

快速分析理想导体电磁散射及辐射的新近似模型

陆卫兵, 钱治国, 郝张成

(东南大学计算电磁学研究中心及国家毫米波重点实验室, 江苏南京 210096)

摘 要: 本文提出一种快速分析理想导体电磁散射及辐射问题的新近似模型. 应用这种方法, 一个理想导体通常被分成两个区域, 在靠近源或者入射波照射区域, 利用矩量法求解, 而另一个区域的电流则通过近似方法获得. 与现有的混合方法相比, 新模型给出了更好的结果和物理解释. 无论是二维还是三维情况, 数值模拟结果都验证了该方法的准确性.

关键词: 矩量法; 新的近似模型; 散射和辐射; 混合方法; 改进的 PO-MOM

中图分类号: TN015 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 10-1757-04

A New Approximate Model for Efficient Implementation of EM Scattering and Radiation by PEC Objects

LU Wei-bing, QIAN Zhi-guo, HAO Zhang-cheng

(Center for Computational Electromagnetics and State Key Lab. of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: A new approximate model is proposed for the efficient implementation of the electromagnetic scattering and radiation by perfectly electrical conducting (PEC) objects using the method of moments (MOM). In the new model, the PEC object under consideration is divided by two parts, where MOM is performed only on the first part after making a closed-form approximation for the electric current on the second part. Compared with the published hybrid methods, the new model gives better physical explanations. The new model is valid for both two-dimensional and three-dimensional cases. Numerical examples are given for validation of the model.

Key words: method of moments; new approximate model; scattering and radiation; hybrid methods; improved PO-MOM

1 引言

矩量法(MOM)^[1]作为一种有效的计算电磁方法,获得了广泛的应用.然而传统的矩量法需要求解未知数 N 的一个满矩阵方程,其计算复杂度为 $O(N^3)$,需要的内存为 $O(N^3)$.在解决大型问题时,由于未知数 N 的增大,所需要的内存和时间也越多.为了降低计算复杂度,提高计算精度,近年来,一些快速算法得到广泛应用和发展.例如快速多极子方法(FMM)^[2~8]和基于快速傅立叶变换的自适应积分法等^[9,10].在多层快速多极子算法(MLFMA)^[5]中,计算复杂度仅为 $CN_{iter}M\log N$,所需的内存可以降到 $O(M\log N)$,其中 N_{iter} 是迭代法中的迭代步数.在解决大型问题时,多层快速多极子算法要比传统的矩量法有效得多.然而,当 N 非常大时,由于常数 C 也比较大,MLFMA 仍然较慢.因此,降低所求解的未知数数目是提高计算效率的一种有效途径.

目前有很多混合方法可以实现减少未知数的数目^[11~16].通常,这些混合方法可以分为两类:一类是基于电流的近似^[11~14],另一类是基于射线理论^[15,16].考虑到电流在矩量区和近似区分界处的连续性,基于电流的混合方法更有效.对于

近似区域的电流有很多种模拟方法,比如物理光学法(PO),爬行电流近似^[17],物理绕射理论(PTD)^[18],混合衍射理论(HID)^[19]等.在传统物理光学法中,亮区的电流用 $2\hat{n} \times \mathbf{H}^{inc}$ 的值来近似,而在阴影区,PO 电流则全为零.因此,传统 PO 对电流的近似非常粗糙.改进的 PO(IPO)^[20]由于考虑了矩量区和 PO 区的相互作用,提高了物理光学和矩量法结合求解的精度.但是,由于它在阴影区中的电流仍然是零,因此它的结果也非常近似,并无法给出合理的物理解释.

在 HID 和 PTD 中,阴影区的电流用 $2\hat{n} \times \mathbf{H}^{inc}$ 或类似于形式的渐进电流所代替^[18,19].但是,这两种方法,都需要通过多次迭代来获得比较好的解,而这个迭代过程需要大量的时间.因此,改进的 PO-MOM 比 HID-MOM 或 PTD-MOM 获得更广泛的应用.基于以上介绍的混合方法,产生了计算电磁领域著名的 FEKO 软件^[21].

本文针对用矩量法求解电磁散射和辐射问题提出了一种新的近似模型.在这个模型里,任意形状的理想导体被分成两个部分,矩量法仅仅应用于其中之一,而另一部分的电流通过近似闭式获得.虽然本文给出的电流近似看上去类似 IPO 中的形式^[20],但实际上它们有着本质的区别.本方法中,在阴影

区和亮区的电流是连续的,并且有着更好的物理解释.数值模拟结果验证了本方法的准确性.

2 基于矩量法的近似模型

考虑一个封闭的任意形状的二维或三维理想导体 S , 把它分成两部分: S_1 (1 区) 和 S_2 (2 区). 如图 1 所示. 其中 S_1 是平面波照射下的亮区,或者是靠近点源或天线的区域,为矩量法区域.假设区域 S_1 和 S_2 的电流密度为 $J_1(r)$ 和 $J_2(r)$, 则由 Maxwell 方程我们可以获得散射电场和磁场的表达式为:

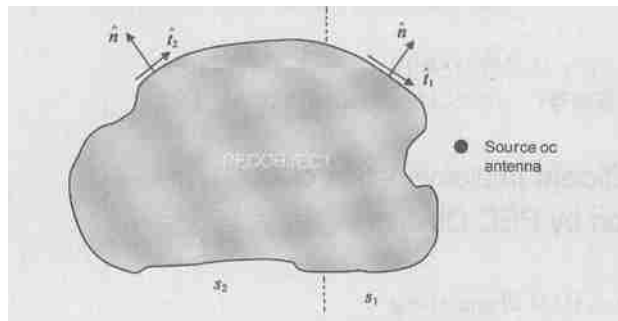


图 1 新模型示意图

$$E_m^{sc}(\mathbf{r}) = \bar{L}_E^{m1} \cdot J_1 + \bar{L}_E^{m2} \cdot J_2 \quad (1)$$

$$H_m^{sc}(\mathbf{r}) = \bar{L}_H^{m1} \cdot J_1 + \bar{L}_H^{m2} \cdot J_2 \quad (2)$$

其中, $m=1$ 或 2 分别代表 1 区和 2 区. 对于二维相对于 z 轴的 TM 波,算子 \bar{L}_E^{mn} 和 \bar{L}_H^{mn} 分别表示为:

$$\bar{L}_E^{mn} \cdot J_n = i \mu_0 \int_{S_n} d\mathbf{r} g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') J_n(\mathbf{r}') \quad (3)$$

$$\bar{L}_H^{mn} \cdot J_n = \nabla \times \int_{S_n} d\mathbf{r} g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') J_n(\mathbf{r}') \quad (4)$$

式中 $n=1$ 或 2 , $J_n(\mathbf{r}) = \hat{x} J_x(\mathbf{r})$, $\mathbf{r} = \hat{x}x + \hat{y}y$, $g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 是二维格林函数:

$$g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \quad (5)$$

这里 k 是自由空间中的波数, $H_0^{(1)}(\cdot)$ 是第一类零阶汉克尔函数.

对三维问题,我们同样可以得到算子 \bar{L}_E^{mn} 和 \bar{L}_H^{mn} 的表达式:

$$\begin{aligned} \bar{L}_E^{mn} \cdot J_n &= i \mu_0 \int_{S_n} d\mathbf{r} g_3(\mathbf{r}, \mathbf{r}') J_n(\mathbf{r}') \\ &+ \frac{1}{k^2} \nabla \cdot \int_{S_n} d\mathbf{r} g_3(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla \cdot J_n(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (6)$$

$$\bar{L}_H^{mn} \cdot J_n = \nabla \times \int_{S_n} d\mathbf{r} g_3(\mathbf{r}, \mathbf{r}') J_n(\mathbf{r}') \quad (7)$$

式中 $n=1$ 或 2 , $\mathbf{r} = \hat{x}x + \hat{y}y + \hat{z}z$, 而 $g_3(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 是三维标量格林函数:

$$g_3(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (8)$$

在以下讨论中,将使用统一的形式 $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 来表示标量格林函数.

理想导体第二个区域内 ($\mathbf{r} \in S_2$) 的总磁场可以表示为:

$$H_2(\mathbf{r}) = H_2^{inc}(\mathbf{r}) + \bar{L}_H^{21} \cdot J_1 + \bar{L}_H^{22} \cdot J_2 \quad (9)$$

应用理想导体的磁场边界条件,有:

$$J_2(\mathbf{r}) = \hat{n} \times H_2^{inc}(\mathbf{r}) = \hat{n} \times H_2^{inc}(\mathbf{r}) + \hat{n} \times \bar{L}_H^{21} \cdot J_1 + \hat{n} \times \bar{L}_H^{22} \cdot J_2 \quad (10)$$

其中, \hat{n} 为理想导体表面的单位法向矢量. 如图 1 所示. 显然,当场点和源点重合时 ($\mathbf{r} = \mathbf{r}'$) 算子 \bar{L}_H^{22} 存在奇异性. 考虑奇点对积分的贡献[22],可以去掉该奇异性,从而式(10)可以写成:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} J_2(\mathbf{r}) &= \hat{n} \times H_2^{inc}(\mathbf{r}) + \hat{n} \times \bar{L}_H^{21} \cdot J_1 \\ &+ \hat{n} \times \nabla \times \text{PV} \int_{S_2} d\mathbf{r}' g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') J_2(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (11)$$

这里 PV 代表积分主值. 上式等价于:

$$\begin{aligned} J_2(\mathbf{r}) &= 2\hat{n} \times H_2^{inc}(\mathbf{r}) + 2\hat{n} \times \bar{L}_H^{21} \cdot J_1 \\ &+ 2\hat{n} \times \nabla \times \text{PV} \int_{S_2} d\mathbf{r}' g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') J_2(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (12)$$

上式为精确的解析表达式[21,25]. 在一般情况下,式(12)中的最后一项的贡献相对于奇点而言可以忽略不计,这样我们就得到 2 区电流的近似表达式:

$$J_2(\mathbf{r}) = 2\hat{n} \times H_2^{inc}(\mathbf{r}) + 2\hat{n} \times \bar{L}_H^{21} \cdot J_1 \quad (14)$$

方程(14)看起来跟改进的 PO-MOM 方法中所提供的表达式[20]:

$$J_2(\mathbf{r}) = 2\hat{n} \times H_2^{inc}(\mathbf{r}) + 2\hat{n} \times \bar{L}_H^{21} \cdot J_1 \quad (15)$$

非常相似,但实际上二者有着本质的区别. 按照物理光学法的原理,式(15)中的参数 α_0 在入射波的阴影区内取值为零,参数 α_1 在电流 $J_1(\mathbf{r})$ 的阴影区内取值为零. 而 $J_1(\mathbf{r})$ 相对于观测点来说都是近场辐射源,怎么理解它的亮区和阴影区是个很令人费解的问题. 即使 $J_1(\mathbf{r})$ 存在亮区,在实际应用的时候也很难操作. 因为 $J_1(\mathbf{r})$ 的亮区范围很小,如果对每个 \mathbf{r} 都需要区分出它的亮区,这是一个十分繁琐的过程. 而新方法中提供的(14)式却是在 S_2 上处处成立,并且它的物理意义也非常清晰.

将式(14)代入式(1),同时在 S_1 上应用电场的边界条件:

$\hat{n} \cdot (E_1^{inc} + E_1^{sc}) = 0$, 其中 \hat{n} 是物体表面切向单位矢量,我们可以得到关于 J_1 的电场积分方程:

$$\hat{n} \cdot (\bar{L}_E^{11} + \bar{L}_E^{12} \cdot 2\hat{n} \times \bar{L}_H^{21}) \cdot J_1 = -\hat{n} \cdot (E_1^{inc} + \bar{L}_E^{12} \cdot 2\hat{n} \times H_2^{inc}) \quad (16)$$

这里 J_1 定义在较小的区域 S_1 内. 同样,如果我们把式(14)代入式(2),并且在 S_1 上应用磁场边界条件,则可以得到在 S_1 上关于 J_1 的磁场积分方程:

$$J_1 - \hat{n} \times (\bar{L}_H^{11} + \bar{L}_H^{12} \cdot 2\hat{n} \times \bar{L}_H^{21}) \cdot J_1 = \hat{n} \times (H_1^{inc} + \bar{L}_H^{12} \cdot 2\hat{n} \times H_2^{inc}) \quad (17)$$

用类似 IPO[22]中的方法,可以很容易地求解 J_1 . 由于未知数仅定义在 S_1 上,因此未知数的数目大大减少,提高了计算效率.

3 数值结果

应用本文提出的近似模型,我们对二维问题进行了数值模拟. 数值结果验证了本文方法的有效性. 限于篇幅,本文仅讨论三维情况.

将垂直电偶极子 (VED) 分别放在理想导体球和立方体的

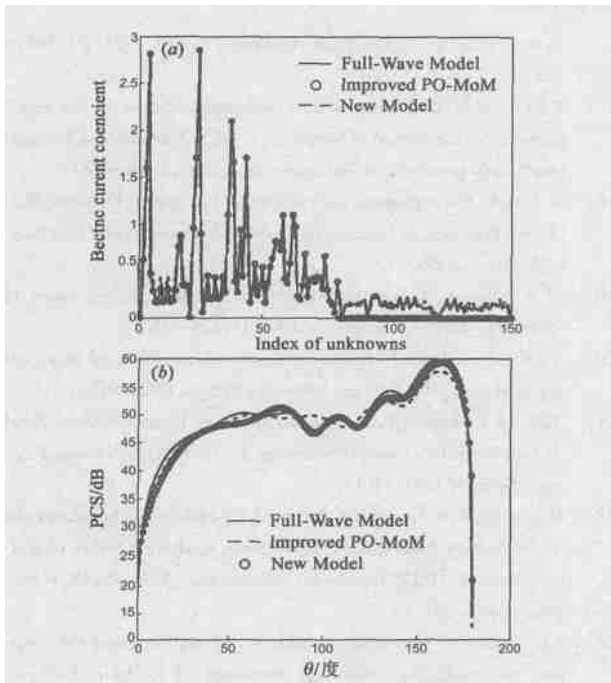


图 2 (a) 当 VED 位于球面顶部 0.1m 时球表面的电流分布 ($f = 0.3 \text{ GHz}$); (b) 当 VED 位于球面顶部 0.1m 时球的雷达散射截面图 ($f = 0.3 \text{ GHz}$)

正上方,球的半径和立方体的边长均为 1m. 将球和立方体分成上下两部分,靠近点源的上半部分作为矩量区. 图 2 (a) 是 VED 放在理想导体球正上方时的球表面电流分布图,图 2 (b) 是对应的雷达散射截面. 其中 VED 距球的顶端为 0.1m,工作

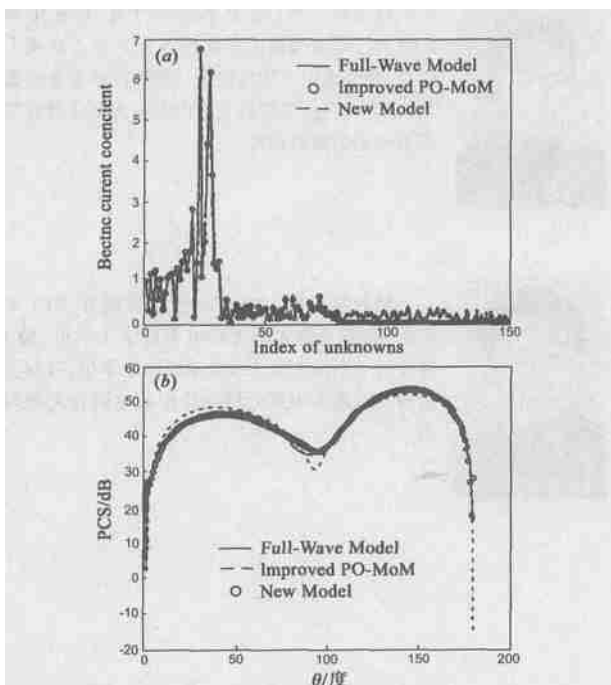


图 3 (a) 当 VED 位于正方体顶部 0.1m 时正方体表面电流分布 ($f = 0.2 \text{ GHz}$); (b) 当 VED 位于立方体表面顶部 0.1m 时立方体的雷达散射截面图 ($f = 0.2 \text{ GHz}$)

频率均为 0.1GHz. 图中的电流值是基于 RWG^[27] 基函数的系数,横坐标是未知数编码数(以下同). 很明显,在近似区内, IPO 的电流系数全部为零,因为下半球对于点源来说为阴影部分,而应用新的近似模型,在阴影区也给出了比较好的近似. 矩量区和近似区的未知数数目分别为 414 和 1074,相对于传统的 MOM,未知数数目减少了 72.18%,极大提高了运算效率.

图 3 (a) 和图 3 (b) 分别是 VED 置于立方体正上方 0.1m 时的表面电流分布和雷达散射截面图,工作频率为 0.1GHz. 1 区和 2 区的未知数数目分别为 521 和 1339,矩量区的未知数仅为原来的 28.01%,计算速度得到显著提高.

第三个例子是载有线天线的立方体,边长为 0.4m,线天线的长度为四分之一波长,线天线垂直连接在立方体上表面的中点,工作频率为 0.6GHz. 图 4 (a) 是立方体表面的电流分布图,图 4 (b) 是整体的垂直面 ($\phi = 0^\circ$) 辐射方向图. 该例中,未知数的数目减少到原来的 20.97%.

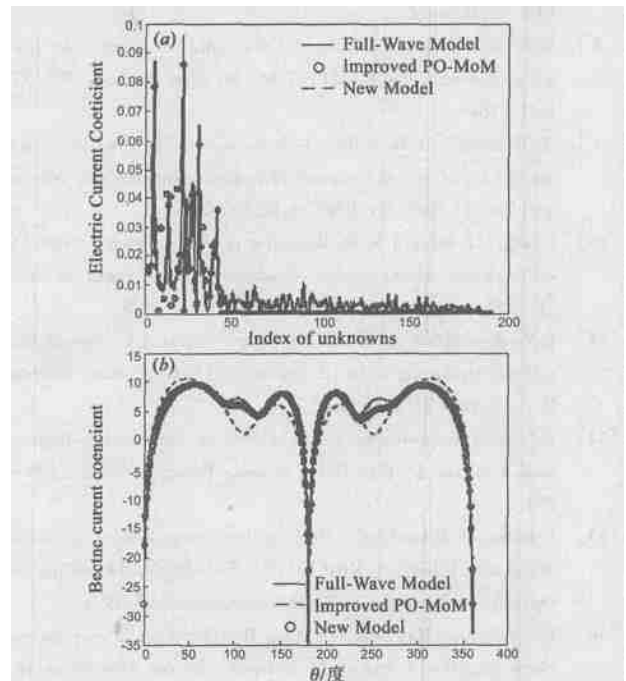


图 4 (a) 连有线天线的立方体表面电流分布 ($f = 0.6 \text{ GHz}$); (b) 连有线天线的立方体辐射方向图 ($f = 0.6 \text{ GHz}$)

从图中我们可以看出,无论是电流分布、RCS 还是辐射方向,本文结果均比改进的 PO-MOM 更精确.

4 结论

本文提出了一种计算理想导体电磁散射和辐射的新近似模型. 将理想导体分成两部分,在给出二区电流的解析近似后,在一区建立矩阵方程求解. 通过与已有的混合方法相比较,本模型不但准确,而且还能给出更合理的物理解释.

参考文献:

- [1] R F Harrington. Field Computation by Moment Methods [M]. New

- York:McMillan,1968.
- [2] V Rokhlin. Rapid solution of integral equations of classical potential theory[J]. J Comput Phys,1985,60:187 - 207.
- [3] C C Lu, W C Chew. Fast algorithm for solving hybrid integral equations [J]. Proc Inst Elect Eng,1993,140:455 - 460.
- [4] R Coifman, V Rokhlin, S M Wandzura. The fast multipole method for the wave equation :A pedestrian prescription[J]. IEEE Antennas Propagat. Mag,1993,35:7 - 12.
- [5] J M Song, W C Chew. Multilevel fast-multipole algorithm for solving combined field integral equations of electromagnetic scattering[J]. Microwave Opt. Tech.Lett,1995,8(1):14 - 19.
- [6] N Geng, A Sullivan, L Carin. Multilevel fast-multipole algorithm for scattering from conducting targets above or embedded in a lossy half space[J]. IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing,2000,38:1561 - 1573.
- [7] M A Epton, B Dembart. Multipole translation theory for the three-dimensional Laplace and Helmholtz equations [J]. SIAM J. Sci. Comput, 1995,16:865 - 897.
- [8] W C Chew, T J Cui, J M Song. A FAFFA-MLFMA algorithm for electromagnetic scattering[J]. IEEE Trans. Antennas Propagat,2002,50:1641 - 1649.
- [9] E Bleszynski, M Bleszynski, T Jaroszewicz. AIM: Adaptive integral method for solving large-scale electromagnetic scattering and radiation problems[J]. Radio Sci,1996,31:1225 - 1251.
- [10] F Ling, C F Wang, J M Jin. Application of adaptive integral method to scattering and radiation analysis of arbitrarily shaped planar structures [J]. J Electromagn, Waves Appl,1998,12:1021 - 1038.
- [11] L Medgyesi-Mitschang, D S Wang. Hybrid solution for scattering from perfectly conducting bodies of revolution [J]. IEEE Trans Antennas Propagat,1983,31:570 - 583.
- [12] D S Wang. Current-based hybrid analysis for surface-wave effects on large scatterers [J]. IEEE Trans Antennas Propagat,1991,39:839 - 850.
- [13] U Jakobus, F M Landstorfer. Hybrides Berechnungsverfahren für elektromagnetische Felder[A]. MIOP '93[C]. Sindelfingen: Mikrowellen und Optronik,7th Kongre messe für Höchstfrequenztechnik,1993.
- [14] L N Medgyesi-Mitschang, D S Wang. Hybrid methods in computational electromagnetics: a review [J]. Computer Physics Communications, 1991,68:76 - 94.
- [15] G A Thiele, T H Newhouse. A hybrid technique for combining moment methods with the geometrical theory of diffraction[J]. IEEE Trans Antennas Propagat,1975,23:62 - 69.
- [16] J N Sahalos, G A Thiele. On the application of the GID-MM technique and its limitations [J]. IEEE Trans Antennas Propagat,1981,29:780 - 786.
- [17] T J Cui, W B Lu, W Hong, et al. A two-region model for the fast implementation of the Method of Moment [J]. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, June,2003,2:330 - 333.
- [18] V A Fock. Electromagnetic Diffraction and Propagation Problems[M]. Oxford: Pergamon, in International Series of Monographs on Electromagnetic Waves,1965.
- [19] P Y Ufimtsev, Elementary edge waves and the physical theory of diffraction[J]. Electromagnetics,1991,11:125 - 160.
- [20] T J Kim, G A Thiele. A hybrid diffraction technique- General theory and applications[J]. IEEE Trans Antennas Propagat,1982,30(5):
- [21] Richard E Hodges, Yahya Rahmat-Samii. An Iterative Current-Based Hybrid Method for Complex Structures[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, February 1997,45(2):
- [22] U Jakobus, F M Landstorfer. Improved PO-MM hybrid formulation for scattering from three-dimensional perfectly conducting bodies of arbitrary shape[J]. IEEE Trans. Antennas Propagat.,1995,43:162 - 169.
- [23] <http://www.feko.co.za>.
- [24] J R Mautz, R F Harrington. H-field, E-field, and combined field solution for conducting bodies of revolution [J]. Arch. Elektron. Übertragungstech (AEÜ),1978,32(4):157 - 164.
- [25] A J Poggio, E K Miller. Integral equation solutions of three-dimensional scattering problems, in ch.4 of Computer Techniques for Electromagnetics[M]. R Mittra, Ed Oxford, U K: Permagon,1973.

作者简介:



陆卫兵 男,生于1977年7月,1999年和2002年于东北师范大学物理系获学士学位和硕士学位,现在东南大学电磁场与微波技术专业攻读博士学位,目前主要研究方向为电大物体散射和辐射问题的数值计算。



钱治国 男,1978年出生于安徽省,2001年7月于南京东南大学无线电系获学士学位,2004年4月于东南大学无线电系获硕士学位,目前主要研究兴趣集中在分层介质中的电路和天线问题。