

Turbo 码中的关键比特及保护

张卫党¹, 袁 聪², 王新梅²

((1. 郑州大学信息工程学院, 河南郑州 450052; 2 西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室, 陕西西安 710071))

摘 要: 本文讨论了 Turbo 码中低码重码字中的非零比特对干扰的敏感度, 指出码字的重量越低, 对干扰的敏感度越大. 然后, 通过对这些高敏感度的比特—关键比特—进行保护, 使码的抗干扰特性得以提高. 理论分析表明, 对关键比特的保护, 相当于提高了码的最小重量. 计算机仿真显示, 无论是不删截的 1/3 码率, 还是删截的 1/2 码率, 误码率都有了明显改进.

关键词: Turbo 码; 码重分布; 误码率

中图分类号: TN918.1 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2005)07-1183-04

The High Sensitivity Bits in Turbo Codes and Their Protections

ZHANG Wei-dang¹, YUAN Cong², WANG Xinmei²

(1. School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou, Henan 450052, China;

2 National Key Lab of ISN, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: In this paper, the sensitivities of the non zero bits in the codewords with low weights in Turbo codes to the interruptions are discussed and the result is that the lower weight the higher sensitivity. Theoretical analysis shows that through the protections on such key bits that have high sensitivities, the minimal weight of the codes can be improved apparently. The simulations also give out the supported results: The BER has been highly improved for code rate both 1/3 and 1/2.

Key words: Turbo codes; distribution of code weight, BER

1 引言

Turbo 码的“错误平层”(error floor)是由最小码重的大小和数量决定^[1]. 如何降低“错误平层”, 或增加最小码重已有大量文献进行了研究. 如文献[2~4]. 在这些方法中, 一般都是通过对交织器设计的改进或对分量码设计的改进来达到降低错误平层的目的. 在文献[4~6等]中采用了另外一类方法—不等保护法—来改善 Turbo 码的特性. 文献[4, 5]对信道干扰敏感的位置上的比特再进行一次 BCH 编码, 取得了明显的效果, 但码率有所损失. 文献[6]对文献[4, 5]中的方法进行更进一步的讨论. 指出对于误帧率, 这种方法不仅可以提高渐进特性, 还可以改善“瀑布区”特性, 除此之外, 还能提供一个更可靠的迭代终止判断准则. 在上述方法中, 基本上都是只考虑到重 2 自结尾输入序列的影响. 在本文中, 提出了一种基于低码重分布的不等保护方法, 这种方法可以在已有最佳方案的基础上对编码序列进一步改进, 使码的误码特性得到进一步的改善, 而且原有的编译码方案几乎不需要改动. 本文组成如下: 第一部分首先提出了关键比特的概念, 第二部分讨论了 Turbo 码中的关键比特, 第三部分给出了对关键比特的保护方法, 第四部分讨论了在对关键比特进行保护时删截比特的选取, 第五部分

分析了关键比特保护后最小码重的变化, 最后是结论.

2 关键比特

定义 1 集合

$V_{i,j} = (q_{i,j,1}, q_{i,j,2}, \dots, q_{i,j,i}), i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, A_i$ (1)
式(1)中下标 i, j 是指重量为 i 的码字中的第 j 个码字, q 表示这个码字中非零元素在原码字中的位置, q 的第三个下标表示非零元素的序号, A_i 是重量为 i 的码字的数目, n 是码字长度.

定义 2 集合

$$V_i = (V_{i,1} \cup V_{i,2} \cup \dots \cup V_{i,A_i}), i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式(2)中 $V_{i,j} = (q_{i,j,1}, q_{i,j,2}, \dots, q_{i,j,i})$ 同定义 1, 符号 \cup 表示集合的并.

由上述两个定义可以看出, 集合 V_i 是重量为 i 的所有码字的非零元素的位置集合, 而 $V_{i,j}$ 是 V_i 的一个子集, 它是重量为 i 的码字中的第 j 个码字的所有非零元素的位置集合.

我们用 d_1 表示码 C 的最小码重, 用 d_2 表示次最小码重, 以此类推. 设 c_{d_1} 是重量为 d_1 的码字中的一个码字, 如果 C 是一个线性码, 则任给一个码字 $c_i \in C$, 一定存在一个码字 $c_j \in C$, 使得 $c_i = c_j + c_{d_1}$. 在译码判决中, 假设发送 c_i , 如果在

接收到的码字中出现的错误比特数小于 $\lfloor (d_1 - 1)/2 \rfloor$ ，则无论这些错误比特出现在码字的那些位置， c_i 都将被无误译出。但如果在接收到的码字中出现的错误比特数不小于 $\lfloor (d_1 - 1)/2 \rfloor$ ，小于 $\lfloor (d_2 - 1)/2 \rfloor$ ，则当所有这些错误比特集中出现在任意一个 $V_{d_1,j}(j = 1, 2, \dots, A_{d_1})$ 中时， c_i 将被错误地译为 c_j ；但如果当这些错误比特没有集中出现在一个 $V_{d_1,j}(j = 1, 2, \dots, A_{d_1})$ 中，而是分散出现且使得每个 $V_{d_1,j}(j = 1, 2, \dots, A_{d_1})$ 中的错误比特数小于 $\lfloor (d_1 - 1)/2 \rfloor$ ，在这种情况下， c_i 仍将被无误译出。由此我们可以看出，出现在集合 $V_{d_1,j}(j = 1, 2, \dots, A_{d_1})$ 中的比特对干扰有最高的敏感度，也就是说当这些位置上的比特受到干扰后，最容易产生错误译码。同样道理，出现在集合 $V_{d_2,j}(j = 1, 2, \dots, A_{d_2})$ 中的比特对干扰有次最高的敏感度，以此类推。我们称这些对干扰敏感度高的比特为关键比特。如果我们能对这些具有高敏感度的关键比特进行保护，使其少受干扰，就能提高码的抗干扰性能，使误码率降低。但不幸的是，对于一般的线性分组码和卷积码，低码重码字的数目很多，如在(7, 4)汉明码中，有7个最小码重为3的码字，它们非零比特的位置覆盖了所有比特的位置，也就是说每个比特都是关键比特。因此，对这些比特的保护就没有任何意义。而对于 Turbo 码，由于其具有稀疏低码重分布，使得对关键比特的保护成为可能。

表 1 是一个 Turbo 码的低码重分布的前两项的输入图案。Turbo 码的生成矩阵为(1, 10001/10011)，采用随机交织器，交织长度为 24，码率为 1/3。

表 1 低码重分布前两项的输入图案

码字重量	输入图案
7	(4, 7, 8)
11	(3, 6, 7)

图 1 给出了译码后，信息序列中不同位置上的比特错误译码个数的比例。AWGN 信道，BCJR 算法，迭代 5 次。每个模拟点的比特数是 100000000。曲线 1 是 E_b/N_0 从 0 到 6dB 时所有译码错误数的比例，曲线 2 是 E_b/N_0 从 3.5 到 4.5dB 时所有译码错误数的比例，而曲线 3 是 E_b/N_0 从 5 到 6dB 时所有译码错误数的比例，曲线 4 是当交织映射为 $p(i) = i$ 时，即相当于无交织时， E_b/N_0 从 5 到 6dB 时所有译码错误数的比例。从图中很明显可以看出，前三条曲线的译码错误数在信息序列中的分布是很不均匀的，尤其是在高信噪比时，对应着曲线 3，差别更是明显。而且这三条曲线具有明显的相关性。由于第二和第三条曲线是在高信噪比时产生的译码错误，这时误码特性主要是由低码重分布的前几项决定，这也说明低码重分布对整个误码率曲线，至少是在中高信噪比范围内，都有明显的影响。但是对于曲线 4，虽然它也是在

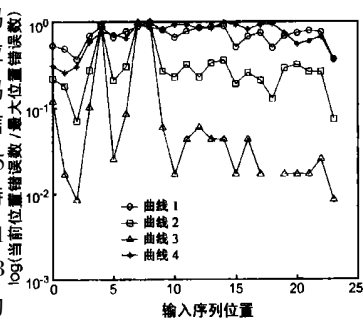


图 1 输入信息序列中不同位置上译码错误数的比例的对数值，横坐标是输入序列的位置，纵坐标是当前位置的错误数与最大错误数之比的对数

高信噪比时得到的，译码错误数的分布相对来说却均匀得多。

从图中可以看出，位置在(4, 7, 8)的比特对信道干扰具有最大的敏感度，他们对三条曲线的影响都很明显，尤其是对曲线 3。但第二码重 11 的位置 3, 6 对误码率的影响就要小得多，它们对曲线 3 的影响还是很明显的，但对曲线 1 和曲线 2 的影响就很不明显了。

3 Turbo 码的关键比特

表 2 是由稀疏随机交织器生成的一个低码重分布的主要分量^[7]。Turbo 码的生成矩阵为 $(1, g(D)/h(D)) = (1, (10001)/(11111))$ 。两个编码器均结尾，码率为 1/3，交织长度是 1024。

表 2 长度为 1024 的随机交织器生成的一个低码重分布的主要分量

码字重量	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
码字数目	1	0	0	0	1	0	4	1	6	14	32

在表 2 中，最小重量 $d_1 = 10$ ，且只有一个码字，次最小重量是 $d_2 = 18$ ，也只有一个码字。可以求出它们的非零比特，即关键比特的的位置分别是

$$V_{d_1,1} = (359, 362, 371, 374, 741, 742, 745, 754, 756, 757)$$

$$V_{d_2,1} = (1202, 1208, 1214, 1220, 1836, 1837, 1840, 1849, 1851,$$

$$1852, 2652, 2653, 2656, 2665, 2671, 2680, 2682, 2683)$$

对于其他关键比特的位置，也可一一求出，此处略。

为了能直观地看出高敏感度的关键比特对高信噪比下误码率的影响程度，图 2 中给出了将 $V_{d_1,1}$ 中所有的关键比特屏蔽(即在模拟仿真时不让这些比特受到干扰)后的误码率曲线“free”。从图中可以看出误码率曲线在高端得到了明显改善，逼近渐进曲线 2。

4 关键比特的保护

在实际传送中各个比特总是不可避免地要受到干扰。但是对于给定的编码器和交织器，这些关键比特的的位置是固定的，所以我们就有可能对这些关键比特进行保护，使其少受干扰，从而使误码率得到改善。改善的方法有多种，如果是频带受限，可增加关键比特的功率以提高抗干扰能力；如果是功率受限，可对关键比特再进行编码；如果功率受限又频带受限，可在对关键比特进行编码的同时对原码序列进行有选择的删截，以保证码率和信号功率不变。

图 2 给出了上述最后一种方法得到的误码率曲线“repeat”。“repeat”曲线是将 $V_{d_1,1}$ 中的所有关键比特重传一遍，然后再在低敏感比特中删去相等数目比特后，码率仍为 1/3 的误码率曲线。从图中看出，在中低信噪比时，既 $E_b/N_0 < 1$ dB 时，三条曲线并无明显差异，只是在中信噪比($E_b/N_0 = 0.5$ dB 左右)时“repeat”稍高于“free”。当 $E_b/N_0 > 1$ dB 后，“nomal”曲线进入错误平台，逼近渐进曲线“S1”，后两条曲线开始明显低于第一条曲线，向渐进曲线“S2”逼近。在 $E_b/N_0 = 2$ dB 时，差别已达一个数量级。但后两条曲线之间并无明显差别，这也说明对非敏感比特进行很少量的删除，不会对码的整个特性

产生大的影响。

5 删截比特的选取

为了得到较高的码率,在 Turbo 码中通常是对两路校验序列进行周期性的删除^[2]。一个低码重的码字经过这样的周期删截后就很可能变成一个重量更小的码字。这样,删截后的码的最小重量往往比删截前码的最小重量减小很多,使得在信噪比的高端误码特性恶化,错误平台过早出现。如果在对原码序列进行删截时,能对敏感度高的关键比特进行保护,尽量不删去,而删除那些敏感程度尽量低的比特,就能提高删截后码的最小重量。在图 3 中,曲线

“C1”是对 Turbo 码进行周期删截得到的误码率曲线,删截矩阵为 $(10, 01)$ 。它在 $E_b/N_0 = 1.75$ 时进入错误平台,逼近渐进曲线“S4”。由于曲线“S4”是最小码重为 6、码字数目为 1 时的渐进曲线,由此可知,删截后码的最小码重约为 6。“C2”是在保留码重小于 30 的关键比特(即 $V_i(i < 30)$ 中的所有比特)后再对三路序列进行进行周期性的删截而得到的误码率曲线。删截矩阵为 $(01; 01; 01)$ 。调整对整个序列的删截长度以

得到需要的码率 1/2(本例中删截长度为 2920)。曲线“C2”在 $E_b/N_0 < 2.25$ 时高于曲线“C1”,当 $E_b/N_0 > 2.25$ 后,仍继续下降,向渐进曲线“S3”逼近。由于曲线“S3”是最小码重为 10、码字数目为 1 时的渐进曲线,因此,删截后码的最小码重约为 10。由于对高敏感度的关键比特进行了保护,因此删截后码的

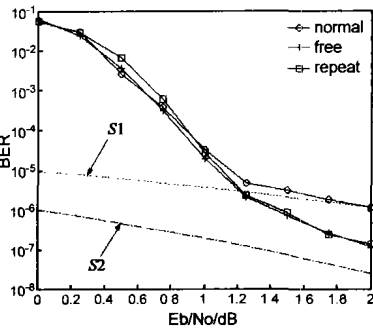


图 2 码率为 1/3 时的一组仿真曲线。BCJR 算法, AWGN 信道, 迭代 5 次。“normal”曲线是未加改善的误码率曲线,“free”曲线是将 $V_{i,j}$ 中的关键比特屏蔽后的误码率曲线,“repeat”曲线是将 $V_{i,j}$ 中的所有关键比特重传一遍,然后再在低敏感比特中删去相等数目比特后,码率仍为 1/3 的误码率曲线。“S1”是最小码重为 10、码字数目为 1 时的渐进特性曲线,“S2”是最小码重为 18、码字数目为 1 时的渐进特性曲线。

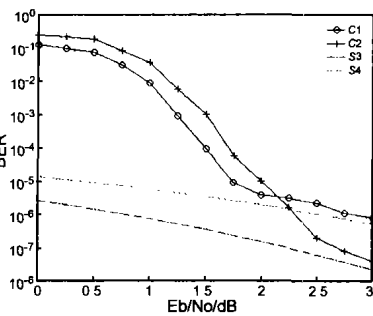


图 3 码率为 1/2 时的一组仿真曲线。BCJR 算法, AWGN 信道, 迭代 5 次。曲线“C1”是对两路校验序列进行周期删截得到的误码率曲线,删截矩阵为 $(10; 01)$; 曲线“C2”是对码重小于等于 30 的关键比特保护后再对三路序列进行删截得到的误码率曲线; 曲线“S3”是最小码重为 10、码字数目为 1 时的渐进曲线; 曲线“S4”是最小码重为 6、码字数目为 1 时的渐进曲线。

最小码重和未删截前的最小码重相比并未有明显减小,但由于删截时在中高码重的码字上进行的,使得这些码字删截后码重降低,导致中低码重的码字数目的增加,因此在中低信噪比时误码率上升。

6 最小码重的改变

以下分析在重复发送时最小码重的改变情况。

不失一般性,设码 C 中具有最小码重 d_1 的码字只有一个,用 c_{d_1} 表示,且非零比特都在 V_{d_1} 集合中。当我们把 V_{d_1} 中的某一位比特重复一次时,相当于在原码 C 的基础上又增加了一位校验位,从而构成了一个新码 C' 一增余码。显然,原来的这个具有最小码重 d_1 的码字 c_{d_1} 消失,变成重量为 $d'_{d_1} = d_1 + 1$ 的一个新码字 c'_{d_1} ; 而且重复几个比特,新码字 c'_{d_1} 的重量就增加几位。这时,新码 C' 的最小码重 d_1 由下式决定:

$$d_1 = \min(d'_1 + d'_2)$$

式中, d'_2 是对应于原码 C 中次最小码重的码字 c_{d_2} 变换到 C' 后的最小重量。如果集合 V_{d_1} 和 V_{d_2} 不相交, $d'_2 = d_2$; 如果两个集合相交,则集合 V_{d_2} 中的比特也有可能被重复传送。如果每个集合 $V_{d_j}(j = 1, 2, \dots, A_{d_2})$ 中都有至少一位比特被重传,就有 $d'_2 > d_2$, 否则, $d'_2 = d_2$ 。

由以上分析可以看出,经过对关键比特的保护,最小码重确实得到了提高。

对于 V_{d_1} 中的关键比特,重复的比特数和次数没必要过多,只要重复后生成的新码字的重量刚刚等于原码的次最小重量即可。如果有必要也可将更多的关键比特(如 V_{d_2} 中的关键比特)重复传送,以提高码的性能。但这样码率会降低过多。而且如果要保证码率不变,删截比特过多,导致中低码重的码字数目的增加,会引起中低信噪比时误码率的上升。

很明显,当一个码具有稀疏的低码重分布时,尤其是当最小码重和次最小码重差别较大时而且码子数目较少时,应用关键比特保护的方法可以获得更好的效果。对于一般的线性分组码和卷积码,由于其移不变特性,尤其是循环码的循环特性,使得低码重的数目很多。而对于 Turbo 码,由于交织器的引入,使得码具有移变特性,这就是导致稀疏的低码重分布的原因。

7 具体步骤

以上给出了 Turbo 码中实现关键比特保护的一个具体例子。由此不难写出实现关键比特保护的一般步骤。

(1) 对于给定的交织器和编码器,求出它的低码重分布^[7]。如果码率是 1/3,一般只要求出最小码重和次最小码重即可,如果码率是 1/2,因为要进行较多的删截,应求出较多的低码重分布。

(2) 求出低码重码字中非零比特的位置。

(3) 如果是 1/3 码率,应根据最小码重和次最小码重的差距,求出最小码重的非零比特应重复传送的次数,使之刚好等于原码的次最小重量即可。然后将这些比特按一定的顺序插入到编码后的序列中,当然,插入的位置应该是低敏感比特的

位置. 如果是 $1/2$ 码率, 当删截图案一定时, 可将编码后的序列进行一次置换, 将应受到保护的关键比特置换到不被删截的位置上, 以便按既定的删截图案进行周期删截.

(4) 在接收方, 如果是 $1/3$ 码率, 可按插入时的顺序将重复传送的关键比特提出, 然后将这些位置上的比特置零即可送入译码器; 如果是 $1/2$ 的码率, 只要将解调后的信号序列进行反置换, 将这些比特恢复到原来的位置, 即可送入译码器.

对于重复传送比特的处理, 本文是将与其对应位置上的信号相加, 即可送入译码器进行译码. 这样就可以在不改变原编译码器结构的情况下, 进行关键比特的保护.

8 结论

本文通过对 Turbo 码中对干扰敏感度高的比特-关键比特的保护, 增加了最小码重的重量, 降低了错误平台, 明显改善误码率特性. 尤其是对删截码, 仍有可能保留住删截前的最小码重. 这种方法可以在已有最佳方案的基础上进行, 而且原有的编译码方案几乎不需要改动, 因此, 简单易行, 具有很高的应用价值.

对于高码率的删截码, 通过对关键比特的保护, 虽然使得最小码重得到保护, 但在中低信噪比范围内误码特性有了比较明显的恶化. 因此, 如何选择删截图案, 使得误码率在高信噪比得到改善的同时, 在中低信噪比范围内尽量不出现明显恶化, 还需做进一步的研究.

参考文献:

[1] C Berrou, A Glavieux, P Thitimajshima. Near Shannon limit error correcting and decoding: Turbo codes[C]. in proc. 1993 IEEE Int Conf on Communication.

- [2] Sergio Benedetto, Guilo Montorsi. Unveiling turbo codes: some results on parallel concatenated coding schemes[J]. IEEE Trans Inform. Theory, March, 1996, IT-42(2): 409- 428.
- [3] Lance C. Perez, Jat Seghers, Daniel J. Costello. A distance spectrum interpretation of turbo codes[J]. IEEE Trans Inform Theory, November 1996, IT-42(6): 1698- 1709.
- [4] K R Narayanan, G L Stuber. Selective serial concatenation of turbo codes[J]. IEEE Comm Letters, Sept., 1997, 1(5): 136- 139.
- [5] J D Andersen. Turbo codes extended with outer BCH code[J]. IEE, Electronics Letters, October 1996, 32(22): 2059- 2060.
- [6] O Y Takeshita, O M Collins, P C Massey, D J Costello, Jr. On the frame error rate of concatenated turbo codes[J]. IEEE Trans On comm, April 2001, 49(4): 602- 608.
- [7] Zhang Weidang, Yuan Cong, Wang Xinmei. The Low Weight Distributions of Turbo Codes[C]. CIC2003, Oct. 28- 31. 2003, Seoul, Korea. Proceeding of the 8th International Conference on CIC, 2004. 390- 392.

作者简介:

张卫党 男, 1958 年出生于河南省, 郑州大学信息工程学院教师, 博士, 副教授, 目前从事通信方面的教学与研究, 主要方向为信道编码, 近年来已有近二十篇与此有关的文章在国内外期刊和会议上发表, 多篇被 SCI 和 EI 检索. E-mail: zhangweidang@zzu.edu.cn.

袁 聪 女, 1976 年出生于西安, 西安电子科技大学讲师, 硕士. 目前从事通信方面的教学与研究, 近年来已有多篇文章在国内外期刊和会议上发表. E-mail: congy515@yahoo.com.cn.

王新梅 男, 1937 年出生于浙江省, 西安电子科技大学教授, 博导.