

# VCSELs 高阶分岔及混沌行为的参数控制

潘 炜<sup>1,2</sup>, 张晓霞<sup>2</sup>, 罗 斌<sup>1</sup>, 邓 果<sup>1,2</sup>, 李孝峰<sup>1,2</sup>, 张伟利<sup>1</sup>, 陈建国<sup>3</sup>

(11 西南交通大学计算机与通信工程学院, 四川成都 610031; 21 电子科技大学光电信息学院, 四川成都 610054; 31 四川大学电子信息学院, 四川成都 610064)

**摘 要:** 基于自发辐射在微腔激光器中的独特性, 利用参数开关调制控制混沌的理论和技巧, 对 VCSELs 实施高频大信号深度调制和混沌控制的数值模拟. 结果表明, 提高自发辐射因子可抑制 VCSELs 的非线性行为, 通过对自发辐射因子的开关调制, 可把系统由混沌状态控制到平衡态和 nP 周期轨道, 同时给出了 VCSELs 各种稳定周期态、分岔数、分岔点位置和混沌带与调控参数之间的定量关系.

**关键词:** VCSELs; 自发辐射因子; 分岔; 混沌; 参数控制

**中图分类号:** TN248. 4 **文献标识码:** A **文章编号:** 03722112 (2004) 12178204

## Study of Parameter for Higher Order Bifurcation and Chaos Behavior of VCSELs Control

PAN Wei<sup>1,2</sup>, ZHANG Xiaoxia<sup>2</sup>, LUO Bin<sup>1</sup>, DENG Guo<sup>1,2</sup>, LI Xiaofeng<sup>1,2</sup>, ZHANG WeiLi<sup>1</sup>, CHEN Jian2guo<sup>3</sup>

(11 School of Computer and Communications Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China; 21 School of Optoelectronics and Information, University of Electronic Science and Technology, Chengdu, Sichuan 610054, China; 31 School of Electronic Information, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

**Abstract:** A new method of VCSELs for controlling chaos is studied, which is based on the parameter switching modulation. The chaos the system is controlled to its fixed point and nP periodic orbits by using the spontaneous emission factor. proves the validity and robustness of this proposed control method. It is shown that high order harmonic distortion is minimized with large spontaneous emission factor. The quantitative relation among the stability, multi-period or the position of the bifurcation and the parameter switching are given using the bifurcation diagram, the temporal waveforms and the phase space portrait.

**Key words:** VCSELs; spontaneous emission factor; bifurcation; chaos; parameter switching

### 1 引言

垂直腔面发射半导体激光器(VCSELs)以其独特的结构和良好的性能,在高速数字通信,光互联,光放大、光存储等功能集成器件和未来混沌保密通信领域得到广泛关注<sup>[1-3]</sup>.目前,对 VCSELs 的研究主要涉及单横模和固定偏振模,长波长、多波长阵列和波分复用系统,宽禁带 III 族氮化物基 VCSELs 的研究也初见端倪<sup>[4]</sup>.而对于这种/ 垂直微腔器件 0 的动力学行为的研究多集中在小信号调制情形<sup>[3,5-6]</sup>.已有实验表明,大信号深度调制下 VCSELs 如同边缘发射激光器一样,会呈现出一系列的非线性行为,如分岔,周期加倍和混沌<sup>[2,7-8]</sup>,而这些现象又并非都是我们所希望的.因此,探求新型/ 垂直微腔器件 0 的结构参数,低维系统的电子结构,以及调控其稳定性、动态失稳的模式、倍周期分岔而进入混沌的新现象与动力学行为机理的问题就显得十分重要.

鉴于自发辐射因子在微腔激光器中的独特性<sup>[1,4]</sup>,结合

近期自发辐射控制的有效性实验验证<sup>[9-11]</sup>.文中拟通过引入调控参数作为 VCSELs 动力学方程的附加自由度,改变系统的轨迹<sup>[8]</sup>,达到控制系统运行状态的目的.着重就高频大信号深度调制情形,通过分岔图、时序图和相图的交叉模拟计算,分析了自发辐射因子对 VCSELs 稳定性、高阶分岔以及分岔点变化规律的影响,找到了 VCSELs 稳定运行的条件,并对混沌系统的稳定控制进行了理论探讨.结果表明,可将系统由混沌状态控制到平衡态和 nP 周期轨道,并得到稳定周期态、分岔数和分岔点位置等与调控参数的定量关系.

### 2 理论模型

根据费米黄金定则,跃迁速率可表示为<sup>[1,9]</sup>

$$R(\tau) = \int \frac{2\pi}{G} e^2 L^2(\tau, X) E^2(\tau, X) \{ (f_c - f_v) \# P V_a D(X - X_i) + f_c(1 - f_v) Q(X) \} dX \quad (1)$$

其中, G 为普朗克常数, e 是电子电量, V<sub>a</sub> 为有源区体积.

收稿日期: 20030721; 修回日期: 20040720

基金项目: 国家自然科学基金(No110174057, No190201011); 国家重点实验室开放课题(No1 2002KF); 四川省应用基础科学研究(No1 03JY020482 1); 四川省学术和技术带头人培养基金

$D(X_2X_1)$  函数中  $X$  为角频率,  $X_1$  为激光模式角频率.  $f_c$  和  $f_v$  分别为导带和价带的费米狄拉克分布函数,  $Q(X) dX$  为模式密度.  $L(r, X)$  为偶极矩, 电场强度  $E(r, X)$  分别对应  $\{ \}$  中第一项受激辐射的电场,  $\{ \}$  中第二项自发辐射的真空场. 对电子的控制可提高特定频率的偶极矩, 对光的控制可提高特定频率的强度  $E^2$ . 若考虑到 VCSELs 竖直腔的一维情形, 设平均偶极矩为  $L$ , 可用  $(L^2/3F_{sp}(X))$  代替  $L^2(r, X)f_c(1-f_v)$ ,  $F_{sp}(X)$  为偶极子分布函数, 则平均自发辐射速率

$$R_{sp} = \int Q R_{sp}(X) dX = \int Q \frac{e^2 L^2 X^2 n_{ef}(X)}{3PE_0 c^3} N(X) F_{sp}(X) dX \quad (2)$$

这里, 有效折射率  $n_{ef}(X) = n_{eq}(X) + X \frac{dn_{eq}(X)}{dX}$ ,  $n_{eq}(X)$  为等效折射率. 驻波因子  $N(X)$  表征了模式驻波波峰与量子阱有源区的重叠程度. 令  $X_{sp} = 2Pc/K_p$ , 根据模式截止条件, 即谐振腔单一模式的条件. 谐振腔体积满足关系

$$\left[ \frac{K_p}{2n_{eq}(K_p)} \right]^2 F V_c F \frac{K_p^4}{4P n_{eq}^3(K_p) S K_p} \quad (3)$$

若分布函数  $F_{sp}(X)$  采用 FWHM 为  $S X_p$  的洛伦兹线型, 则自发辐射速率写为

$$R_{sp} = \frac{2Pe^2 L^2 X^2}{3E_0 c^3 n_{eq}^3 V_c} N(X_c) \frac{S X_{sp}/2}{P[(X_{sp} - X_c)^2 + (S X_{sp}/2)^2]} \quad (4)$$

随着模式的增加  $N(X)$  将被平均化. 自发辐射因子 (系数)  $B$  (表示所有模式的自发辐射速率中某一个模式所占的份额, 或集中到一个激光模式上的自发辐射能量的耦合效率) 可表为

$$B = \frac{4PN(X_{sp})c^3}{n_{eq}^3(X_{sp})V_c X_{sp}^2 S X_c} \quad (5)$$

对于微腔激光器, 由于谐振腔体积急剧减小, 且具有较小的光谱发射线宽, 表现出自发辐射增强效应<sup>[4,10]</sup>. 考虑到 VCSELs 有源区的量子阱结构和增益饱和效应, 在受激辐射项中, 引入光增益的广义对数关系和增益压缩因子  $E$ , 则 VCSELs 单模速率方程表示为<sup>[11,12]</sup>.

$$\dot{N}(t) = \frac{I(t)}{ePw^2d} - v_g \# g \ln[N(t)/N_0][1 + EP(t)]^{-1} P(t) - N(t)/S \quad (6)$$

$\dot{P}(t) = v_g \# g \ln[N(t)/N_0][1 + EP(t)]^{-1} - v_g AP(t) + R_{sp}$  (7) 式中,  $P$  是光子密度,  $N$  是载流子密度,  $v_g$  是群速,  $N_0$  是透明载流子浓度,  $g$  是增益系数,  $S$  是载流子寿命,  $d$  是有源层厚度,  $w$  是选择氧化层的电流孔径<sup>[3]</sup>,  $\#$  是模场限制因子,  $A$  是等效腔损耗. 速率方程描述了 VCSELs 腔内载流子和光子供给、产生和消耗的基本动力学过程, 分别表示泵浦电流注入、载流子复合和受激复合项的贡献; 受激辐射光子、腔内损耗引起的光子损耗和自发辐射复合的贡献. 在此对系统施加正弦形式  $I(t) = I_d + I_m \sin(2\pi f_m t)$  的高频大信号调制<sup>[13,14]</sup>, 设偏置电流为  $I_d$ , 振幅为  $I_m$ , 调制频率  $f_m = 5GHz$ . 在实际模拟分析中, 按通常的处理方法, 以阈值条件为判据将出现电流负值的另一支截断, 同样也可采用数学脉冲信号调制来实现. 从狭义上讲, 所谓自发辐射的控制是通过具有高  $Q$  值的光学微谐振腔, 对谐振腔内可能存在的光学模式进行限制, 甚至只选择

某一种特殊的光场模式, 那么微腔中自发辐射性质将会有很大的变化<sup>[1,4]</sup>. 它对拓宽 VCSEL 应用领域具有重要的作用.

表 1 VCSELs 典型参数的含义及数值<sup>[11,12]</sup>

符号	物理含义	数值
$g$	增益系数	$114 @ 10^3 cm^{-1}$
$A$	等效腔损耗	$5013 cm^{-1}$
$N_0$	透明载流子密度	$113 @ 10^{18} cm^{-3}$
$d$	有源区厚度	$0.1 @ 10^{-4} cm$
$v_g$	群速度	$813 @ 10^6 cm/s$
$\#_z$	纵向限制因子	0.065
$E$	增益压缩因子	$1 @ 10^{-17} cm^3$
$S$	载流子寿命	3ns

### 3 模拟分析结果

模拟中为了提高计算精度, 采用四阶变步长龙格)) 库塔法, 所用的典型参数见表 1. 对于确定的电流孔径  $w = 5\mu m$ <sup>[5]</sup>, 以自发辐射因子为控制参变量, 分别在不同的分岔、时间序列和相图中呈现了 VCSELs 的一系列稳定态、周期态、准周期态乃至进入混沌态的演化模式.

#### 3.1 系统参数控制响应

图 1 为不同的自发辐射因子 (取值范围为  $10^{-2} \sim 10^{-5}$ ),

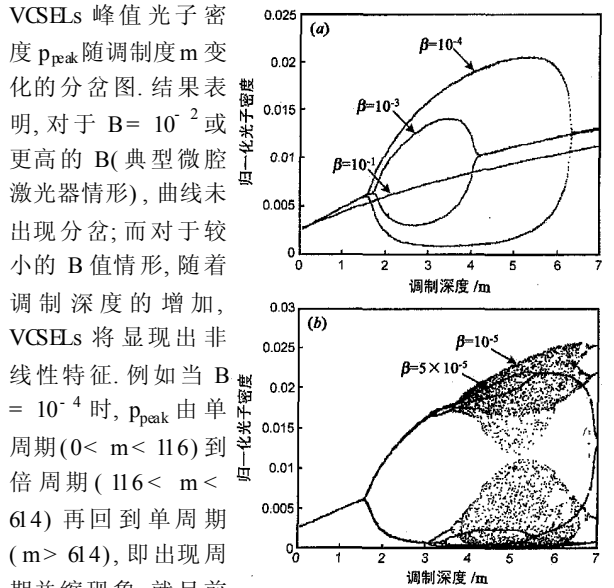


图 1 以  $B$  为控制参量的 VCSEL 分岔图 (a)  $B = 10^{-1} \sim 10^{-4}$ ; (b)  $B = 5 @ 10^{-5}$  和  $B = 10^{-5}$

图 1 以  $B$  为控制参量的 VCSEL 分岔图 (a)  $B = 10^{-1} \sim 10^{-4}$ ; (b)  $B = 5 @ 10^{-5}$  和  $B = 10^{-5}$  和  $B = 10^{-5}$  时的模拟结果. 不难看出, 在某些调制区域系统会出现光学双稳态, 此时光子密度有两个取值. 相应地, 在时序图中会表现出双峰. 若进一步减小  $B$ , 出现第一分岔点的位置也向左移动, 即在更浅的调制深度处出现分岔.

为了说明问题起见, 在图 1(b) 中, 同时给出了  $B = 5 @ 10^{-5}$  和  $10^{-5}$  时的模拟结果. 不难看出, 在某些调制区域系统

于稳定的倍周期,而在另外一些区域系统处于不稳定的混沌,或退化为周期运动.当  $\beta = 5 \times 10^{-5}$  时,曲线轨迹出现二分岔、四分岔等高阶分岔,也就是说,周期窗口的周期数也会不同.

而对于  $B = 10^{-5}$  情形,随着调制深度的增加曲线由二分岔,四分岔后进入混沌状态.它们所对应的时序图,如图 2(a) 中的光子密度有四个峰值,即四周期;若继续减小  $B$ ,曲线已经变的没有什么规律,如图 2(b) 中的混沌状态.结果表明,在微腔激光器中,周期窗口的周期数和混沌带的大小明显地依赖于调控参量  $B$ ,较大的  $B$  值可有效地抑制 VCSELs 的非线性行为,提高系统的稳定性;另一方面也增加了可

用调制度,拓宽了器件的工作范围.同样,对于 VCSELs 弛豫振荡频率和光子密度等调控参数也可得到相似的结果.

### 3.1.2 系统参数控制相图

为了进一步展示光学微腔中调制光子态密度与量子阱结构中调制电子态密度的类似性,探讨相干崩溃、从连续运转状态转变为混沌的关系,模拟中我们首先使系统处于混沌状态,

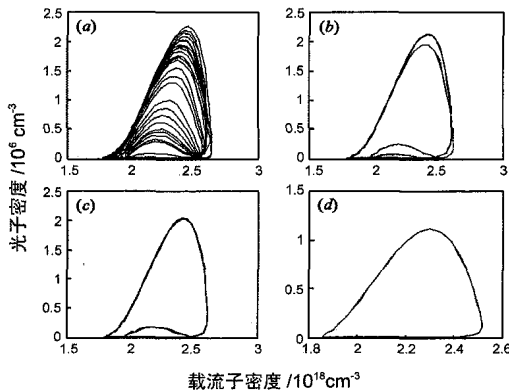


图 3 归一化峰值光子密度对载流子密度的混沌控制相图

(a)  $B = 10^{-5}$ ; (b)  $B = 5 \times 10^{-5}$ ; (c)  $B = 10^{-4}$ ; (d)  $B = 10^{-3}$

然后采用参数调控实施混沌控制<sup>[16,17]</sup>.得到不同控制参数下的相空间投影图,即归一化峰值光子密度对载流子密度的关系曲线,如图 3 所示.图 3(a) 中以  $B = 10^{-5}$  时的混沌态为例施加参数控制,当  $B = 5 \times 10^{-5}$  时,系统处于稳定的周期 4,见图 3(b);当  $B = 10^{-4}$  或  $B = 10^{-3}$  时,系统处于稳定的周期 2,见图 3(c) 和 (d);若继续增加  $B$ , $10^{-2}$ ,系统可处于稳定的周期 1.由

此可知,改变自发辐射因子,可将原来混沌的系统控制在某些较低的周期轨道上,实现对混沌的控制.此外,模拟中还发现,在某些取值区域,系统不能稳定在较高的周期轨道上,而是很快地进入混沌状态.进一步的研究也表明,幅度调制的影响比相位调制的影响不仅要大,而且迅速<sup>[18]</sup>.

作为理论分析结果的有效支撑,虽然自发辐射控制现在还处于基础研究阶段,但是实验上已获得调控 VCSELs 自发辐射的一些有效措施.通过适当地设计 VCSELs 微腔结构的类型的参数,诸如,利用选择性氧化层技术,通过控制氧化膜的位置、形状、厚度和电流孔径大小,实施 VCSELs 横向的微型化,实现电流和光在微小区域(类似于一个凸透镜)的双重限制,以减小衍射损耗;将量子阱结构按一定周期性排列或级联,减少沿倾斜方向和横向传输的模式;增加量子的维数,电子态密度的尖锐化可使跃迁光谱的宽度变窄,以及利用非对称谐振腔偶极子的各向异性,限制自发辐射的偏振;利用驻波效应使激光模式驻波波腹位置置于有源区,增加模式驻波波峰与有源区的重叠程度(匹配)等等.

## 4 结论

就 VCSELs 典型控制参数而言,随着调制深度的增加,系统表现出分岔、倍周期分岔直至进入混沌状态.分岔点的位置和轨迹形态的变化敏感地依赖于自发辐射因子,增加自发辐射因子可提高系统的稳定性.适当地设计微腔的结构类型和参数,可有效地控制深度调制下 VCSELs 的非线性行为.分岔图、时序图和相图的模拟结果十分一致,并与文献实验结果相符.同样,上述结果对类似的微腔激光器设计也具有一定的参考价值.

## 参考文献:

- [1] Zheng Houzhi. Semiconductor microcavity: Physics and its applications [J]. Chinese J. of Semiconductors, 1997, 18(7): 481- 485.
- [2] Yu S F. Dynamic behavior of vertical cavity surface emitting lasers [J]. IEEE J Quantum Electron, 1996, 32(7): 1168- 1179.
- [3] Shin J H, Ju Y G, Shin H E, et al. Spontaneous emission factor of oxidized vertical cavity surface emitting lasers for the measured [J]. Appl Phys Lett, 1997, 70(18): 2344- 2346.
- [4] Pan Wei, Zhang Xiaoxia, Luo Bin, et al. Vertical cavity surface emitting lasers [J]. Physics, 1999, 28(4): 210- 216.
- [5] Black K A, Bjorlin E S, Piprek J, et al. Small signal frequency response of long wavelength vertical cavity lasers [J]. IEEE Photon Technol Lett, 2001, 13(10): 1049- 1051.
- [6] Gustavsson J S, Haglund A, Bengtsson J, et al. High speed digital modulation characteristics of oxidized confined vertical cavity surface emitting laser numerical simulations consistent with experimental results [J]. IEEE J Quantum Electron, 2002, 38(9): 1089- 1096.
- [7] Hori Y, Serizawa H, Sato H. Chaos in a directly modulated semiconductor laser [J]. J Opt Soc Amer B, 1988, 5(5): 1128- 1133.
- [8] Lee C H, Yoon T H, Shin S Y. Period doubling and chaos in a directly modulated laser diode [J]. Appl Phys Lett, 1985, 46(1): 95- 97.
- [9] Zhao Hongdong, Zhang Cunshan, Zhou Ge, et al. Spontaneous emission

- in quantum well planar microcavities with metallic mirrors[J]. Chinese J of Semiconductors, 2000, 21(1): 33- 37.
- [10] Shtengel G, Temkin H, Uchida T, et al. Spontaneous emission factor and its scaling in vertical cavity surface emitting lasers[J]. Appl Phys Lett, 1994, 64(9): 1062- 1064.
- [11] Agrawal G P, Dutta N K. Semiconductor Lasers[M]. 2nd ed, Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.
- [12] Mena P V, Kang S, D'Émple T A. Rate equation based laser models with a single solution regime[J]. J Lightwave Technol, 1997, 15(4): 717- 730.
- [13] Hemery E, Chusseau L, Lourtioz J M, et al. Dynamic behavior of semiconductor lasers under strong sinusoidal current modulation: Modeling and experiments at 1.3[J]. IEEE J Quantum Electron, 1990, 26(4): 632- 641.
- [14] Deng Guo, Pan Wei, Luo Bin, et al. Influence of spontaneous emission factor on the bifurcation and chaos behavior of VCSEL under large signal modulation[J]. Chinese J of Lasers A, 2004, 31(3): 293- 296.
- [15] Law J Y, Agrawal G P. Effects of optical feedback on static and dynamic characteristics of vertical cavity surface emitting lasers[J]. IEEE J Select Topics Quantum Electron, 1997, 3(3): 353- 358.
- [16] Uchida A, Sato T, Ogawa T, et al. Characteristics of transients among periodic attractors controlled by high frequency injection in a chaotic laser diode[J]. IEEE J Quantum Electron, 1999, 35(10): 1374- 1381.
- [17] Yu S F. Nonlinear dynamics of vertical cavity surface emitting lasers[J]. IEEE J Quantum Electron, 1999, 35(3): 332- 341.
- [18] Li Xiaofeng, Pan Wei, Luo Bin, et al. Theoretical study on controlling nonlinear behaviors of a coupled cavity VCSEL by external optical injection[J]. Chinese Optics Letters, 2004, 2(5): 278- 281.

### 作者简介:



篇.

**潘 炜** 男, 1959 年出生于安徽, 工学博士、教授, 博士生导师, 西南交通大学计算机与通信工程学院、通信工程系主任, 电子科技大学客座教授, 光学学会高级会员, IEEE 会员. 现主要从事半导体微腔激光器的建模与仿真, 以及非线性系统理论的研究, 主持国家自然科学基金等多个项目的研究工作, 在国内外发表学术论文 60 余



**张晓霞** 女, 1961 年出生于青海, 工学博士. 电子科技大学光电信息学院、集成光学重点实验室教授, 光学学会高级会员, IEEE 会员. 目前在英国帝国理工学院, 从事半导体物理及光电子器件研究. 主持国家自然科学基金重大研究计划等多个项目的研究工作, 在国内外发表学术论文 50 余篇.