出的系统中，易知 FAFSS 算法总的计算量比 CDFA 算法分别减少了 78% 和 93%。且由表 1 可知，随着系统传感器个数、状态维数以及观测维数的增加，FAFSS 算法在计算复杂度上的优势会变得越来越明显。

### 5 计算机仿真

下面我们将用计算机仿真来说明分步式滤波融合算法与传统的集中式融合算法之间状态估计的精确度关系。本节的各仿真结果都是 100 次 Monte Carlo 仿真的均值。

#### 5.1 例子 1

在式 (1) 和式 (2) 描述的系统，取  $N=5$ ， $5(k)=0.98$ ， $Q(k)=0.9$ ， $H_i(k)=0.98$ ， $R_i(k)=3$  ( $i=1, 2, \dots, 5$ )。初始值  $x_0=0$ ， $P_0=0$ 。仿真结果如图 2，图 3 所示。

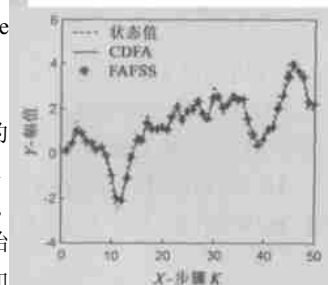


图 2 例 1 中两种算法的估计结果

两种算法的绝对误差均值由表 4 给出。

表 4 例 1 中两种算法的绝对误差均值

算法	FAFSS	CDFA
绝对误差均值	0.12365	0.12365

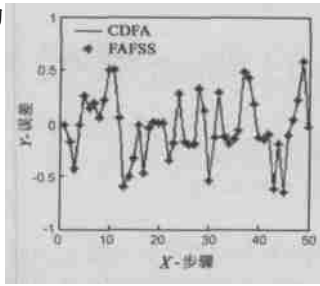


图 3 例 1 中两种算法的估计误差

### 5.1.2 例子 2

在式 (1) 和式 (2) 描述的系统中,取  $N = 5$ , 状态

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \hat{x}_1(k) \\ \hat{x}_2(k) \end{bmatrix}$$

$$5(k) = \begin{bmatrix} 0.95 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.95 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Q(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_i(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, R_i(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, (i = 1, 2, \dots, 5)$$

初始值  $x_0 = [0 \ 0 \ 1 \ 1]^T$ ,  $P_0 = 0 @ I_{4@4}$ . 仿真结果如图 4, 图 5 所示。

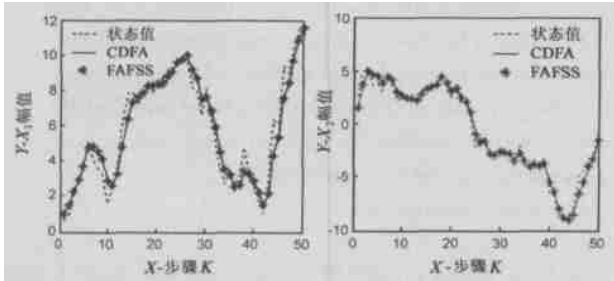


图 4 例 2 中两种算法对  $x_1$  的估计结果

图 5 例 2 中两种算法对  $x_2$  的估计结果

两种算法的绝对误差均值由表 5 给出。

表 5 例 2 中两种算法的绝对误差均值

算法	FAFSS	CDFA
$x_1$ 绝对误差均值	0.15672	0.15672
$x_2$ 绝对误差均值	0.15262	0.15262

从图 2~ 图 5 以及表 4~ 表 5 中可知

分步式滤波融合算法(FAFSS)和传统的集中式融合算法(CDFA)对目标状态估计的精确度相同。

## 6 结论

本文对多传感器系统的数据融合方法进行了深入研究,提出了一种基于分步式滤波的多传感器系统数据融合算法,并给出了算法的理论推导过程和计算机仿真结果.从表 1~ 表 3 中可知,FAFSS 算法的计算复杂度要低于 CDFA 算法的计算复杂度.第 5 节的计算机仿真显示了分步式滤波融合算法和集中式融合算法对目标状态的估计具有相同的精度,从两种算法利用的信息量来看,该结论也是合理的,但理论上证明

需要进一步研究。

在实际的多传感器动态系统中常常会遇到诸如算法执行时间、传感器非同时采样、网络传输以及传输不确定性等问题,本文没有涉及到这些问题的讨论.但这些问题有助于融合算法在实际系统中的应用,这将是我们要进行的工作。

### 参考文献:

- [1] 文成林,周东华.多尺度估计理论及其应用[M].北京:清华大学出版社,2002.127-140.
- [2] X R Li. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman Filter Based multisensor data fusion [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(1): 273-280.
- [3] 文成林.多传感器单模型动态系统多尺度数据融合[J].电子学报, 2001, 29(3): 341-345.
- [4] 何兵,毛士艺,张有为,李少洪.不同类型传感器的分层融合算法研究[J].电子学报, 2000, 28(6): 4-7.
- [5] 闫莉萍,汪斌,吕锋.基于 Kalman 滤波的多尺度融合估计新算法[J].河南大学学报(自然科学版), 2002, 32(2): 36-39.
- [6] B S Rao, H F Durran, Whyte. Fully decentralized algorithm for multi sensor Kalman filtering [J]. IEEE Proceedings, 1991, 138(5): 413-420.
- [7] Lang Hong. Centralized and distributed multisensor integration with uncertainties in communication networks [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1991, 27(2): 370-379.
- [8] 孙红岩,毛士艺.多传感器目标识别的数据融合[J].电子学报, 1995, 23(10): 188-193.
- [9] 黄晓瑞,崔平远.一种基于信息融合的滤波算法及其在应用[J].电子学报, 2001, 29(9): 1225-1227.

### 作者简介:



**文成林** 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 1982 年河南大学数学系获学士学位, 1996 年郑州大学数学系获硕士学位, 1999 年西北工业大学自动控制系获博士学位, 2002 年清华大学控制科学与工程博士后流动站出站. 2004 年被聘为杭州电子科技大学特聘教授, 近年来, 已发表学术论文 60 余篇, 出版学术专著 1 部, 主编和参编教材 5 部, 主持国家自然科学基金 2 项、河南省杰出青年科学基金 1 项、河南省高校杰出科研人才创新工程项目 1 项. 主要研究方向为: 多尺度估计理论及其在应用、信号处理与数据融合技术及应用、动态系统建模理论及其应用技术. Email: wencil@henu.edu.cn.



**吕冰** 男, 1966 年生, 河南大学设备处实验师, 1993 年毕业于河南大学计算机系, 已发表论文 10 余篇, 研究方向为计算机控制.

**葛泉波** 男, 1980 年生, 河南大学计算机与信息工程学院硕士研究生, 研究方向为分布式信息融合、多尺度估计理论及应用.