

# 分数阶傅里叶变换域上带通信号的采样定理

张卫强, 陶 然

(北京理工大学电子工程系, 北京 100081)

**摘 要:** 傅里叶变换和采样定理是信号处理领域的两大基本问题, 采样定理研究了傅里叶变换域上带限信号的采样和重构理论. 分数阶傅里叶变换(FRFT)是傅里叶变换的一种推广, 与之相应的采样理论目前还不十分完备, 所以有必要从 FRFT 域上重新研究采样定理. 本文首先得到了均匀冲激串采样信号的 FRFT, 然后在此基础上导出了 FRFT 域上带通信号和低通信号的采样定理和重构公式. 这些结果是经典理论的推广, 将丰富分数阶傅里叶变换的理论体系.

**关键词:** 分数阶傅里叶变换; 带通信号; 采样定理; 重构公式

**中图分类号:** TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 07-1196-04

## Sampling Theorems for Bandpass Signals with Fractional Fourier Transform

ZHANG Wei qiang, TAO Ran

(Department of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** Fourier transform and sampling theorem are the two fundamental problems in signal processing fields. The traditional sampling theorem clarifies the sampling and reconstruction theories of the bandlimited signals with Fourier transform. The fractional Fourier transform (FRFT) is a generalization of the ordinary Fourier transform. And the sampling theories related to it have not been completed yet, so the sampling theorem needs to be restudied in the FRFT domain. In this paper, we first obtain the FRFT of the uniform impulse-train sampled signals, and based on it, we deduce sampling theorem and reconstruction formula for bandpass and low-pass signals with FRFT. Our work is a generalization of the classical results and will enrich the theoretical system of the fractional Fourier transform.

**Key words:** fractional Fourier transform; bandpass signal; sampling theorem; reconstruction formula

## 1 引言

自从 1980 年 Namias 提出分数阶傅里叶变换 (fractional Fourier transform, FRFT) 的概念<sup>[1]</sup>以来, 在短短的二十几年里, FRFT 的理论和应用得到了长足的发展. 1987 年, McBride 和 Kerr 对 FRFT 作了更加严格的数学定义<sup>[2]</sup>, 使之具备了一些很重要的性质; 之后 Almeida 又将其解释为时频平面上的旋转算子<sup>[3]</sup>; 其间还有研究人员从光学的角度研究 FRFT. 随着理论体系的不断完备, FRFT 已经被应用到包括量子力学、微分方程求解、光信号传输、光图像处理、电信号处理、人工神经网络、通信信号处理和时频分析等很多领域中<sup>[4~10]</sup>.

作为传统傅里叶变换的推广, FRFT 的很多性质都可以看成是傅里叶变换的推广和一般化. 一些结果譬如 FRFT 域上的卷积与乘积定理、FRFT 域上的低通采样定理等已经由国内外学者陆续从不同角度得到<sup>[11~14]</sup>.

采样定理在数字信号处理领域是一个非常基础的命题,

它回答了对信号如何采样和如何重构的问题. 自从 Nyquist 和 Shannon 提出基本的低通采样定理以来<sup>[15, 16]</sup>, 采样定理已经发展了七十多年, 其间有许多变种出现, 如带通采样定理、非均匀采样定理等等<sup>[17, 18]</sup>. 对于 FRFT 域上低通信号的采样定理虽然已有研究, 但给出的结论并不十分明确<sup>[11, 12]</sup>.

本文的主要目的是从信号与系统的角度研究 FRFT 域上带通信号的采样定理, 为此首先给出了均匀冲激串采样信号的 FRFT, 然后导出 FRFT 域上带通信号的采样定理, 作为特例, 也给出了 FRFT 域上低通信号的采样定理.

## 2 FRFT 及其域上带通信号的定义

### 2.1 FRFT 的定义

信号  $x(t)$  的 FRFT 可以理解成将其 Wigner 分布在时频平面上绕原点顺时针旋转  $\alpha$  角, 与此对应的积分形式定义为<sup>[5]</sup>

$$X_{\alpha}(u) = F_{\alpha}[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} K_{\alpha}(u, t) x(t) dt \quad (1)$$

其中积分核为

$$K_{\alpha}(u, t) = \begin{cases} A_{\alpha} e^{j\frac{t^2}{2}\cot\alpha - jut\csc\alpha + j\frac{u^2}{2}\cot\alpha}, & \alpha \neq k\pi \\ \delta(u - t), & \alpha = 2k\pi \\ \delta(u + t), & \alpha = (2k+1)\pi \end{cases} \quad (2)$$

式中  $A_{\alpha} = \sqrt{\frac{1-j\cot\alpha}{2\pi}}$ ,  $k$  取整数. 可以看出, 当  $\alpha = \pi/2$  时, FRFT 将变成傅里叶变换, 所以傅里叶变换是 FRFT 的一个特例.

## 2.2 FRFT 域上的带通信号的定义

如果存在  $0 \leq \Omega_l < \Omega_h$ , 使得信号  $x(t)$  的 FRFT 满足

$$X_{\alpha}(u) = 0, \quad \text{当 } |u| > \Omega_h \text{ 或 } |u| < \Omega_l \quad (3)$$

则称  $x(t)$  为 FRFT 域上的带通信号. 其 FRFT 域上的带宽可定义为

$$\Omega_{\alpha} = \Omega_h - \Omega_l \quad (4)$$

特别地, 当  $\Omega_l = 0$  时, 带通信号将变成低通信号. 我们平时所说的带通和低通信号实际上是指  $\alpha = \pi/2$  的 FRFT 域(即傅里叶变换域)上带通和低通信号.

## 3 均匀冲激串采样信号的 FRFT

为了推导采样定理, 我们先来研究均匀冲激串采样信号的 FRFT. 假设模拟信号  $x(t)$  被一冲激串以采样周期  $T_s$  均匀采样, 可得采样信号为

$$x_s(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \quad (5)$$

根据定义(1), 可知  $x_s(t)$  的 FRFT 为

$$\begin{aligned} F_{\alpha}[x_s(t)] &= \int_{-\infty}^{\infty} K_{\alpha}(u, t) x_s(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} K_{\alpha}(u, t) x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) dt \end{aligned} \quad (6)$$

交换积分和求和顺序, 可得

$$F_{\alpha}[x_s(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_{\alpha}(u, t) x(t) \delta(t - nT_s) dt \quad (7)$$

由于  $\delta(t - t_0)$  的傅里叶变换为  $e^{j\omega t_0}$ , 用  $nT_s$  替换  $t_0$ , 可以得到  $\delta(t - nT_s)$  的傅里叶变换为  $e^{j\omega(t - nT_s)}$ . 根据傅里叶变换的定义<sup>[19]</sup>, 容易得到

$$\delta(t - nT_s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(t - nT_s)} d\omega \quad (8)$$

再用  $v \csc\alpha$  替换  $\omega$ , 可得

$$\delta(t - nT_s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{jv(t - nT_s) \csc\alpha} \csc\alpha dv \quad (9)$$

将式(9)代入式(7), 可得

$$\begin{aligned} F_{\alpha}[x_s(t)] &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_{\alpha}(u, t) x(t) \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{jv(t - nT_s) \csc\alpha} \csc\alpha dv \right) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{\alpha} e^{j\frac{t^2}{2}\cot\alpha - jut\csc\alpha + j\frac{u^2}{2}\cot\alpha} e^{jv(t - nT_s) \csc\alpha} \csc\alpha x(t) dt \csc\alpha dv \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \int_{-\infty}^{\infty} A_{\alpha} e^{j\frac{t^2}{2}\cot\alpha - jut\csc\alpha + j\frac{u^2}{2}\cot\alpha} e^{j\frac{(u-v)^2}{2}\cot\alpha} x(t) dt \right) e^{j\frac{2uv-v^2}{2}\cot\alpha} \\ &\quad \cdot e^{-jnT_s \csc\alpha} \csc\alpha dv \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_{\alpha}(u - v) e^{j\frac{2uv-v^2}{2}\cot\alpha} e^{-jnT_s \csc\alpha} \csc\alpha dv \end{aligned} \quad (10)$$

再次交换积分和求和顺序

$$F_{\alpha}[x_s(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} X_{\alpha}(u - v) \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jnT_s \csc\alpha} e^{j\frac{2uv-v^2}{2}\cot\alpha} \csc\alpha dv \quad (11)$$

由于冲激串  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$  的傅里叶级数为  $a_k = \frac{1}{T}$ , 根据傅里叶级数的定义<sup>[19]</sup>, 可得

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} e^{jn(2\pi/T)t} \quad (12)$$

用  $\frac{2\pi \sin\alpha}{T_s}$  替换  $T$ , 用  $v$  替换  $t$ , 可以得到

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(v - n \frac{2\pi \sin\alpha}{T_s}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{T_s}{2\pi \sin\alpha} e^{jn(T_s/\sin\alpha)v} \quad (13)$$

于是

$$\frac{2\pi}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(v - n \frac{2\pi \sin\alpha}{T_s}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jnT_s \csc\alpha} \csc\alpha = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jnT_s \csc\alpha} \csc\alpha \quad (14)$$

也就是

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jnT_s \csc\alpha} \csc\alpha = \frac{2\pi}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(v - n \frac{2\pi \sin\alpha}{T_s}\right) \quad (15)$$

将式(15)代入式(11), 可得

$$\begin{aligned} F_{\alpha}[x_s(t)] &= \frac{1}{T_s} \int_{-\infty}^{\infty} X_{\alpha}(u - v) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(v - n \frac{2\pi \sin\alpha}{T_s}\right) e^{j\frac{2uv-v^2}{2}\cot\alpha} dv \\ &= \frac{1}{T_s} e^{j\frac{u^2}{2}\cot\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} X_{\alpha}(u - v) e^{-j\frac{(u-v)^2}{2}\cot\alpha} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(v - n \frac{2\pi \sin\alpha}{T_s}\right) dv \end{aligned} \quad (16)$$

最后可得

$$F_{\alpha}[x_s(t)] = \frac{1}{T_s} e^{j\frac{u^2}{2}\cot\alpha} [X_{\alpha}(u) e^{-j\frac{u^2}{2}\cot\alpha} * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(u - n \frac{2\pi \sin\alpha}{T_s})] \quad (17)$$

式中, “\*” 代表卷积.

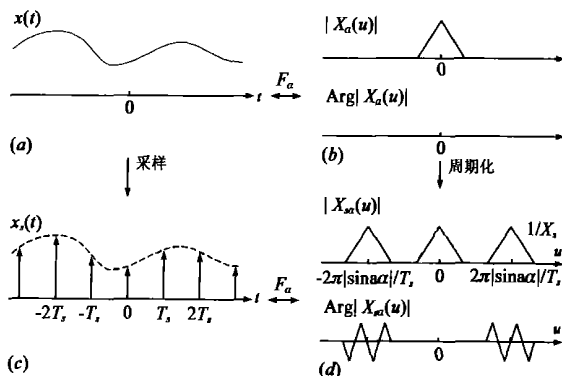


图 1 时域采样对 FRFT 域的影响: (a) 连续时间信号  $x(t)$ , (b)  $x(t)$  的分数阶傅里叶变换  $X_{\alpha}(u)$ , (c)  $x(t)$  均匀采样得到的信号  $x_s(t)$ , (d)  $x_s(t)$  的分数阶傅里叶变换  $X_{\alpha}(u)$

式(17)给出了原始信号与采样信号 FRFT 之间的关系, 根据式(17), 图 1 以 FRFT 域上的低通信号为例给出了信号时域采样过程对 FRFT 域的影响. 可以看到信号在时域采样, 相当于在 FRFT 域上周期化(伴随有相位变化). 为了便于理解, 我们可以在概念上将这种周期化其分成三步完成: (1) 原始信号

的 FRFT 被一线性调频信号  $e^{-j\frac{u^2}{2}\cot\alpha}$  调制; (2)“调制”后的信号以  $\frac{2\pi|\sin\alpha|}{T_s}$  为周期进行周期复制; (3) 复制后整个信号再被另一相位相反的线性调频信号  $\frac{1}{T}e^{j\frac{u^2}{2}\cot\alpha}$  解调”。

#### 4 采样定理

由式(17)可以看到, 在 FRFT 域上,  $X_a(u)e^{-j\frac{u^2}{2}\cot\alpha}$  将以周期  $\frac{2\pi|\sin\alpha|}{T_s}$  复制; 另一方面, 由带通信号的定义, 可知当  $|u| > \Omega_h$  或  $|u| < \Omega_l$  时,  $X_a(u)e^{-j\frac{u^2}{2}\cot\alpha} = 0$ 。显然, 我们可以在  $1 \leq N \leq \lfloor \frac{\Omega_h}{\Omega_l} \rfloor$  范围内选择合适的  $N$ , 其中  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整, 使得

$$N \frac{2\pi|\sin\alpha|}{T_s} \geq 2\Omega_h \quad (18a)$$

$$(N-1) \frac{2\pi|\sin\alpha|}{T_s} \leq 2\Omega_l \quad (18b)$$

同时成立, 这样信号在 FRFT 域上谱就没有混迭, 在时域上也就能够完美重构  $x(t)$ , 具体数量关系可参见图 2(b)。如果令采样频率为

$$\Omega_s = \frac{2\pi}{T_s} \quad (19)$$

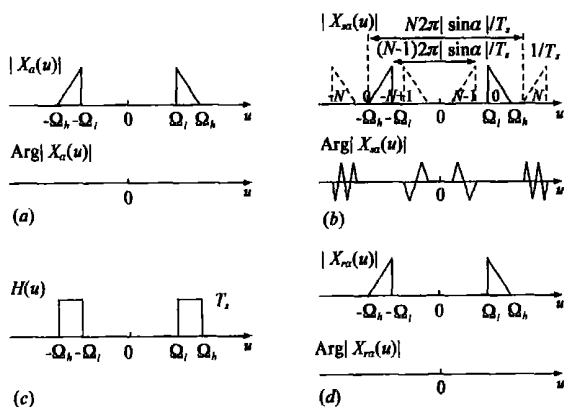


图 2 信号的重构: (a) 原始信号的分段傅里叶变换  $X_a(u)$ , (b) 采样后信号的分段傅里叶变换  $X_m(u)$ , (c) 理想的 FRFT 域上的带通滤波器, (d) 重构信号的分段傅里叶变换  $X_r(u)$

当  $N > 1$  时, 由式(18)可得

$$\frac{2\Omega_h|\csc\alpha|}{N} \leq \Omega_s \leq \frac{2\Omega_l|\csc\alpha|}{N-1} \quad (20a)$$

当  $N = 1$  时, 式(18b)恒成立, 由式(18a)可得

$$\Omega_s \geq 2\Omega_h|\csc\alpha| \quad (20b)$$

式(20)给出了 FRFT 域带通信号的采样定理。如果令  $\Omega_l = 0$ , 则  $\Omega_h = \Omega_a$ , 式(20)将变成 FRFT 域低通信号的采样定理。

$$\Omega_s \geq 2\Omega_a|\csc\alpha| \quad (21)$$

进一步地, 如果令  $\alpha = \pi/2$ , 即  $\csc\alpha = 1$ , 式(20)和(21)将分别变成经典的带通和低通采样定理<sup>[17, 19]</sup>。

#### 5 重构公式

如果采样频率满足上述的采样定理, 那么如何由采样样本重构原始信号呢? 仔细观察可以发现, 式(17)是一个无穷级数, 而  $n = 0$  对应的一项恰好为  $\frac{1}{T_s}X_a(u)$ 。所以如果在 FRFT 域, 将  $F_a[x_s(t)]$  通过一个理想的带通滤波器

$$H(u) = \begin{cases} T_s, & \Omega_l \leq |u| \leq \Omega_h \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (22)$$

那么我们在 FRFT 域上就能重构  $X_r(u)$  (与  $X_a(u)$  相同), 整个过程如图 2 所示。  $X_r(u)$  再经过逆 FRFT, 就能得到  $x_r(t)$  (与  $x(t)$  相同)。写成数学形式, 重构信号为

$$\begin{aligned} x_r(t) &= F^{-1}_a[F_a[x_s(t)]H(u)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} K_{-a}(u, t)(H(u) \int_{-\infty}^{\infty} K_a(u, \tau)x_s(\tau) d\tau) du \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x_s(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} K_{-a}(u, t)K_a(u, \tau)H(u) du d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x_s(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\csc\alpha|}{2\pi} e^{-j\frac{\tau^2}{2}\cot\alpha} e^{j\tau\csc\alpha} e^{j\frac{\tau^2}{2}\cot\alpha} e^{-ju(t-\tau)\csc\alpha} H(u) du d\tau \\ &= e^{-j\frac{t^2}{2}\cot\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\frac{\tau^2}{2}\cot\alpha} x_s(\tau) \frac{|\csc\alpha|}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ju(t-\tau)\csc\alpha} H(u) du d\tau \end{aligned} \quad (23)$$

容易证明

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} e^{ju(t-\tau)\csc\alpha} H(u) du \\ &= T_s \int_{\Omega_l}^{\Omega_h} e^{ju(t-\tau)\csc\alpha} du + T_s \int_{-\Omega_h}^{-\Omega_l} e^{ju(t-\tau)\csc\alpha} du \\ &= \frac{2T_s[\sin[\Omega_h(t-\tau)\csc\alpha] - \sin[\Omega_l(t-\tau)\csc\alpha]]}{(t-\tau)\csc\alpha} \end{aligned} \quad (24)$$

所以

$$\begin{aligned} x_r(t) &= e^{-j\frac{t^2}{2}\cot\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\frac{\tau^2}{2}\cot\alpha} x_s(\tau) \\ &\quad \cdot \frac{T_s[\sin[\Omega_h(t-\tau)\csc\alpha] - \sin[\Omega_l(t-\tau)\csc\alpha]]}{\pi(t-\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (25)$$

再根据式(5), 式(25)可以变成

$$\begin{aligned} x_r(t) &= e^{-j\frac{t^2}{2}\cot\alpha} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\frac{(nT_s)^2}{2}\cot\alpha} x(nT_s) \\ &\quad \cdot \frac{T_s[\sin[\Omega_h(t-nT_s)\csc\alpha] - \sin[\Omega_l(t-nT_s)\csc\alpha]]}{\pi(t-nT_s)} \end{aligned} \quad (26)$$

这就是 FRFT 域带通信号的重构公式。与采样定理类似, 如果令  $\Omega_l = 0$ , 则式(26)将变成 FRFT 域低通信号的重构公式。进一步, 如果我们选取采样频率  $\Omega_s = 2\Omega_a|\csc\alpha|$ , 式(26)将变成

$$x_r(t) = e^{-j\frac{t^2}{2}\cot\alpha} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\frac{(nT_s)^2}{2}\cot\alpha} x(nT_s) \frac{\sin[\Omega_a(t-nT_s)\csc\alpha]}{\Omega_a(t-nT_s)\csc\alpha} \quad (27)$$

这一结果与文献[11, 12]中的结果是一致的。

同理, 如果令  $\alpha = \pi/2$ , 式(26)和式(27)也将分别变成经典的带通和低通重构公式。

## 6 结论

本文研究了分数阶傅里叶变换域上带限信号的采样问题. 首先给出了均匀冲激串采样信号的 FRFT, 然后从信号与系统的角度, 导出了 FRFT 域上带通信号的采样定理. 这一定理是传统理论的推广, FRFT 域上低通信号的采样定理、经典的带通采样定理和低通采样定理都是它的特例. 该定理的提出将完善分数阶傅里叶变换的理论体系, 并进一步推动其应用领域的发展.

### 参考文献:

- [1] Namias V. The fractional order Fourier and its application to quantum mechanics[J]. J. Inst Appl Math, 1980, 25(3): 241–265.
- [2] McBride A C, Kerr F H. On Namias' s fractional Fourier transforms [J]. MA J Appl Math, 1987, 39(2): 159–175.
- [3] Almeida L B. The fractional Fourier transform and time frequency representations[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 42(11): 3084–3091.
- [4] Ozaktas H M, Zalevsky Z, Kutay M A. The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing[M]. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [5] 陶然, 齐林, 王越. 分数阶 Fourier 变换的原理与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.  
Tao Ran, Qi Lin, Wang Yue. Theory and Applications of the Fractional Fourier Transform[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004 (in Chinese).
- [6] Mendlovic D, Ozaktas H M. Fractional fourier transform in optic[J]. Proc SPIE, 1999, 3749: 40–41.
- [7] Ozaktas H M, Barshan B, et al. Convolution, filtering, and multiplexing in fractional Fourier domains and their relationship to chirp and wavelet transforms[J]. J. Opt. Soc. Amer A, 1994, 11(2): 547–559.
- [8] Martone M. A multicarrier system based on the fractional Fourier transform for time–frequency–selective channels[J]. IEEE Trans Commun, 2001, 49(6): 1101–1020.
- [9] 齐林, 陶然, 周思永, 王越. 基于分数阶 Fourier 变换的多分量 LFM 信号的检测和参数估计[J]. 中国科学 E 辑, 2003, 33(8): 749–759.  
Qi Lin, Tao Ran, Zhou Siyong, Wang Yue. Detection and parameter estimation of multicomponent LFM signal based on the fractional Fourier transform[J]. Science in China, Ser E 2003, 33(8): 749–759 (in Chinese).
- [10] 齐林, 陶然, 周思永, 王越. DSSS 系统中基于分数阶傅里叶变换的扫频干扰抑制算法[J]. 电子学报, 2004, 32(5): 799–802.

Qi Lin, Tao Ran, Zhou Siyong, Wang Yue. Frequency sweeping interference suppressing in DSSS system using fractional Fourier transform[J]. Acta Electronica Sinica. 2004, 32(5): 799–802 (in Chinese).

- [11] Xia X G. On handlimited signals with fractional Fourier transform[J]. IEEE Signal Processing Lett, 1996, 3(3): 72–74.
- [12] Zayed A I. On the relationship between the Fourier and fractional Fourier transforms[J]. IEEE Signal Processing Lett, 1996, 3(12): 310–311.
- [13] Almeida L B. Product and convolution theorems for the fractional fourier transform[J]. IEEE Signal Processing Lett, 1997, 4(1): 15–17.
- [14] Zayed A I. A convolution and product theorem for the fractional fourier transform[J]. IEEE Signal Processing Lett, 1998, 5(5): 101–103.
- [15] Nyquist H. Certain topics in telegraph transmission theory[J]. Trans A IEE, 1928, 47(1): 617–644.
- [16] Shannon C E. Communications in the presence of noise[J]. Proc IRE, 1949, 37(1): 10–21.
- [17] Vaughan R G, Scott N L, White D R. The theory of bandpass sampling[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1991, 39(9): 1973–1984.
- [18] Vaidyanathan P P. Generalizations of the sampling theorem: Seven decades after Nyquist[J]. IEEE Trans Circuits Syst I, 2001, 48(9): 1094–1109.
- [19] Oppenheim A V, Willsky A S. Signals and Systems[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1997.

### 作者简介:



张卫强 男, 1979 年 1 月出生于河北雄县, 2002 年于石油大学(华东)获得应用物理学学士学位, 2005 年于北京理工大学获得通信与信息系统硕士学位, 现为 IEEE 学生会会员, 目前感兴趣的研究方向有高阶统计量、时频分析、自适应信号处理等. E-mail: weiqiangzhang@sina.com.



陶然 男, 1964 年 11 月出生于安徽南陵, 1993 年于哈尔滨工业大学获博士学位, 1996 年于北京理工大学电子学与通信学科博士后出站, 2001 年 3 月至 2002 年 4 月在美国密西根大学(The University of Michigan, Ann Arbor)访问研究一年. 现任北京理工大学电子工程系副主任、信息安全与对抗研究中心主任、信息安全与对抗学科

首席教授、博士生导师, 发表论文 100 余篇, 以第一作者出版著作、教材 4 部.