

扩频系统中最小误码率意义下的最优干扰抑制技术

李 琳¹, 周文辉², 谭述森¹

(1. 北京环球信息应用开发中心, 北京 100094; 2. 南京电子技术研究所, 江苏南京 210013)

摘 要: 通过论证最小化误码率(MBER), 最小均方误差(MMSE)以及约束最小均值输出能量(MMOE)之间的关系, 将MBER准则下最优干扰抑制器的设计转化为后两种准则下最优干扰抑制器的设计, 并分别导出两种自适应算法: 递推最小二乘(RLS)和盲递推最小二乘(BRLS)。前者抑制干扰效果好, 但需要期望信号; 后者无需期望信号, 但抑制效果较差。本文将两种算法合理配合, 给出了动态环境下的干扰抑制方法。

关键词: 扩频; 最小误码率准则; 最小均方误差准则; 最小均值输出能量准则; 干扰抑制; 递推最小二乘算法

中图分类号: TN911 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2005) 01-0032-06

The Optimum Interference Suppression Technique in the MBER Sense for Spread Spectrum Systems

LI Lin¹, ZHOU Wen-hui², TAN Shu-sen¹

(1. Beijing Application and Development Center of Round-the-World Information, Beijing 100094, China;

2. Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing, Jiangsu 210013, China)

Abstract: By examining the relationship between the minimum bit error rate (MBER), minimum mean square error (MMSE) and the constrained minimum mean output energy (MMOE), we resolve the interference suppressor optimized in the MBER sense into the optimum suppressor in the MMSE criterion and the constrained MMOE criterion which lend themselves to adaptive implementation more readily than the MBER suppressor. This paper addresses the recursive least squares (RLS) algorithm and the blind RLS (BRLS) algorithm without known desire signal. The suppressed effect of the BRLS algorithm is shown to be significantly inferior to the RLS algorithm with known data sequences. This paper proposes the scheme of combining RLS with BRLS to solve the interference suppression in time-varying environment.

Key words: spread spectrum; minimum bit error rate (MBER) criterion; minimum mean square error (MMSE) criterion; minimum mean output energy (MMOE) criterion; interference suppression; recursive least squares (RLS) algorithm

1 引言

理论上, 可通过提高扩频系统的处理增益来对抗任意强度的干扰, 实际中发送机/接收机的复杂性以及可供利用的带宽等因素限定了处理增益的上限, 这样当处于强干扰环境时, 系统性能会严重恶化。目前常针对具体的干扰样式设计干扰抑制技术^[1~4], 如针对窄带干扰(NBI)提出的变换域技术^[4], 这种设计思想的缺点是: (1) 没有直接针对衡量数字通信系统通信质量的重要指标——误码率(BER)进行优化, 因而不能最大程度地改善通信质量; (2) 针对特定干扰样式设计的抑制技术对另一种干扰可能失效。仍以变换域技术为例, 它对带宽超过扩频信号带宽40%的宽带干扰几乎没什么抑制效果。

显然, 能最大程度改善系统BER的线性滤波器应该是最小误码率(MBER)意义下的最优线性滤波器。本文首先分析了MBER意义下的最优干扰抑制器, 论证了MBER, 最大输出信

干比(MSIR), 最小均方误差(MMSE)以及约束最小均值输出能量(MMOE)之间的关系。实现前两种准则下的最优滤波器很困难, 本文由后两个准则导出了实现最优干扰抑制的两种自适应算法: 递推最小二乘(RLS)以及盲递推最小二乘(BRLS)。研究表明: 前者能很好地抑制干扰, 但需要已知发端发送的信息比特; 后者无需期望信号, 但抑制干扰效果较差。本文将两算法合理配合以达到快速适应环境变化以及有效抑制干扰的双重目的。

本文约定所有矢量均为列矢量。矩阵 $K_{xx} = E[x(n)x^T(n)]$ 为 x 的相关矩阵, 上标 T 表示转置运算。

2 几种准则间的关系

本文假定: 接收端与发送端完全同步; 信息调制样式为BPSK; 每个码元间隔内的码片数目 N 与扩频序列周期 L 相等, 即信息比特被完整的扩频序列调制。

收稿日期: 2003-11-13; 修回日期: 2004-10-06

接收端以码片率采样接收信号,将数据分成长度为 N 的数据块,每个数据块与一个信息比特对应.第 n 个数据块矢量 $\mathbf{r}(n) = [r(nN), r(nN+1), \dots, r(nN+N-1)]^T$ 可表示为 $\mathbf{r}(n) = \sqrt{P_s}d(n)\mathbf{s} + \mathbf{i}(n) + \mathbf{v}(n)$, 这里 P_s 为扩频信号功率; $\mathbf{s}$ 为归一化的扩频码矢量,即满足 $\mathbf{s}^T \mathbf{s} = 1$. $d(n)$ 为第 n 个信息比特,等概率取 $\{\pm 1\}$; $\mathbf{i}(n)$ 为干扰,不失一般性,假设其均值为零. $\mathbf{v}(n)$ 是零均值,双边功率谱密度为 $N_0/2$ 的热噪声,且三者互不相关.二元假设: $H_0: \mathbf{r}(n) = -\sqrt{P_s}\mathbf{s} + \mathbf{i}(n) + \mathbf{v}(n)$; $H_1: \mathbf{r}(n) = +\sqrt{P_s}\mathbf{s} + \mathbf{i}(n) + \mathbf{v}(n)$.

接收端将 $\mathbf{r}(n)$ 通过线性滤波器得到判决变量 $\zeta = \mathbf{w}^T \mathbf{r}(n)$, 判决规则为:如果 $\zeta < 0$, 判 H_0 成立;否则判 H_1 成立.干扰和热噪声有可能造成错误判决,下面分析系统的误码率.

假定干扰经过抑制处理后可等效为 0 均值的加性高斯白噪声(AWGN)^[2-3], 从而两种假设下的判决变量 $\zeta|H_0, \xi|H_1$ 服从正态分布,其均值和方差分别为

$$E(\zeta|H_1) = E[\mathbf{w}^T \mathbf{r}(n)|H_1] = \sqrt{P_s} \mathbf{w}^T \mathbf{s} = -E(\zeta|H_0) \quad (1)$$

$$\text{Var}(\zeta|H_1) = E\{\mathbf{w}^T \mathbf{r}(n) - \sqrt{P_s} \mathbf{w}^T \mathbf{s} | \mathbf{w}^T \mathbf{r}(n) - \sqrt{P_s} \mathbf{w}^T \mathbf{s} |^T | H_1\} = \mathbf{w}^T K_{qq} \mathbf{w} = \text{Var}(\zeta|H_0) \quad (2)$$

其中 $K_{qq} = K_{rr} - P_s \mathbf{s} \mathbf{s}^T$ 为正定对称阵.

系统误码率为

$$\begin{aligned} P_e &= P(H_0)P(D_1|H_0) + P(H_1)P(D_0|H_1) \\ &= P(H_0)Q[-E(\zeta|H_0)/\sqrt{\text{Var}(\zeta|H_0)}] \\ &\quad + P(H_1)Q[E(\zeta|H_1)/\sqrt{\text{Var}(\zeta|H_1)}] \\ &= Q[E(\zeta|H_1)/\sqrt{\text{Var}(\zeta|H_1)}] = Q[\sqrt{\text{SIR}(\mathbf{w})}] \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } Q(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt, \text{ 条件输出信干比为 } \text{SIR} \\ (\mathbf{w}) &= \frac{E^2(\zeta|H_1)}{\text{Var}(\zeta|H_1)} = \frac{P_s(\mathbf{w}^T \mathbf{s})^2}{\mathbf{w}^T K_{qq} \mathbf{w}}. \end{aligned}$$

由式(3)容易得到

(1) $P_e(a\mathbf{w}) = P_e(\mathbf{w})$ (这里 $a > 0$), 即抑制性能与比例因子无关,故最优滤波器不唯一;

(2) 当 $\text{SIR}(\mathbf{w})$ 最大时,误码率最小,因而 MBER 准则与条件最大输出信干比准则等价,以下简称为最大输出信干比(MSIR).

根据 Cholesky 分解定理^[5]:对称正定矩阵 K_{qq} 可分解为 $K_{qq} = (\mathbf{K}_{qq})^{1/2} (\mathbf{K}_{qq})^{T/2}$, 称主对角元素大于零的下三角矩阵 $(\mathbf{K}_{qq})^{1/2}$ 为矩阵 K_{qq} 的平方根, $(\mathbf{K}_{qq})^{T/2}$ 为 $(\mathbf{K}_{qq})^{1/2}$ 的转置. 将 $\tilde{\mathbf{w}} = (\mathbf{K}_{qq})^{T/2} \mathbf{w}$ 代入 $\text{SIR}(\mathbf{w})$, 得到

$$\text{SIR}(\mathbf{w}) = P_s \{ (\tilde{\mathbf{w}} / \|\tilde{\mathbf{w}}\|)^T [(\mathbf{K}_{qq})^{-1/2} \mathbf{s}] \}^2 \quad (4)$$

式(4)中单位矢量 $\tilde{\mathbf{w}} / \|\tilde{\mathbf{w}}\|$ 与矢量 $(\mathbf{K}_{qq})^{-1/2} \mathbf{s}$ 的内积, 当且仅当两矢量平行(即 $\tilde{\mathbf{w}}_{\text{MBER}} = a(\mathbf{K}_{qq})^{-1/2} \mathbf{s}$ 或者 $\mathbf{w}_{\text{MBER}} = a(\mathbf{K}_{qq})^{-1} \mathbf{s}$) 时, 取到最大值 $(\mathbf{K}_{qq})^{-1/2} \mathbf{s}$, 相应的 $\text{SIR}(\mathbf{w})$ 取到最大值 $\text{SIR}_M = P_s \mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{qq})^{-1} \mathbf{s}$, 误码率取到最小值 $Q(\sqrt{P_s \mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{qq})^{-1} \mathbf{s}})$. 这个最小值与热噪声、干扰的统计特性, 扩频矢量 $\mathbf{s}$ 及 P_s 有关, 若这个值仍不能满足应用要求, 就应采用非线性手段或者通过提高扩频系统自身的处理增益来改善系统性能了.

注意:(1)除限定干扰经滤波处理后服从高斯分布(该限定对大多数干扰都是合理的)外,并未限定干扰样式和统计特性,因而适用范围广;(2)求解最优滤波器需已知热噪声、干扰的统计特性,还要对矩阵求逆,实现起来很困难;(3)实际当中噪声和干扰的统计特性还会变化,直接由 MBER 或者 MSIR 准则出发很难导出简单的自适应算法.

下面说明使信息比特与滤波器输出间误差的均方 $E\{[d(n) - \mathbf{w}^T \mathbf{r}(n)]^2\}$ 为最小的滤波器属于 MBER 意义下的最优滤波器集合.

首先给出几个关系式.

由 $K_{rr} = P_s \mathbf{s} \mathbf{s}^T + K_{qq}$ 以及矩阵反演引理有^[5]

$$(\mathbf{K}_{rr})^{-1} = (\mathbf{K}_{qq})^{-1} - \frac{(\mathbf{K}_{qq})^{-1} \mathbf{s} \mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{qq})^{-1}}{1/P_s + \mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{qq})^{-1} \mathbf{s}} \quad (5)$$

进而

$$(\mathbf{K}_{rr})^{-1} \mathbf{s} = \frac{(\mathbf{K}_{qq})^{-1} \mathbf{s}}{1 + P_s \mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{qq})^{-1} \mathbf{s}} \quad (6)$$

$$\mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{rr})^{-1} \mathbf{s} = \frac{\mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{qq})^{-1} \mathbf{s}}{1 + P_s \mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{qq})^{-1} \mathbf{s}} \quad (7)$$

$$\mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{qq})^{-1} \mathbf{s} = \frac{\mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{rr})^{-1} \mathbf{s}}{1 + P_s \mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{rr})^{-1} \mathbf{s}} \quad (8)$$

n 时刻滤波器的均方误差(MSE)为

$$\begin{aligned} E\{[d(n) - \mathbf{w}^T \mathbf{r}(n)]^2\} &= E[d^2(n)] - 2\mathbf{w}^T E[d(n)\mathbf{r}(n)] \\ &\quad + \mathbf{w}^T E[\mathbf{r}(n)\mathbf{r}^T(n)] \mathbf{w} \\ &= 1 - 2\sqrt{P_s} \mathbf{w}^T \mathbf{s} + P_s (\mathbf{w}^T \mathbf{s})^2 + \mathbf{w}^T K_{qq} \mathbf{w} \\ &= 1 - 2\sqrt{P_s} \mathbf{w}^T \mathbf{s} + \left[1 + \frac{1}{\text{SIR}(\mathbf{w})}\right] P_s (\mathbf{w}^T \mathbf{s})^2 \\ &= \left[1 + \frac{1}{\text{SIR}(\mathbf{w})}\right] \left[\sqrt{P_s} (\mathbf{w}^T \mathbf{s}) - \frac{\text{SIR}(\mathbf{w})}{1 + \text{SIR}(\mathbf{w})}\right]^2 \\ &\quad + \frac{1}{1 + \text{SIR}(\mathbf{w})} \quad (9) \end{aligned}$$

当式(9)第一项为零时,取到极小值 $[1 + \text{SIR}(\mathbf{w})]^{-1}$. 因此当 $\sqrt{P_s} \mathbf{w}^T \mathbf{s} = \text{SIR}_M (1 + \text{SIR}_M)^{-1} = P_s \mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{rr})^{-1} \mathbf{s}$ 时,均方误差达到最小,且量值为 $(1 + \text{SIR}_M)^{-1}$. 进而 MMSE 意义下的最优解为 $\mathbf{w}_{\text{MMSE}} = \sqrt{P_s} (\mathbf{K}_{rr})^{-1} \mathbf{s}$, 恰为 MBER 意义下最优解集合在 $a = \sqrt{P_s} [1 + P_s \mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{qq})^{-1} \mathbf{s}]^{-1}$ 时的值, 因此属于 MBER 意义下的最优解集合.

结论:(1)尽管 MBER 意义下的最优滤波器不唯一,但满足约束 $\mathbf{w}^T \mathbf{s} = b$ (常数 $b > 0$) 的最优解却唯一. 与不同常数对应的滤波器只是比例因子不同,其抑制干扰效果相同;(2) MMSE 意义下的最优解隐含满足约束 $\mathbf{w}^T \mathbf{s} = \sqrt{P_s \mathbf{s}^T (\mathbf{K}_{rr})^{-1} \mathbf{s}}$; (3) $\mathbf{w}^T \mathbf{s} = b$ 等效于判决变量的条件均值恒为常数,这样 MBER 准则进而 MSIR 准则就与最小方差准则等价. 再根据均方值、方差以及均值之间的关系可知,这三个准则也与条件最小均值输出能量(即最小化 $E\{[\mathbf{w}^T \mathbf{r}(n)]^2 | H_1\} = E\{[\mathbf{w}^T \mathbf{r}(n)]^2\}$) 准则等价,以下简称为 MMOE 准则.

直接求解 MMSE 和约束 MMOE 意义下的最优解仍存在诸多困难,而且很难应用于时变环境,本文着手研究求解 MMSE 和约束 MMOE 意义下最优解的自适应算法.

3 递推最小二乘(RLS)算法

可以用最小均方(LMS)算法逼近 MMSE 意义下的最优解 $w_{MMSE} = \sqrt{P_s} (K_{rr})^{-1} s$, 然而 LMS 算法在输入的相关矩阵特征值扩展很大(当系统遭受强 NBI 时, 特征值扩展非常大)时, 收敛速度非常慢, 鉴于此本文采用 RLS 算法, 其突出优点是收敛速度快, 跟踪性能好, 对相关矩阵特征值扩展不敏感. 这样优化问题可描述为 $\min \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} [d(i) - w^T(n) r(i)]^2$ 其中遗忘因子 $\lambda \in (0, 1)$.

如上优化问题的最优解为^[5]

$$w(n) = \Phi^{-1}(n) z(n) \quad (10)$$

其中矩阵 $\Phi(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} r(i) r^T(i)$, 矢量 $z(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} d(i) r(i)$.

显然 $\Phi(n) = \lambda \Phi(n-1) + r(n) r^T(n)$, $z(n) = \lambda z(n-1) + d(n) r(n)$, 再根据矩阵反演引理可得计算式(10)的递推算法为^[5]

$$k(n) = \frac{\Phi^{-1}(n-1) r(n)}{\lambda + r^T(n) \Phi^{-1}(n-1) r(n)} \quad (11)$$

$$\varepsilon(n) = d(n) - w^T(n-1) r(n) \quad (12)$$

$$w(n) = w(n-1) + k(n) \varepsilon(n) \quad (13)$$

$$\Phi^{-1}(n) = \lambda^{-1} [\Phi^{-1}(n-1) - k(n) r^T(n) \Phi^{-1}(n-1)] \quad (14)$$

称 $\varepsilon(n) = d(n) - w^T(n-1) r(n)$ 为先验误差(与上一时刻的权矢量对应).

3.1 RLS 算法的收敛性

关于 RLS 算法的收敛性分析请参阅文献[5~7], 这里直接引用结论:

(1) 权矢量均值收敛到 MMSE 意义下的最优解, 且收敛速度与输入相关矩阵 K_{rr} 的特征值分布无关;

(2) 权误差相关矩阵 $K_e(n) = E\{[w(n) - w_{MMSE}][w(n) - w_{MMSE}]^T\}$ 满足

$$K_e(n) \approx [1 - 2(1 - \lambda) + 2(1 - \lambda)^2] K_e(n-1) + (1 - \lambda)^2 \text{tr}[(K_{rr}) K_e(n-1)] (K_{rr})^{-1} + (1 - \lambda)^2 \sigma_e^2 (K_{rr})^{-1} \quad (15)$$

其中 $\text{tr}(\cdot)$ 为矩阵求迹运算, σ_e^2 为最小均方误差, 根据上面的讨论有 $\sigma_e^2 = 1 - P_s s^T (K_{rr})^{-1} s$. 权误差相关矩阵收敛, 且收敛速度与 K_{rr} 的特征值分布无关, 与遗忘因子有关.

(3) 均方误差 $E\{\varepsilon^2(n)\}$ 满足

$$E\{\varepsilon^2(n)\} = \sigma_e^2 + \text{tr}[(K_{rr}) K_e(n-1)] \quad (16)$$

3.2 RLS 算法的稳态输出信干比

稳态信干比定义为

$$SIR^\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{E^2[w^T(n-1) r(n) | H_1]}{\text{Var}[w^T(n-1) r(n) | H_1]} \right\} \quad (17)$$

根据独立性假定容易得知 $w(n-1)$ 与 $r(n)$, $d(n)$ 独立^[5], 那么就有

$$E[w^T(n-1) r(n) | H_1] = E^T[w(n-1)] E[r(n) | H_1] \rightarrow w_{MMSE}^T \sqrt{P_s} s \quad (18)$$

$$E\{[w^T(n-1) r(n)]^2 | H_1\} = E\{[w^T(n-1) r(n)]^2\}$$

$$\begin{aligned} &= E\{[d(n) - w^T(n-1) r(n)]^2\} - E[d^2(n)] \\ &\quad + 2 E[d(n) w^T(n-1) r(n)] \\ &= E\{\varepsilon^2(n)\} - 1 + 2 E^T[w(n-1)] E[d(n) r(n)] \\ &= \sigma_e^2 + \text{tr}[(K_{rr}) K_e(n-1)] - 1 + 2 E^T[w(n-1)] \sqrt{P_s} s \end{aligned} \quad (19)$$

从而滤波器输出的方差为

$$\begin{aligned} \text{Var}[w^T(n-1) r(n) | H_1] &= E\{[w^T(n-1) r(n)]^2 | H_1\} - E^2[w^T(n-1) r(n) | H_1] \\ &\rightarrow \sigma_e^2 + \text{tr}[(K_{rr}) K_e(\infty)] \\ &\quad - 1 + 2 P_s [s^T (K_{rr})^{-1} s] - P_s^2 [s^T (K_{rr})^{-1} s]^2 \end{aligned} \quad (20)$$

对式(15)两端同乘矩阵 K_{rr} 后作求迹运算, 再取极限得到

$$\text{tr}[(K_{rr}) K_e(\infty)] + N(1 - \lambda)^2 \sigma_e^2 \quad (21)$$

从而

$$\text{tr}[(K_{rr}) K_e(\infty)] \approx \beta \sigma_e^2 \quad (22)$$

其中常数 $\beta = \frac{N(1 - \lambda)}{2\lambda - N(1 - \lambda)}$.

将 $\sigma_e^2 = 1 - P_s s^T (K_{rr})^{-1} s$ 和式(22)代入式(20), 化简可得

$$\text{Var}[w^T(n-1) r(n) | H_1] \rightarrow \beta \sigma_e^2 + \sigma_e^2 (1 - \sigma_e^2) \quad (23)$$

再将 $\sigma_e^2 = (1 + SIR_M)^{-1}$ 和式(18)、式(23)代入式(17), 整理可得 RLS 算法的稳态信干比为

$$SIR^\infty = \frac{SIR_M}{(\beta + 1) + \beta / SIR_M} \quad (24)$$

通常 $\lambda \approx 1$, 对于慢自适应过程有 $N(1 - \lambda) \ll 1$, 因此 $\beta \ll 1$. 在 $SIR_M \gg 1$ 情况下, RLS 的稳态信干比约为 $SIR_M / (\beta + 1)$, 非常接近于 SIR_M , 因而抑制干扰效果很好.

结论: (1) RLS 算法需已知发端发送的信息比特 $d(n)$; (2) 算法收敛速度与 K_{rr} 特征值分布无关; (3) 在 $SIR_M \gg 1$ 情况下, 稳态输出信干比约为最大输出信干比的 $1/(\beta + 1)$.

4 盲递推最小二乘(BRLS)算法

前面指出附加约束 $w^T s = b$ 后, MBER 准则与 MMOE 准则等价, 由此容易得出满足约束的 MMOE 优化问题, 即

$$\begin{aligned} &\min E\{[w^T r(n)]^2\} \\ &\text{s. t. } w^T s = b \end{aligned}$$

其最优解为 $w_{MMOE} = \frac{b}{s^T (K_{rr})^{-1} s} (K_{rr})^{-1} s$ (25)

基于约束均值输出能量的随机梯度下降算法存在与 LMS 算法相同的缺点, 一般不采用. 下面讨论由有约束的输出能量指数加权和导出的 BRLS 算法, 其目标函数为

$$\begin{aligned} &\min \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} [w^T(n) r(i)]^2 \\ &\text{s. t. } w^T(n) s = b \end{aligned}$$

其中遗忘因子 $\lambda \in (0, 1)$. 注意到目标函数中不包含期望信号, 故称导出的算法为 BRLS.

用拉格朗日乘法容易得到如上约束优化问题的最优解为

$$w(n) = \frac{b}{s^T \Phi^{-1}(n) s} \Phi^{-1}(n) s \quad (26)$$

下面讨论计算上式所示权矢量的递推算法.

由 $\Phi(n) = \lambda\Phi(n-1) + r(n)r^T(n)$ 以及矩阵反演引理有

$$\Phi^{-1}(n) = \lambda^{-1}[\Phi^{-1}(n-1) - k(n)r^T(n)\Phi^{-1}(n-1)]$$

定义矢量 $h(n) = \Phi^{-1}(n)s$, 则

$$h(n) = \lambda^{-1}[h(n-1) - k(n)r^T(n)h(n-1)]$$

进而, 得到计算式(26)所示权矢量的递推算法

$$k(n) = \frac{\Phi^{-1}(n-1)r(n)}{\lambda + r^T(n)\Phi^{-1}(n-1)r(n)} \quad (27)$$

$$h(n) = \lambda^{-1}[h(n-1) - k(n)r^T(n)h(n-1)] \quad (28)$$

$$w(n) = \frac{b}{s^Th(n)}h(n) \quad (29)$$

$$\Phi^{-1}(n) = \lambda^{-1}[\Phi^{-1}(n-1) - k(n)r^T(n)\Phi^{-1}(n-1)] \quad (30)$$

结论: (1) BRLS 算法需已知扩频矢量 s (实际中, 该矢量确为接收方已知), 无需已知 $d(n)$; (2) BRLS 算法权矢量均值以及均方误差的收敛性与 RLS 算法不同; (3) 由矩阵反演引理容易证明增益矢量满足 $k(n) = \Phi^{-1}(n)r(n)$.

4.1 权矢量均值的收敛性

采用与分析 RLS 算法收敛性类似的方法容易得到: 按照 BRLS 递推得到的权矢量最终收敛到约束 MMSE 优化问题的最优解 w_{MMSE} .

下面讨论其收敛速度.

定义 $\alpha^{-1}(n) = s^Th(n)$, 将式(28)代入可得

$$\alpha^{-1}(n) = \lambda^{-1}[\alpha^{-1}(n-1) - s^Tk(n)r^T(n)h(n-1)] \quad (31)$$

进而

$$\begin{aligned} \alpha(n) &= \frac{\lambda\alpha(n-1)}{1 - s^Tk(n)r^T(n)[\alpha(n-1)h(n-1)]} \\ &= \lambda\alpha(n-1) + \frac{\lambda\alpha(n-1)s^Tk(n)r^T(n)[\alpha(n-1)h(n-1)]}{1 - s^Tk(n)r^T(n)[\alpha(n-1)h(n-1)]} \\ &= \lambda\alpha(n-1) + \alpha(n)s^Tk(n)r^T(n)[\alpha(n-1)h(n-1)] \end{aligned} \quad (32)$$

从而权矢量

$$\begin{aligned} w(n) &= b\alpha(n)h(n) \\ &= b[\lambda\alpha(n-1) + \alpha(n)s^Tk(n)r^T(n)[\alpha(n-1)h(n-1)]]h(n) \\ &= b\lambda\alpha(n-1)h(n) + \alpha(n)s^Tk(n)r^T(n)[b\alpha(n-1)h(n-1)]h(n) \\ &= b\lambda\alpha(n-1)[h(n-1) - k(n)r^T(n)h(n-1)] \\ &\quad + \alpha(n)s^Tk(n)r^T(n)w(n-1)h(n) \\ &= w(n-1) - k(n)r^T(n)w(n-1) \\ &\quad + \alpha(n)s^Tk(n)r^T(n)w(n-1)h(n) \\ &= w(n-1) - \zeta(n)k(n) + \alpha(n)\zeta(n)s^Tk(n)h(n) \end{aligned} \quad (33)$$

其中 $\zeta(n) = r^T(n)w(n-1)$ 为先验最小二乘估计.

对上式最后一个等式两端同乘以矩阵 $\Phi(n)$ 得到

$$\begin{aligned} \Phi(n)w(n) &= \Phi(n)w(n-1) - \zeta(n)[\Phi(n)k(n)] \\ &\quad + \alpha(n)\zeta(n)s^Tk(n)[\Phi(n)h(n)] \\ &= \Phi(n)w(n-1) - \zeta(n)r(n) + \alpha(n)\zeta(n)s^Tk(n)s \\ &= [\lambda\Phi(n-1) + r(n)r^T(n)]w(n-1) - \zeta(n)r(n) \\ &\quad + \alpha(n)\zeta(n)s^Tk(n)s \\ &= \lambda\Phi(n-1)w(n-1) + \alpha(n)\zeta(n)s^Tk(n)s \end{aligned} \quad (34)$$

化简当中用到关系式 $k(n) = \Phi^{-1}(n)r(n)$ 以及 $h(n) =$

$\Phi^{-1}(n)s$.

记权误差矢量为 $\omega(n) = w(n) - w_{MMSE}$, 根据式(34)有

$$\Phi(n)\omega(n) = \lambda\Phi(n-1)\omega(n-1) + \alpha(n)\zeta(n)s^Tk(n)s$$

$$\begin{aligned} &- [\lambda\Phi(n-1) + r(n)r^T(n)]w_{MMSE} \\ &= \lambda\Phi(n-1)\omega(n-1) + \alpha(n)\zeta(n)s^Tk(n)s \\ &\quad - r(n)r^T(n)w_{MMSE} \end{aligned} \quad (35)$$

因此 $\omega(n) = \lambda\Phi^{-1}(n)\Phi(n-1)\omega(n-1) + \Phi^{-1}(n)$

$$\begin{aligned} &[\alpha(n)\zeta(n)s^Tk(n)s - r(n)r^T(n)w_{MMSE}] \\ &= \lambda\Phi^{-1}(n)\Phi(n-1)\omega(n-1) + [\alpha(n)\Phi^{-1}(n)s] \\ &\quad \zeta(n)s^Tk(n) - k(n)r^T(n)w_{MMSE} \\ &= \lambda\Phi^{-1}(n)\Phi(n-1)\omega(n-1) + [b^{-1}w(n)] \\ &\quad \zeta(n)s^Tk(n) - k(n)r^T(n)w_{MMSE} \end{aligned} \quad (36)$$

注意到 $\lim_{n \rightarrow \infty} w(n) \approx w_{MMSE}$, 那么当 n 足够大时, 第二、三项可

$$\begin{aligned} &\text{近似为} \quad [b^{-1}w(n)]\zeta(n)s^Tk(n) - k(n)r^T(n)w_{MMSE} \\ &\approx [b^{-1}w_{MMSE}][r^T(n)w(n-1)]s^Tk(n) \\ &\quad - k(n)r^T(n)w_{MMSE} \\ &= (b^{-1}w_{MMSE}s^T - I)k(n)r^T(n)w_{MMSE} \\ &\quad + b^{-1}w_{MMSE}s^Tk(n)r^T(n)\omega(n-1) \end{aligned} \quad (37)$$

其中 I 为单位阵.

将式(37)代入式(36)可以得到: 在 n 足够大时有

$$\begin{aligned} \omega(n) &\approx [\lambda\Phi^{-1}(n)\Phi(n-1) + b^{-1}w_{MMSE}s^Tk(n)r^T(n)] \\ &\quad \cdot \omega(n-1) + (b^{-1}w_{MMSE}s^T - I)k(n)r^T(n)w_{MMSE} \end{aligned} \quad (38)$$

再利用 n 足够大时 $\Phi(n)$ 与 $\Phi(n-1)$ 几乎相等^[6], 进一步化简上式得到

$$\begin{aligned} \omega(n) &\approx [\lambda I + b^{-1}w_{MMSE}s^Tk(n)r^T(n)]\omega(n-1) \\ &\quad + (b^{-1}w_{MMSE}s^T - I)k(n)r^T(n)w_{MMSE} \end{aligned} \quad (39)$$

对式两端取期望得到

$$\begin{aligned} E[\omega(n)] &\approx \lambda E[\omega(n-1)] + b^{-1}w_{MMSE}s^TE[k(n)r^T(n)\omega(n-1)] \\ &\quad - I E[k(n)r^T(n)]w_{MMSE} \end{aligned} \quad (40)$$

其中

$$\begin{aligned} E[k(n)r^T(n)] &= E[\Phi^{-1}(n)r(n)r^T(n)] \\ &= (1 - \lambda)(K_{rr})^{-1}E[r(n)r^T(n)] \\ &= (1 - \lambda)I \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} E[k(n)r^T(n)\omega(n-1)] &= E[\Phi^{-1}(n)r(n)r^T(n)\omega(n-1)] \\ &\approx (1 - \lambda)(K_{rr})^{-1}E[r(n)r^T(n)\omega(n-1)] \\ &= (1 - \lambda)E[\omega(n-1)] \end{aligned} \quad (42)$$

推导中用到 n 足够大时 $\Phi^{-1}(n) \approx (1 - \lambda)(K_{rr})^{-1}$, $\omega(n-1)$ 与 $r(n)$ 统计独立^[6]这两条性质.

将式(41)和式(42)代入式(40)有

$$\begin{aligned} E[\omega(n)] &\approx [\lambda I + (1 - \lambda)b^{-1}w_{MMSE}s^T]E[\omega(n-1)] \\ &\quad + (1 - \lambda)(b^{-1}w_{MMSE}s^T - I)w_{MMSE} \end{aligned} \quad (43)$$

再根据 $s^Tw(n-1) = s^Tw_{MMSE} = b$ 有 $s^T\omega(n-1) = 0$, 式(43)可化简为

$$E[\omega(n)] \approx \lambda E[\omega(n-1)] \quad (44)$$

上式表明 BRLS 算法权矢量均值的收敛速度与相关矩阵的特征值分布无关.

4.2 权误差相关矩阵

权误差相关矩阵为 $K(n) = E[\omega(n)\omega^T(n)]$, 由式(39)、

$E[\omega(n-1)] \rightarrow 0$ 、独立性假定以及高斯阶矩因式分解定理,

再采用与 RLS 算法收敛性分析类似的方法(限于篇幅,略去繁琐的推导过程)可得

$$K(n) \approx \lambda^2 K(n-1) + \frac{(1-\lambda)^2}{s^T(K_{rr})^{-1}s} \text{tr}[(K_{rr}) K(n-1)](K_{rr})^{-1} s s^T \\ (K_{rr})^{-1} + \frac{(1-\lambda)^2 b^2}{s^T(K_{rr})^{-1}s} \left[(K_{rr})^{-1} - \frac{(K_{rr})^{-1} s s^T (K_{rr})^{-1}}{s^T(K_{rr})^{-1}s} \right] \quad (45)$$

4.3 均方误差的收敛性

由约束条件和独立性假定,再采用与分析 RLS 算法均方误差类似的方法,可以得到 BRLS 算法的均方误差在 n 足够大时满足

$$MSE(n) \approx 1 - 2b \sqrt{P_s} + w_{MMOE}^T(K_{rr}) w_{MMOE} + \text{tr}[(K_{rr}) K(n-1)] \quad (46)$$

$$\text{以及} \quad MSE(\infty) \approx 1 - 2b \sqrt{P_s} + \frac{b^2(1+c)}{s^T(K_{rr})^{-1}s} \quad (47)$$

其中常数 $c = \frac{1-\lambda}{2\lambda} (N-1)$.

4.4 稳态输出信干比

采用与 3.2 节分析 RLS 稳态信干比类似的推导过程,可得到 BRLS 的稳态输出信干比为

$$SIR^\infty = \frac{SIR_M}{(1+c) + c \cdot SIR_M} \quad (48)$$

一般情况下 $\lambda \approx 1$, 对于慢自适应过程有 $N(1-\lambda) \ll 1$, 因此 $c \approx \beta \ll 1$, 那么在 $SIR_M \gg 1$, 尤其是 $c \cdot SIR_M \gg 1$ 情况下, BRLS 算法的稳态输出信干比不会超过 $1/c (\approx 1/\beta)$.

结论: (1) BRLS 权矢量均值、均方误差的收敛性与 K_{rr} 特征值分布无关; (2) 在 $SIR_M \gg 1$, 特别是 $c \cdot SIR_M \gg 1$ 时, 算法的稳态信干比不超过 $1/c$. 而前面的 RLS 算法在 $SIR_M \gg 1$ 情况下的稳态输出信干比约等于 $SIR_M/(\beta+1)$, 显然, RLS 算法抑制干扰性能优于 BRLS.

尽管两算法分别收敛到 w_{MMSE} 和 w_{MMOE} , 且 w_{MMSE} 和 w_{MMOE} 的输出信干比就是最大输出信干比, 但两算法的递推规则不同, 因而稳态时在最优值附近所做的随机扰动不同, 导致稳态输出信干比也不相同. 考虑到两种自适应算法的特点, 合理的做法是: 起始阶段采用 BRLS 算法, 收敛后切换为判决反馈模式(即用判决器的输出作为期望信号)的 RLS 算法; 如果环境发生变化, 应切换到盲自适应模式, 待收敛后再切换为判决反馈模式.

RLS 算法收敛速度快, 但数值稳定性差, 运算复杂度为 $O(N^2)$, 很难并行实现. 正交三角分解——递推最小二乘(QR-RLS)算法能很好地克服 RLS 的缺点, 容易用脉动阵列(systolic array)结构并行实现, 进而显著提高处理速度^[5,6].

5 实验结果

NBI 易产生, 功率谱密度容易做的很高, 且几个 NBI 就可覆盖一定的带宽, 是军事领域常用的干扰样式. 民用通信中, 扩频系统与窄带通信系统共享频率资源时, 后者对扩频系统的影响不容忽视. 常用的 NBI 抑制技术有: 变换域技术和时域预测技术, 前者属于开环自适应技术, 后者属于闭环自适应技

术, 抑制干扰性能优于前者. 时域预测技术当中又以非线性内插——相减器的抑制干扰性能最好, 其输出信干比上界

$$\text{为}^{[8,9]} \quad (P_s/2\pi) \int_{-\pi}^{\pi} [\sigma_v^2 + 2\pi S_i(\omega)]^{-1} d\omega \quad (49)$$

线性内插——相减器的输出信干比上界为

$$\frac{NP_s \int_{-\pi}^{\pi} [P_s/N + \sigma_v^2 + 2\pi S_i(\omega)]^{-1} d\omega}{2\pi N - P_s \int_{-\pi}^{\pi} [P_s/N + \sigma_v^2 + 2\pi S_i(\omega)]^{-1} d\omega} \quad (50)$$

其中 $S_i(\omega)$ 为 NBI 的功率谱密度.

常将 NBI 建模为自回归(AR)过程, 即

$$i(k) = - \sum_{l=1}^p a_l i(k-l) + u(k) \quad (51)$$

其中阶数 $p \ll N$, $u(k)$ 是方差为 σ_u^2 的白高斯过程.

下面就以信干比为 20dB (将扩频信号功率归一化为 1), 两极点位于 0.99 的二阶 AR 型干扰为例. 扩频系统选用长度为 31 的 m 序列作为扩频序列, 信噪比为 20dB. 将这些参数代入最大输出信干比公式可得: 无干扰, 有干扰时的最大输出信干比分别为 20dB 和 19.25dB.

取两算法的遗忘因子为 0.995, 根据式(24)和式(48)可得: 有干扰情况下, RLS 和 BRLS 算法的稳态输出信干比分别为 18.89dB 和 10.55dB. 根据式(49)、式(50)可得非线性、线性内插——相减器的输出信干比上界分别为 19.06 dB 和 17.82 dB. 这些数据表明: RLS 算法的稳态信干比高于线性内插——相减器的输出信干比上界, 接近于非线性内插——相减器的输出信干比上界; BRLS 算法的干扰抑制性能劣于 RLS 算法.

下面再用实验验证.

实验 1: BRLS 算法对环境的适应能力

第 500 次迭代时加入干扰, 到第 1000 次迭代时再去掉. 图 1 为 BRLS 算法输出信干比与迭代次数的关系曲线, 图中的分段水平实线标注最大输出信干比. 图 1 表明第 500 次迭代时输出信干比明显下降, 经过几次迭代后再次达到稳态; 第 1000 次迭代前后, 输出信干比变化很小, 这表明 BRLS 算法能快速适应环境变化.

实验 2: BRLS 算法与 RLS 算法的切换(AR 干扰情况)

前 500 次迭代采用 BRLS 算法, 之后启用判决反馈模式的 RLS 算法. 图 2 为输出信干比与迭代次数的关系曲线, 同样用水平实线标注最大输出信干比. 图 2 表明: 启用判决反馈模式的 RLS 算法后, 输出信干比明显增大, 且稳态输出信干比与最大输出信干比很接近, 这些都很好地验证了本文关于 RLS 和

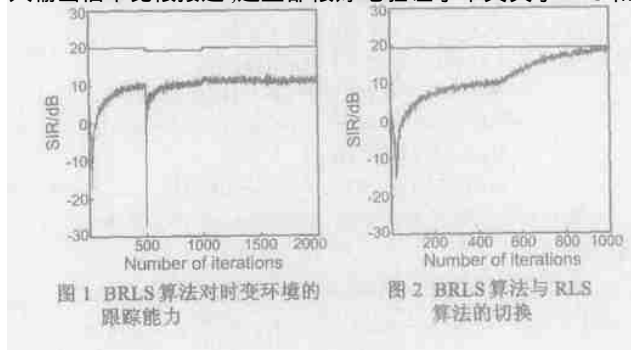


图 1 BRLS 算法对时变环境的跟踪能力

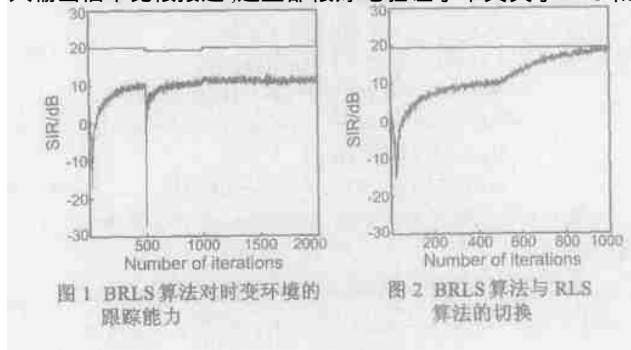


图 2 BRLS 算法与 RLS 算法的切换

BRLS 算法的分析结果.

6 结论

本文研究了扩频系统中最小误码率意义下的最优干扰抑制技术,从最小均方误差准则和约束最小均值输出能量准则出发分别得到了实现最优干扰抑制的两种自适应算法:递推最小二乘以及盲递推最小二乘算法.前者抑制干扰效果好,但需要已知期望信号;后者不需要期望信号,可应用于时变环境,但抑制干扰效果较差.两种自适应算法的合理配合,能充分发挥两算法的优点,又回避了各自的不足,具有很强的实用性.

参考文献:

- [1] L B Milstein. Interference rejection techniques in spread spectrum communication[J]. Proc. IEEE,1988,76(7):657 - 671.
- [2] H V Poor. Active interference suppression in CDMA overlay systems [J]. IEEE J Select Areas Commun,2001,19(1):4 - 20.
- [3] H V Poor, L A Rusch. Narrowband interference suppression in spread spectrum CDMA[J]. IEEE Pers Commun,1994(3):14 - 27.
- [4] M J Medley. Adaptive Narrow-Band Interference Suppression Using Linear Transforms and Multirate Filter Banks[D] Ph. D. thesis. Rensselaer Polytechnic Institute. 1995.
- [5] S Haykin. Adaptive Filter Theory[M]. Second edition, Englewood Cliffs Prentice-Hall,1991. 272 - 454.
- [6] T Ulay Adalt, Sasan H, Ardalan. On the effect of input signal correlation on weight misadjustment in the RLS algorithm[J]. IEEE Trans Signal Processing,1995,43(4):988 - 991.
- [7] E Eleftheriou, D D Falconer. Tracking properties and steady-state performance of RLS adaptive filter algorithms[J]. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Processing,1986,34(5):1097 - 1109.
- [8] H V Poor, X D Wang. Code-aided interference suppression for DS/ CDMA communications-part I: interference suppression capability [J]. IEEE Trans Commun,1997,45(9):1101 - 1111.
- [9] H V Poor, X D Wang. Code-aided interference suppression for DS/ CDMA communications-part II: parallel blind adaptive implementations [J]. IEEE Trans Commun,1997,45(9):1112 - 1122.
- [10] B Widrow, E Walach. Adaptive Inverse Control[M]. 刘树棠,韩崇昭译. 西安:西安交通大学出版社.2000.5.

作者简介:



李 琳 女,1976年12月出生于陕西三原,2004年毕业于国防科技大学电子科学与工程学院,获博士学位,主要从事扩频通信以及卫星导航系统中的抗干扰技术研究. E-mail:z2029@263.net.

周文辉 男,1975年8月出生于陕西蒲城,2004年获国防科技大学电子科学与工程学院博士学位,研究方向为数据融合与传感器管理技术、综合电子战.

谭述森 男,高级工程师,长期从事卫星导航定位工程设计研究、航天装备规划、论证、设备研制等工作,国家重点工程“北斗一号”地面应用系统副总设计师,第二代卫星导航系统“北斗二号”大系统副总设计师,获全国科学大会奖1项,国家科技进步二等奖1项,部委级科技进步一等奖3项.