

基于复小波邻域隐马尔科夫模型的图像去噪

刘芳, 刘文学, 焦李成

(西安电子科技大学计算机学院, 陕西西安 710071)

摘要: 多分辨信号和图像模型可用于捕获图像中平滑和奇异区域的统计结构,但是,基于正交小波变换的模型受到平移变化的影响从而降低了其准确性和实时性. 本文将邻域隐马尔科夫模型 LCHMM(Local Contextual Hidden Markov Model) 扩展到复小波的范围,提出了一种基于复小波的邻域隐马尔科夫模型 C-LCHMM(Local Contextual Hidden Markov Model Based On Complex Wavelet),该模型具有近似平移不变性及分辨率高的特点、能够捕获小波系数的邻域的统计特征、且计算复杂度小. 仿真试验表明基于复小波邻域隐马尔科夫模型(C-LCHMM)用于图像去噪的效果优于典型的去噪算法.

关键词: 复小波; 邻域隐马尔科夫模型; 图像去噪

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 07-1284-04

Image Denoising Using Local Contextual Hidden Markov Model Based on Complex Wavelet

LIU Fang, LIU Wen-xue, JIAO Li-cheng

(School of Computer Science and Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071)

Abstract: Multiresolution signal and image models aim to capture the statistical structure of smooth and singular regions. Unfortunately, models based on orthogonal wavelet transform suffer from shift-variance, which makes them be less accurate and real-time. In this paper, we extend the local contextual hidden markov model (LCHMM) modeling framework to the complex wavelet transform and proposed a new model, called local contextual markov model based on complex wavelet (C-LCHMM), which features near shift-invariance and improved angular resolution and can exploit the local statistics of wavelet coefficients at a low computational complexity.

Key words: complex wavelet; LCHMM; image denoising

1 引言

离散小波变换 DWT(Discrete Wavelet Transform) 的特有性质使其在信号和图像处理中取得了许多成功的应用,包括基于小波的去噪、检测、分类、分割、融合和解等. 由于小波变换的压缩性,它在去除信号和图像中的白高斯噪声方面得到了广泛应用. 且因为大部分信号能量集中在少数的大的小波系数上,而噪声的能量则平均分散在所有的小波系数上,因此使用简单的阈值法便能够去掉大部分噪声^[1]. 但是典型的阈值法认为每个小波系数是独立的,而忽略了小波系数在尺度之间和尺度内部的相关性,因此去噪效果通常不够理想. 如果能够建立一种模型来捕获这些系数间的相关性,就可以极大的提高去噪效果.

小波域的统计图像模型在图像的去噪、压缩、估计和分割中有着广泛的应用. 大致可以分成三类:尺度间的模型、尺度内的模型、尺度内和尺度间的混合模型. 这些模型同那些假定小波系数是独立的模型相比,具有更精确的图像建模和更有效的去噪效果. 其中,小波域隐马尔科夫模型 HMM(Hidden

Markov Model),尤其是隐马尔科夫树模型 HMT(Hidden Markov Tree)^[2]在图像去噪方面应用较多. HMT在小波系数上加了一个树结构并假定马尔科夫链沿着树结构是相关的,从而可捕获尺度之间的相关性. 但是,HMT只关注了尺度间的相关性,且运算量较大. 于是在文献[3]中提出了一种邻域隐马尔科夫模型(LCHMM),该模型不但可获得尺度内的相关性,而且可获得局部的统计特征,在计算量小的情况下可以很好的提高去噪效果.

但是,由于正交小波变换不具有平移不变性,当图像进行很小的平移后,图像的平滑和边缘区域的特征会产生很大的变化,形成边缘处的模糊. 由于冗余小波变换^[4](非采样)包括了信号或者图像的正交变换的所有系数,所以冗余的小波去噪算法和非抽样的 HMT是当前解决上述问题比较好的方法,然而这些方法是以牺牲大量的计算量为代价的.

文献[5]中提出一种对偶树复小波变换 CWT(Dual-Tree Complex Wavelet Transform). CWT使用一组具有互补的实部和虚部的复小波将图像或者信号分解,该变换的重要特点是 CWT的系数具有近似的平移不变性;此外,2维 CWT具有6个

方向的选择性而不是标准 DWT 的 3 个,所以提高了角度分辨率;最后,CWT 的运算复杂度只是 DWT 的 2^d 倍(d 表示维数)。

将 CWT 和 LCHMM 相结合的模型,我们提出了一种基于复小波的邻域隐马尔科夫模型(C-LCHMM),并将该模型用于图像去噪,仿真结果表明,该方法的效果优于许多已有的方法,也优于标准的 HMT 和非抽样的 HMT 模型。

2 邻域隐马尔科夫模型 LCHMM

2.1 小波系数的高斯混合模型 GMM (Gaussian Mixture Model)

在两维离散小波变换(DWT)中同时使用空域和频域特征表示一幅图像,如图(1)所示。文献[6]中提到两状态零均值高斯混合模型(GMM)能够很好的近似许多实际图像的小波系数的分布。 w 和 s 分别表示一个小波系数 w 的连续随机变量和离散状态变量,则两状态的零均值 GMM 包含两个部分: s 的概率分布 $p_s(m)$ 和 w 的高斯概率密度函数(pdf) $g(w, \mu_m, \sigma_m^2)$, 方差为 σ_m^2 , 均值为 $\mu_m = 0, m = 0, 1$, 结合表示为: $f(w) = \sum_{m=0}^1 p_s(m) g(w, \mu_m, \sigma_m^2)$ 。给定一组小波系数, w 的估计可通过迭代的期望最大(EM)算法来实现, w 的总的概率密度函数通过下式给出:

$$f_w(w) = \sum_{m=0}^1 p_s(m) g(w, \mu_m, \sigma_m^2) \quad (1)$$

2.2 高斯混合场 GMF (Gaussian Mixture Field)

给定一幅 $N \times N$ 的图像的 J 尺度离散小波变换, $w_{j,k,i}$ 表示在 j 尺度上的第 (k, i) 处的系数,在此省略掉三个子带的符号, $J = 1, \dots, J; k, i = 0, 1, \dots, N_j - 1, N_j = N/2^j$ 。 $w_{j,k,i}$ 和 $s_{j,k,i}$ 分别表示 $w_{j,k,i}$ 的连续随机变量和离散随机变量。在 GMM 中, $s_j = \{p_{s_j}(m), \sigma_{s_j}^2, m = 0, 1\}$ 是 j 尺度小波系数的参数, s_j 是同 j 尺度相关联的状态变量。在 GMF 中,假定每个小波系数 $w_{j,k,i}$ 服从局部高斯混合分布, $s_{j,k,i} = \{p_{s_{j,k,i}}(m), \sigma_{s_{j,k,i}}^2, m = 0, 1\}$ 由确定 GMF 的参数, $s_{j,k,i}$ 可通过 $w_{j,k,i}$ 的邻域 $\Omega_{j,k,i}$ 来估计, $\Omega_{j,k,i}$ 由一个中心在 $w_{j,k,i}$ 的边长为 $2C_j + 1$ 的正方形窗口确定,如图 1 所示,例如 $\Omega_{j,k,i} = \{w_{j,x,y} | x = k - C_j, \dots, k + C_j; y = i - C_j, \dots, i + C_j\}$ 。GMF 是高度局部化的模型主要用于得到小波系数的局部统计特征。

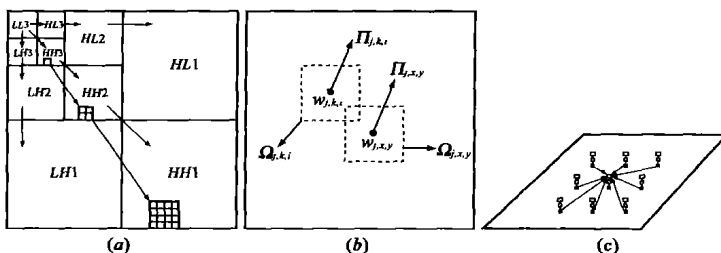


图 1 (a) 2-D 三尺度 DWT. (b) GMF 模型, 其中 $w_{j,k,i}$ 和 $w_{j,x,y}$ 分别与两 GMM 的 $s_{j,k,i}$ 和 $s_{j,x,y}$ 相关联. (c) LCHMM 中的上下文结构. 白色的节点表示隐状态变量 s , 黑色的节点表示连续随机变量 w , 小方框是 w 的上下文节点 L .

2.3 邻域隐马尔科夫模型 LCHMM

除了 GMF, 我们使用一个简单的上下文关系捕获小波系数的同一尺度内的相关性, 如图 1 所示。我们定义随机变量 $L_{j,k,i}$ 为 $w_{j,k,i}$ 上下文变量, 如果 $\sigma_{j,k,i}^2 > \sigma_j^2$ 则 $L_{j,k,i}$ 的值 $l_{j,k,i} = 1$, 否则 $l_{j,k,i} = 0$, $\sigma_{j,k,i}^2$ 是 $w_{j,k,i}$ 的八个相邻系数的平均能量而 σ_j^2 是尺度 j 上的平均能量。通过给 $w_{j,k,i}$ 加上条件 $L_{j,k,i}$ 并且使用 GMF, 给出邻域马尔科夫模型如下:

$$f_{w_{j,k,i} | L_{j,k,i}}(w | l_{j,k,i} = l) = \sum_{m=0}^1 p_{s_{j,k,i} | L_{j,k,i}}(m | l_{j,k,i} = l) \cdot g(w, 0, \sigma_{j,k,i}^2) \quad (2)$$

其中

$$p_{s_{j,k,i} | L_{j,k,i}}(m | l_{j,k,i} = l) = \frac{p_{s_{j,k,i}}(m) p_{L_{j,k,i} | s_{j,k,i}}(l | m)}{\sum_{m=0}^1 p_{s_{j,k,i}}(m) p_{L_{j,k,i} | s_{j,k,i}}(l | m)} \quad (3)$$

LCHMM 的参数集可表示为: $s_{j,k,i} = \{p_{s_{j,k,i}}(m), \sigma_{s_{j,k,i}}^2, p_{L_{j,k,i} | s_{j,k,i}}(l | m) | l, m = 0, 1, j = 1, \dots, J; k, i = 0, 1, \dots, N_j - 1$, LCHMM 参数的训练使用迭代的期望最大 EM (Expectations Maximization) 算法, 具体实现过程可参考文献[3]。由于 $s_{j,k,i}$ 的训练数据量小, 有人可能会担心 $s_{j,k,i}$ 的估计不具有鲁棒性。但是通过合理的设置初始化集合 $s_{j,k,i}$ 可解决这个问题[3]。

3 基于复小波邻域隐马尔科夫模型

3.1 复小波变换

文献[5]中提出了一种对偶树复小波 CWT 变换, CWT 的特点是具有平移不变性, 并且在两维的情况下具有良好的方向选择性(在每个尺度有六个方向的子带), 从而增加了角度分辨率。对偶树 CWT 包括两组并行的滤波器组, 这些滤波器经过仔细的设计, 具有不同的延迟, 从而使抽样所产生的混叠现象减少到最小。每组滤波器分别产生一个实的 DWT 系数集 u_j 和 v_j , u_j, v_j 分别为尺度上实部和虚部的系数集, 将他们结合在一起就形成复系数 $r_j = u_j + jv_j$ 。

在两维的情况下, 对偶树 CWT 的基函数近似模拟了如下形式的复指数函数:

$$h(x, y) = a(x, y) e^{j(w_x x + w_y y)} \quad (4)$$

$a(x, y)$ 类似于中心在原点的缓慢变化的实的高斯窗函数, $(w_x x + w_y y)$ 是相应子带的中心频率, CWT 基函数的实部和虚部分别关于原点对称和反对称, 因此具有正交性, 这意味着 CWT 系数的实部和虚部是不相关的。

此外, 由于 $a(x, y)$ 变化缓慢, 每个 CWT 系数 $|r_j| = \sqrt{u_j^2 + v_j^2}$ 的大小对于图像的很小的平移是不敏感的, 所以在给定的位置和尺度上可对图像产生更为准确的估计, 而不像实系数会导致平移变化。CWT 还具有多方向选择性的优点, 由于滤波器 $h(x, y)$ 具有常数相位, 因此 $w_x x + w_y y$ 是常量, 对于每个尺度的六个子带, $w_y/w_x \in \{-3, -1, -1/3, 1/3, 1, 3\}$, 所产生的子带方向近似为 15 的奇数倍。

3.2 基于复小波邻域隐马尔科夫模型 C-LCHMM

由于 CWT 的近似平移不变性, 本文将 CWT 和 LCH

MM 结合起来形成一种新的模型. 将每个小波系数 w 同一个离散状态变量 s 相关联, 由 $|r_j|$ 的大小决定 s 的值 $m, m=0,1$. 将每个复小波系数 r_j 看作一个两维随机向量 (u_j, v_j) , 由于实部和虚部的滤波器组是正交的, 因此实部和虚部是不相关的随机向量, 所以我们将边缘概率密度 $f(r_j)$ 近似成一个两维的两状态高斯混合分布, 其中 $\sigma_{j,m}^2$ 表示尺度上信号的方差:

$$f(r_j | s_j = m) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left[-\frac{u_j^2 + v_j^2}{2\sigma_{j,m}^2}\right] \quad (5)$$

分解上式得:

$$f(r_j | s_j = m) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left[-\frac{u_j^2}{2\sigma_{j,m}^2}\right] \exp\left[-\frac{v_j^2}{2\sigma_{j,m}^2}\right] \quad (6)$$

由上式可以看出可将实部和虚部分别建模成一维两状态的高斯混合分布, 并且使它们具有相同的状态变量 s_j . 但在实际中直接使用上述的混合模型很不方便, 对此, 由于实部和虚部是不相关的随机向量, 我们采用的方法是对实部和虚部分别进行处理, 同 5 式相应的 C-LCHMM 具有和第 2 节的 LCHMM 相一致的结构, 唯一不同的是使用六个子带树替代三个子带树, 同时在参数训练时, 通过将 u_j 和 v_j 中的节点绑定以便使他们具有相同的参数.

4 使用 C-LCHMM 实现图像去噪

建立了基于复小波邻域隐马尔科夫模型后许多图像处理工作, 如压缩, 分类和分割等, 都可以直接用它来实现. 对于去噪问题, 用 u, v 分别表示实部和虚部的无噪小波系数, u, v 分别表示实部和虚部的含有白高斯噪声的小波系数, 噪声的方差为 σ^2 . 则使用 C-LCHMM 进行图像去噪的算法步骤如下:

- (1) 对原始图像进行 CWT 变换, 得到小波系数 u, v .
- (2) 建立 C-LCHMM 模型, 该模型的参数集为 u, v .
- (3) 对参数集 u, v 初始化.
- (4) 分别使用 u, v 对参数集 u, v 训练.
- (5) 对实部和虚部的参数进行绑定得到参数集:

$$\begin{aligned} &= \frac{u+v}{2} \\ &= \{ps_{j,k,i}(m), \sigma_{j,k,i,m}^2, pl_{j,k,i} | s_{j,k,i}(l|m) | l, m=0,1\} \quad (7) \end{aligned}$$

其中 $j=1, \dots, J; k, i=0, 1, \dots, N_j-1$.

- (6) 对无噪的小波系数 U, V 进行估计:

$$E[U_{j,k,i} | u_{j,k,i}, l_{j,k,i}] = \sum_{m=0}^1 ps_{j,k,i} | l_{j,k,i} U_{j,k,i} \quad (8)$$

$$E[V_{j,k,i} | v_{j,k,i}, l_{j,k,i}] = \sum_{m=0}^1 ps_{j,k,i} | l_{j,k,i} V_{j,k,i} \quad (9)$$

- (7) 对 U, V 进行 ICWT 变换, 重构去噪后的图像.

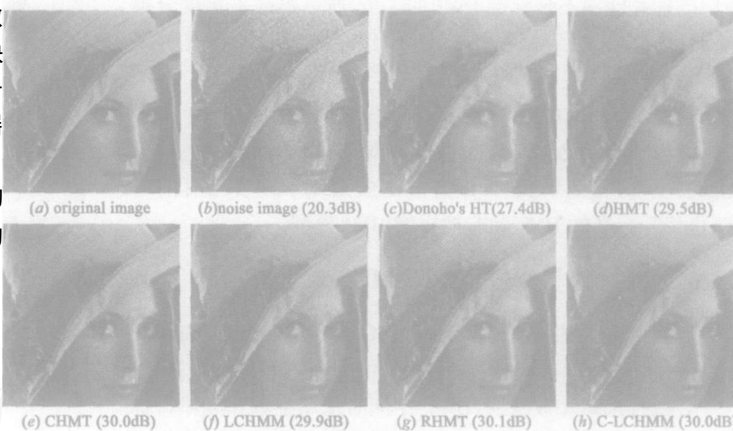


图 2 lenna 图像的去噪结果比较 ($\sigma_n=25$)

5 仿真试验与结果分析

我们使用 C-LCHMM 对 Lena 图像进行去噪试验. 假定对 Lena 图像加入均值为零、方差为 σ^2 的高斯白噪声. 因为在较粗尺度上小波系数具有较大的方差, 在 GMF 中的局部 GMM 的窗口的大小随着尺度的增加而减小, 实验发现, 当 $C_j=6-j$ ($j=1, 2, 3, 4$) 时效果最好. 仿真结果如表 1 所示, PSNR 表示峰值信噪比. 可以看出 C-LCHMM 的效果相比其他普通的去噪方法的效果提高很多, 而同基于隐马树 (HMT) 的模型相比, 结果基本相同, 但 C-LCHMM 的计算复杂度却比 HMT 要小. 同时, 如图 2 所示, 由于复小波的方向选择性, 其视觉效果也有所提高.

表 1 几种去噪算法的仿真结果 (PSNR(dB))

噪声图像	Lena			
	10	15	20	25
Donoho's HT ^[1]	31.6	29.8	28.5	27.4
HMT ^[7]	33.9	31.8	30.4	29.5
CHMT ^[8]	34.4	32.4	31.1	30.0
LCHMM ^[3]	34.4	32.4	30.9	29.9
RHMT ^[7]	34.6	32.6	31.2	30.1
C-LCHMM	34.4	32.5	31.1	30.0

6 结论

在本文中, 我们提出了一种 C-LCHMM 模型. 该模型能够捕获小波系数的局部统计特征和尺度内部的相关性, 并且具有平移不变性, 且计算复杂度相对较小. 理论分析和仿真试验表明无论是 PSNR 值还是视觉效果上都较为满意. 但该模型没有反映尺度间的相关性, 如果能够再进一步的研究, 可能会得到更好的结果.

参考文献:

- [1] D Donoho, I Johnstone. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage [J]. Biometrika, 1994, 81(9): 425 - 455.
- [2] M S Crouse, R D Nowak, R G Baraniuk. Wavelet-based statistical signal processing using hidden markov models [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1998, 46(4): 886 - 902.
- [3] G Fan, X G Xia. Image denoising using local contextual hidden markov

- model in wavelet domain[J]. IEEE signal processing letters, 2001, 8 (5): 125 - 128.
- [4] M Lang, H Guo, J E Odegard. Noise reduction using an undecimated discrete wavelet transform[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1996, 3 (1): 10 - 12.
- [5] N G Kingsbury. Image processing with complex wavelet [J]. Phil. Trans. Royal Society, 1999, 357(9): 2543 - 2560.
- [6] H Chipman, E Kolaczyk, R Muculloch. Adaptive Bayesian wavelet shrinkage[J]. Ameri Stat Assoc, 1997, 92(440): 1413 - 1421.
- [7] J K Romberg, H Choi, R Baraniuk. Bayesian tree-structured imagemod-eling using wavelet-domain hidden Markov model [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(7): 1056 - 1068.
- [8] G Fan, X G Xia. Wavelet-based statistical image processing using hid-den markov tree model[A]. in Proc. 34th Annual Conference on information sciences and systems [C]. Princeton, NJ, USA: CISS, 2000. 31 - 36.

作者简介:

刘 芳 女, 1963 年生于湖南华容, 教授, 博导, 主要研究方向为网络智能信息处理与模式识别等. E-mail: f63Liu@163.com.



刘文学 男, 1973 年出生于陕西蒲城, 现为西安电子科技大学计算机学院硕士研究生, 主要研究方向为图像处理与模式识别.