

# 色噪声背景下相干信源 DOA 估计的空间差分平滑算法

齐崇英<sup>1,2</sup>, 王永良<sup>2</sup>, 张永顺<sup>1</sup>, 陈 辉<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学导弹学院, 陕西三原 713800; 2. 空军雷达学院重点实验室, 湖北武汉 430010)

**摘要:** 文中提出了一种色噪声背景下相干信源波达方向(DOA)估计的新算法——空间差分平滑(SDS)算法。SDS算法利用均匀线阵协方差矩阵的Toeplitz分解特性, 差分平滑运算, 将非相干信源与相关(或相干)信源分开分辨, 从而重复利用阵列接收数据, 可分辨更多信源。SDS算法可对消空间色噪声, 适用于更广泛的未知噪声背景及低信噪比环境。相比常规谱估计算法, SDS算法具有更强的信源过载能力及阵元节省能力, 利用少数阵元进行迭代空间平滑运算, 还可明显减小 SDS 算法的计算量。计算机仿真结果证明了 SDS 算法理论的正确性和有效性。

**关键词:** 波达方向估计; 色噪声; 相干信源

**中图分类号:** TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2005)07-1314-05

## Spatial Difference Smoothing Algorithm for DOA Estimation of Coherent Sources in the Presence of Colored Noise Fields

QI Chong-ying<sup>1,2</sup>, WANG Yong-liang<sup>2</sup>, ZHANG Yong-shun<sup>1</sup>, CHEN Hui<sup>2</sup>

(1. Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China;

2. Key Research Laboratory, Wuhan Radar Academy, Wuhan, Hubei 430010, China)

**Abstract:** A new algorithm is proposed for direction of arrival (DOA) estimation of coherent sources in the presence of colored noise fields, which is called "Spatial Difference Smoothing (SDS)" method. By exploiting the property of Toeplitz decomposition of the autocovariance matrix, the SDS method resolves the correlated sources and incoherent sources separately. In this way the output data of the array are used repeatedly, and more sources can be estimated. The SDS method can fully eliminate spatially colored noise, and fit for more general unknown noise fields and low SNR environments. Compared with the conventional methods, the SDS can resolve more sources using the same number of sensors. In addition, the SDS method performs spatial smoothing iteratively utilizing smaller sensor arrays and has smaller computational complexity. Computer simulation results verify the correctness and effectiveness of the proposed SDS method.

**Key words:** direction of arrival estimation; colored noise; coherent sources

### 1 引言

由于具有良好的谱分辨力和较小的计算量, 子空间类算法<sup>[1,2]</sup>已成为 DOA (Direction Of Arrival) 估计中最常用和最经典的方法。在阵列协方差矩阵特征分解的基础上, 子空间类算法通过一维谱峰搜索或多项式求根来完成 DOA 估计, 相比最大似然(ML)算法, 其计算量减小很多。然而此类算法仅适用于非相干信源的测向, 且要求背景噪声为高斯白噪声。在色噪声背景或相干信源(来自多径传播或电子干扰等)环境下, 子空间类算法性能急剧下降<sup>[3]</sup>。因此, 色噪声背景或相干信源环境下的 DOA 估计已受到广泛重视。文献[4]利用阵列旋转和平移构造两种数据的协方差矩阵, 再利用矩阵差分算法克服噪声的影响。但不论是阵列旋转还是平移在机械结构上都带来不少困难, 同时两组数据是在不同观察时间内得到的, 它与同时得到的两组数据不尽相同, 从而会引起数据上的误差。为克服这一问题, 文献[5,6]采用矩阵变换来实现协方差矩阵差分算法, 该算法无需协方差矩阵的多次估计, 但它依赖于噪声协方差矩阵的先验知识, 且不能分辨相干信源。文献[7]采用前

后向空间平滑矩阵的差矩阵来对消噪声, 并联合前后向平滑矩阵构造信号子空间的基, 该算法可减小 DOA 估计运算量, 但其前提是高斯白噪声背景。文献[8,9]采用前后向空间平滑差分(FBSSD: Forward Backward Spatial Smoothing Difference)算法, 将相关及相干信源与非相关信源分开分辨, 以此增加阵列可分辨的信源数, 但其谱分辨力较低, 且没有考虑色噪声的影响。最近, 文献[10]提出了一种计算有效的迭代空间平滑(ISS: Iterative Spatial Smoothing)算法, 它通过两步计算将非相关信息源与相关信息源分开分辨, 但其需要构造非相关信息源的协方差矩阵, 给实现带来了不少困难。另外, 它只采用了前向空间平滑, 阵列孔径损失较大, 且没有考虑色噪声的影响。文献[11]的加权空间平滑(WSS: Weighed Spatial Smoothing)算法约束空间平滑中各协方差子阵加权系数和为零, 克服了色噪声对相干信源方位估计的影响, 但它会对消非相关信息源信息, 因此仅适用于信源高度相关或相干情况。文献[12]将阵列协方差矩阵分为 Toeplitz 部分及非 Toeplitz 部分, 然后采用矩阵变换的差分算法对消色噪声, 但其只能分辨两个相干信源。另

外, 由于高斯信号的高阶累积量为零, 可利用高阶累积量抑制高斯色噪声, 或在特定情况下, 利用信号的循环平稳性抑制噪声, 但这类算法的运算量较大.

由上述分析可知, 目前大多数算法仅考虑了高斯白噪声或特定噪声背景, 且不能兼顾相干及非相关信源的分辨. 因此, 针对色噪声背景下的相干信源 DOA 估计, 本文提出了空间差分平滑 (SDS: Spatial Difference Smoothing) 算法. 相比常规谱估计算法, SDS 算法具有更强的色噪声抑制能力、信源过载能力及阵元节省能力, 利用少数阵元进行迭代空间平滑运算, 还可明显减小 SDS 算法的计算量.

## 2 阵列信号模型及空间平滑算法

### 2.1 阵列信号模型

假设空间均匀线阵 (ULA) 由个各向同性阵元组成, 阵元间距为  $d$ , 阵列远场中在以线阵轴线法线为参考的  $\theta_i (i = 1, 2, \dots, M)$  方向处有  $M$  个窄带点源以平面波入射 (波长为  $\lambda$ ), 则阵列接收的快拍数可表示为:

$$X(t) = A(\theta)S(t) + N(t) \quad (1)$$

式中  $X(t)$  为  $N \times 1$  快拍数据矢量,  $N(t)$  为  $N \times 1$  阵列噪声矢量,  $S(t)$  为入射信号矢量,  $\theta$  为信源方位矢量;  $A(\theta) = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_M)]$  为阵列流形矩阵. 其中  $a(\theta_i) = [1, e^{j\beta_i}, \dots, e^{j(N-1)\beta_i}]^T$ , 为第  $i$  个信源的导向矢量.

$$\beta_i = -\frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta_i) \quad (2)$$

阵列的协方差矩阵  $R$  定义为:

$$R = E[X(t)X^H(t)] = AR_sA^H + \Phi \quad (3)$$

其中,  $R_s = E[S(t)S^H(t)]$  为信源协方差矩阵,  $\Phi$  为噪声协方差矩阵, 上标  $T$  和  $H$  分别代表转置和共轭转置.

信源相干时, 信源协方差矩阵的秩将退化为 1. 当对阵列协方差矩阵特征分解后, 信号子空间退化为独立信源对应的信号子空间的一维子空间, 而噪声子空间的维数扩大为  $N-1$  维, 此时子空间类 DOA 估计算法不能正确估计目标方位.

### 2.2 空间平滑算法

空间平滑算法<sup>[13]</sup>是一种有效的相干信源 DOA 估计的预处理方法, 它利用均匀线阵的平移不变性, 将阵列划分为相互重叠的  $L$  个子阵, 对应每个子阵的阵元数为  $m = N - L + 1$ . 前向空间平滑算法 (FSS: Forward Spatial Smoothing) 对  $L$  个子阵的自协方差矩阵进行算术平均, 从而形成一个等效的  $m$  阶阵列协方差矩阵  $R^f$

$$R^f = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L F_k R F_k^T \quad (4)$$

其中,  $F_k = [0_{m \times (k-1)} \quad I_m \quad 0_{m \times (N-k-m+1)}]$ .

前后向空间平滑算法 (FBSS: Forward Backward Spatial Smoothing) 在 FSS 的基础上, 又利用均匀线阵的旋转不变性, 对阵列同时进行前后向平滑, 形成如下式的阶阵列协方差矩阵  $R^b$

$$R^b = \frac{1}{2L} \sum_{k=1}^L F_k (R + JR^*J) F_k^T \quad (5)$$

其中, 矩阵  $J$  为  $N$  阶置换矩阵, 上标\* 表示矩阵共轭.

可以证明<sup>[13]</sup>, 对于 FSS, 当子阵阵元数  $m$  大于入射信源数  $M$ , 且子阵数  $L$  大于等于信源数  $M$  时, 平滑后的  $m$  阶阵列协方差矩阵对应的信源协方差矩阵的秩恢复为信源数  $M$ . 对

于 FSS, 对空间  $M$  个相干信源去相干, 至少需要  $2M$  个阵元, 对于 FBSS 算法, 至少需要  $3M/2$  个阵元.

## 3 色噪声背景下相干信源 DOA 估计的 SDS 算法

若噪声为空域和时域均独立的高斯白噪声, 其均值为 0, 方差为  $\sigma_n^2$ , 则噪声协方差矩阵  $\varphi = \sigma_n^2 I$ ; 若噪声为空间平稳色噪声, 即各阵元上的噪声功率相等, 但各阵元间的噪声相关, 则  $\varphi$  为复对称 Toeplitz 矩阵 ( $\sigma_n^2 I$  是 Toeplitz 矩阵的特例). 在此情况下, 若我们仍采用常规 DOA 估计算法, 将导致较大的空间谱估计误差<sup>[3]</sup>. 另外, 文献<sup>[11]</sup>、<sup>[12]</sup> 算法虽然能够克服色噪声, 但却不能兼顾相干及非相关信源的分辨, 且文献<sup>[12]</sup> 算法仅能分辨两个相干信源. 因此, 本文提出了色噪声背景下相干信源 DOA 估计的新算法—空间差分平滑 (SDS) 算法.

### 3.1 SDS 算法基本原理

定义 1 定义空间差分矩阵为

$$R^d = R - JR^TJ \quad (6)$$

对空间差分矩阵  $R^d$  前向平滑 (若前后向平滑, 则和矩阵为零), 定义空间差分平滑矩阵为

$$R^{ds} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L F_k R^d F_k^T \quad (7)$$

定义 2 若  $k \times k$  阶矩阵  $P$  的元素满足

$$P(i, j) = -P(k-j+1, k-i+1) \quad (8)$$

称  $P$  为负反对称矩阵.

命题 1 均匀线阵的阵列协方差矩阵可表示为

$$R = R_T + R_{NT} + Q_T \quad (9)$$

其中,  $R_T$  为不相关信源形成的相关矩阵, 它是 Hermite, Toeplitz 矩阵;  $R_{NT}$  为相关或相干信源形成的相关矩阵, 它是 Hermite 非 Toeplitz 矩阵;  $Q_T$  为噪声协方差矩阵, 假设噪声平稳相关, 则它是 Hermite, Toeplitz 矩阵.

命题 2 若  $E$  为 Toeplitz 矩阵,  $J$  为同阶置换矩阵, 则

$$JE^TJ = E \quad (10)$$

命题 3 均匀线阵入射信源中有  $k$  个相关或相干信源, 若干个非相关信源, 则空间差分矩阵中不含非相关信源信息, 同时可对消 Toeplitz 类色噪声.

证明: 由定义 1 及命题 1、2 可知

$$\begin{aligned} R^d &= R - JR^TJ \\ &= R_T + R_{NT} + Q_T - J(R_T + R_{NT} + Q_T)^TJ \\ &= R_{NT} - J(R_{NT})^TJ \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)可以看出, 差分矩阵中不含 Toeplitz 项, 即不含非相关信源信息, 也不含噪声信息.

由空间差分矩阵定义式(6)、差分平滑矩阵定义式(7)及负反对称矩阵定义式(8)可知,  $R^{ds}$  为负反对称矩阵, 其特征值正负成对出现, 即若  $\lambda_i$  为差分矩阵  $R^{ds}$  的特征值, 则  $-\lambda_i$  也是其特征值.

命题 4 设均匀线阵接收的信源中有  $k$  个相干信源, 当  $2L \geq k$  且  $m \geq k$  时, 差分平滑矩阵  $R^{ds}$  的秩为  $k$  ( $k$  为偶数) 或  $k-1$  ( $k$  为奇数).

证明: 差分平滑矩阵  $R^{ds}$  是负反对称且其特征值成对出现, 则其非零特征值必然是偶数个. 类似文献<sup>[8]</sup>, 可证明此时差分矩阵  $R^{ds}$  的秩为  $k$  ( $k$  为偶数) 或  $k-1$  ( $k$  为奇数).

对于入射信源中有多个相关信源组的混合情况,由命题 4 直接推广可得到命题 5.

**命题 5** 设均匀线阵共接收  $M$  个信源,其中有  $k$  个相干信源组(每一独立信源也被认为 1 个相干信源组),相干信源组中含奇数个信源的相干组个数为  $k_0$ ,相干信源组中的最大信源数为  $M_0$ ,当  $2L \geq M_0$  且  $m \geq M$  时,则差分平滑矩阵  $R^{ds}$  的秩为  $M - k_0$ .

由上述命题可以看出,由于差分平滑矩阵为负反对称矩阵,负反对称矩阵的性质(特征值成对出现)导致了特定情况下信源差分协方差矩阵的秩亏损.因此,我们对式(7)进行修正

$$R^{DS} = R_{11}^D + R_{22}^D R_{12}^D + R_{21}^D + (R_{11}^D * R_{22}^D + R_{12}^D * R_{21}^D) / m^4 \quad (12)$$

$$R_{ij}^D = R^D(i: m + i - 2, j: m + j - 2) \quad (13)$$

$$R^D = (R^{ds})^2 \quad (14)$$

此时差分平滑矩阵  $R^{DS}$  不再是负反对称矩阵,其秩可恢复.我们可以对矩阵  $R^{DS}$  特征分解,分解将产生  $k$  个非零特征值及  $m - 1 - k$  个零特征值.其中,  $R^{DS}$  矩阵的零特征值对应的特征向量  $u_i (i = 1, 2, \dots, m - 1 - k)$  构成噪声子空间  $E_n = [u_1, u_2, \dots, u_{m-1-k}]$ ,则 MUSIC 算法的谱函数可表示为

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\|a^H(\theta) E_n\|^2} \quad (15)$$

由上述分析可看出,SDS 算法可分两步计算:第一步采用常规子空间算法分辨非相干信源;第二步对协方差矩阵差分运算,此时的差分矩阵中已不含非相关信源信息,也不含噪声信息,因此对其平滑处理分辨相关及相干信源.其中,在第二步的差分平滑运算中,我们可以采取迭代的空间平滑算法来解相干,即先以较少的阵元进行空间平滑,若不能形成谱峰,则说明阵元数较少,不能有效的解相干,则下一步可增加阵元数及平滑的子阵数,直到空间明显出现谱峰,即完全解相干为止,此迭代空间平滑运算有利于节省 DOA 估计的计算量.

### 3.2 SDS 算法基本步骤

根据上述分析,SDS 算法基本步骤可归纳如下:

(1) 利用常规子空间算法分辨非相干信源.

(2) 利用式(6)、(7)计算  $R^{ds}$ ,并根据式(12)~(14)得到修正的差分平滑矩阵  $R^{DS}$ .

(3) 对  $R^{DS}$  矩阵特征分解或奇异值分解,得到其噪声子空间  $E_n$ .

(4) 利用式(15)实现相关及相干信源的测向.

需指出的是,上述非相干信源及相关(相干)信源的测向可以采用并行算法.

### 3.3 信源过载能力

对于  $N$  元均匀线阵,采用 FSS,最大可分辨  $N/2$  个相干信源;采用 FBSS,最大可分辨  $2N/3$  个相干信源;文献[11]的 WSS 算法实质上是加权系数和为零的前向空间平滑算法,因此其可分辨信源数同 FSS.

当仅存在非相关信源时,  $R^{DS}$  为零矩阵,这时仅能采用常规子空间算法测向,可估计信源数为  $N - 1$ ;当仅存在相干信源时,常规子空间算法不能实现相干信源的测向,我们采用 SDS 算法测向,其可估信源数为  $2N/3$ ;当仅存在非相关及相

干信源时,采用常规子空间算法进行非相关信源的测向,最多可估计  $N - 2$  个非相关信源;对于相干信源,采用 SDS 算法测向,算法最多可估计  $2N/3$  个相干信源.因此在这种情况下,SDS 算法总共可估计  $5N/3 - 2$  个信源,比 FBSS 算法多估计  $N - 2$  个信源.对于 9 阵元的均匀线阵,SDS 算法总共可估计 13 个信源,这意味着 SDS 算法不受阵元数必须大于信源数的限制,具有较强的信源过载能力.

### 3.4 阵元节省能力

假设阵列远场有  $M$  个窄带点源以平面波入射,其中,不相关信源数为  $M_U$ ,相干信源数为  $M_C$ .若要成功分辨所有入射信源,对于 FSS 算法,需要  $2M_C + M_U$  个阵元;对于 FBSS 算法,需要  $3/2M_C + M_U$  个阵元;而本文算法分两步分辨所有信源,第一步采用常规子空间算法分辨不相关信源,需要  $M_C + M_U + 1$  个阵元,第二步采用 SDS 算法分辨相干信源,需要  $3/2M_C$  个阵元,因此,本文算法所需阵元数为  $\max[M_C + M_U + 1, 3/2M_C]$ ,而文献[10]的 ISS 算法所需阵元数为  $\max[M_C + M_U + 1, 2M_C]$ .表 1 给出了不同入射信源情况下 FSS、FBSS、ISS、SDS 四种算法所需阵元数的比较,可以看出,SDS 算法具有较大的阵元节省能力.

表 1 不同入射信源情况下算法所需阵元数的比较

| 入射信源数 |    | 所需阵元数 |      |     |     |
|-------|----|-------|------|-----|-----|
| 非相关   | 相干 | FSS   | FBSS | ISS | SDS |
| 2     | 2  | 6     | 5    | 5   | 5   |
| 2     | 3  | 8     | 7    | 6   | 6   |
| 3     | 4  | 11    | 9    | 8   | 8   |
| 3     | 5  | 13    | 11   | 10  | 9   |
| 4     | 6  | 16    | 13   | 12  | 11  |
| 4     | 7  | 18    | 15   | 14  | 12  |

### 3.5 本文算法与文献[7~11]算法的比较

文献[7~9]都利用了前后向空间平滑矩阵的差矩阵,其中,文献[7]利用前后向空间平滑矩阵的差矩阵来对消高斯白噪声,并联合前后向平滑矩阵的和矩阵来构造信号子空间的基;文献[8,9]的 FBSSD 算法采用空间平滑差分算法,将相关及相干信源与非相关信源分开分辨,以此增加阵列可分辨的信源数,但其谱分辨力较低,且没有考虑色噪声的影响;文献[10]的 ISS 算法通过两步计算将非相关信源与相关信源分开分辨,但其需要构造非相关信源的协方差矩阵,给实现带来了不少困难.另外,它只采用了前向空间平滑,阵列孔径损失较大,且没有考虑色噪声的影响.文献[11]的 WSS 算法及本文 SDS 算法均可对消 Toeplitz 类色噪声,但其对消机理是不同的,前者约束空间平滑子阵的加权系数和为零来克服色噪声,而在本文算法中,色噪声在第一步的差分运算中就已经被对消掉,因此第二步的空间平滑运算中已不含噪声项,算法适用于更广泛的未知噪声背景及低信噪比环境.

由空间差分矩阵定义式(6)及差分平滑矩阵定义式(7),

$$\text{得 } R^{ds} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L F_k R^d F_k^T = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L F_k (R - JR^T J) F_k^T = R - R^b \quad (16)$$

可以看出,本文算法等效于文献[9]的前后向空间平滑差

分(FBSSD)算法,但两种算法的出发点是不一样的,本文算法利用矩阵的 Toeplitz 分解特性,首先对消掉非相关信源信息及 Toeplitz 类色噪声信息,然后对相关及相干信源部分采用空间平滑方法解相干,而文献[9]的 FBSSD 算法是直接通过前后向平滑矩阵的差矩阵来解相干并分辨信源的。

从计算量方面看,本文算法更具优势,因为它可以采取迭代的空间平滑算法来解相干,逐步增加用于空间平滑的子阵数及阵元数,直至空间出现明显的谱峰,即完全解相干为止。而文献[9]的 FBSSD 算法直接采用前后向空间平滑矩阵的差矩阵,其解相干使用的是全部阵元数,则计算量势必较大。

对于复反对称矩阵的修正,文献[9]为

$$R^{DS1} = R_{11}^{D1} + R_{22}^{D1} + (R_{12}^{D1} \cdot R_{21}^{D1})/m^2 \quad (17)$$

$$R_{ij}^{D1} = R^{D1}(i:m+i-2, j:m+j-2) \quad (18)$$

$$R^{D1} = R^{ds} \quad (19)$$

对比式(12)~(14)可看出,本文算法首先对空间差分平滑矩阵平方运算,然后再利用其全部  $m-1$  阶子阵的自相关及互相关信息,提高平滑后等价的阵列协方差矩阵特征空间对噪声扰动的鲁棒性,因此具有比文献[9]FBSSD 算法更好的解相干性能,下面的仿真结果证明了我们理论分析的正确性。

#### 4 计算机仿真结果

为了验证算法的有效性,我们做以下的计算机仿真。仿真中,阵列为等间距的均匀线阵,阵元间距为 0.5 倍波长。空间平稳色噪声的协方差矩阵为  $\varphi$ ,其第  $k$  行第  $l$  列的元素为  $[\varphi]_{k,l} = \sigma_n^2 \cdot 0.9^{|k-l|} \exp[j\pi(k-l)/16]$ ,信噪比定义为  $S/N = 10 \log_{10}(\sigma_s^2/\sigma_n^2)$ ,其中,  $\sigma_s^2$  为信号功率,  $\sigma_n^2$  为噪声功率。

仿真 1:算法对近间距信源的谱分辨力

高斯白噪声背景下,4 个全相干信源,其入射方向分别为  $-50^\circ, -30^\circ, 5^\circ$  和  $20^\circ$ 。3 个非相关信源,入射方向为  $-10^\circ, 18^\circ$  和  $40^\circ$ 。入射信源的信噪比均为 10dB,快拍数为 200,阵元数为 12,子阵数为 4。图 1~3 分别给出了 FSS、FBSS、FBSSD、本文 SDS 及 MUSIC 算法仿真结果的归一化空间谱曲线。

由图 1~3 可以看出,18 和  $20^\circ$  两信源间距很近,其中一个是非相关信源,一个是相干信源,普通 FSS、FBSS 算法无法分辨近间距的两个信源,而本文算法通过两步计算,将非相关信源与相干信源分开分辨,由 MUSIC 算法分辨非相关信源,SDS 算法分辨相干信源,因此,仍可很好的分辨他们。

另外,本文算法的分辨力明显高于 FBSSD 算法,其空间谱曲线在信源真实方位处形成了尖锐的谱峰,将两信源空间方位中间的谱曲线的幅度压得低至  $-35$ dB 左右,而 FBSSD 算法在两信源空间方位中间的谱曲线幅度仅为  $-15$ dB 左右。

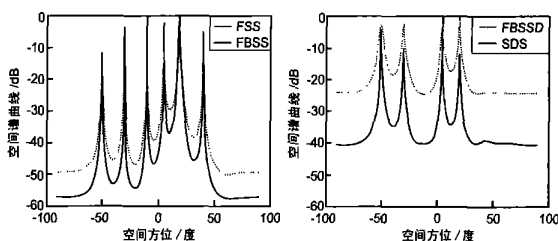


图 1 FSS 及 FBSS 空间谱 图 2 FBSSD 及 SDS 空间谱

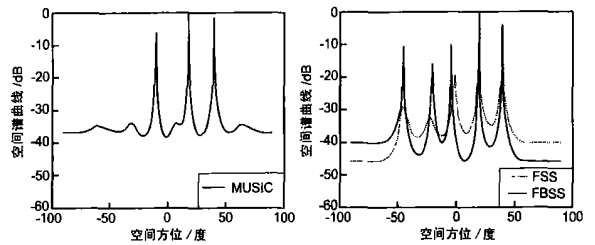


图 3 MUSIC 空间谱 图 4 FSS 及 FBSS 空间谱

仿真 2:算法对色噪声的抑制能力

色噪声背景下,比较不同算法对色噪声的抑制能力。10 阵元均匀线阵接收空间  $-45^\circ, -20^\circ, -5^\circ, 20^\circ$  和  $40^\circ$  方向上的 5 个等功率信源,其中前 3 个相干,后 2 个非相关。信噪比为 10dB,快拍数为 200,子阵数为 3。图 4~6 分别给出了 FSS、FBSS、FBSSD、本文 SDS 及 MUSIC 算法仿真结果的归一化空间谱曲线。

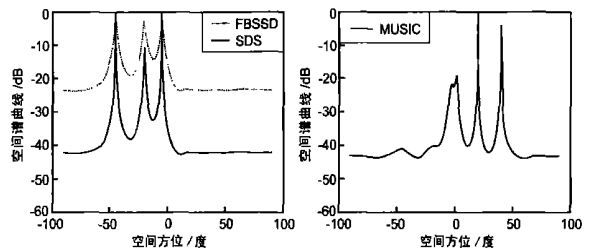


图 5 FBSSD 及 SDS 空间谱 图 6 MUSIC 空间谱

由图 4~6 可以看出,由于色噪声的影响,FSS 算法已不能正确分辨入射信源,虽然 FBSS 算法可分辨入射信源,但其空间谱曲线出现较大偏差。而本文 SDS 算法在其第一步计算时已对消了色噪声,因此不受其影响,仍可正确识别入射信源方向。同时可以看出,MUSIC 算法受到色噪声的影响,其空间谱曲线出现较大伪峰。因此,若采用常规子空间算法进行非相干信源的测向,还需要克服色噪声的影响。

仿真 3:算法信源过载能力

色噪声背景下,8 元均匀线阵接收空间  $-45^\circ, -20^\circ, 5^\circ, 25^\circ, -30^\circ, -10^\circ, 15^\circ, 35^\circ$  和  $50^\circ$  方向上的 9 个等功率入射信源,其中前 4 个相干,后 5 个不相关,信噪比为 10dB,快拍数为 200,子阵数为 2。图 7、8 给出了 FBSSD、本文 SDS 及 MUSIC 算法的空间谱曲线。

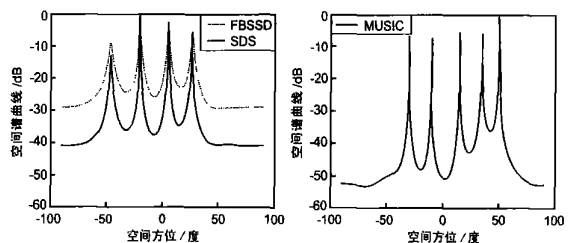


图 7 FBSSD 及 SDS 空间谱 图 8 MUSIC 空间谱

由图 7、8 可见,本文 SDS 算法分辨相干信源,而 MUSIC 算法分辨非相干信源(同样需采用色噪声背景下的谱估计算法),两者联合估计入射信源方向,在信源数多于阵元数的情况下仍能给出较好的估计结果,具有较强的信源过载能力。由

于入射信源数大于阵列阵元数,因而 FSS、FBSS、WSS 算法均失效,即常规空间谱估计算法不具备信源过载能力。

#### 仿真 4: 算法统计性能的比较

色噪声背景下,比较不同算法的统计性能。8 阵元均匀线阵接收空间  $5^\circ$ 、 $15^\circ$  方向上的 2 个等功率相干信源,快拍数为 200,子阵数为 2。仿真结果为 100 次蒙特卡罗实验(每个 SNR 点做 100 次 Monte Carlo 仿真)的统计结果,图 9~11 分别给出几种算法的估计成功概率、估计偏差、均方根误差随 SNR 变化的比较曲线。

从蒙特卡罗实验的统计结果可看出,由于色噪声影响,FBSS 算法具有较高的信噪比门限及较大的估计偏差。在信源高度相关或相干情况下,WSS 算法由于子阵加权系数(取 1、-1)和为零,它可以对消噪声并正确测向,但其具有较大的偏差及均方根误差。本文 SDS 算法及 FBSSD 算法具有较好的统计性能,但相比 FBSSD 算法,SDS 算法信噪比门限更低、估计偏差更小,而均方根误差在低信噪比时明显低于 FBSSD 算法,因而 SDS 算法具有更好解相干性能。

## 5 结论

色噪声背景下,本文提出的空间差分平滑算法(SDS)是一种有效的相干信源 DOA 估计算法,相比其它算法,SDS 算法具有以下优点:

(1) 算法的空间差分矩阵通过对原始协方差矩阵的变换得到,无需原始协方差矩阵的多次估计。

(2) 矩阵差分运算可对消空间 Toeplitz 类色噪声,适用于更广泛的未知噪声背景及低信噪比环境。

(3) 将非相干信源与相关(或相干)信源分开分辨,重复利用阵列接收数据,可分辨更多信源。

(4) SDS 算法利用少数阵元进行迭代空间平滑运算,可明显减小算法计算量,且非相干信源与相关(或相干)信源的测向可采用并行算法。

#### 参考文献:

- [1] R O Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimations [J]. IEEE Trans on AP, 1986, 34(3): 276-280.
- [2] H Krim, M Viberg. Two decades of array signal Processing research [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 49(4): 67-94.
- [3] C G Zhou, F Haber, D L Jaggard. The resolution threshold of MUSIC

with unknown spatially colored noise[J]. IEEE Trans on SP, 1993, 41(1): 511-516.

- [4] A Paulraj, T Kailath. Eigenstructure method for direction of arrival estimation in the presence of unknown noise fields[J]. IEEE Trans on ASSP, 1986, 34(1): 13-20.
- [5] S Prasad, R T Williams. A transform based covariance differencing approach for some classes of parameter estimation problems [J]. IEEE Trans on ASSP, 1988, 36(5): 631-641.
- [6] Y B Zhao, S H Zhang. A fast algorithm for DOA estimation in unknown correlated noise[A]. IEEE 6th CAS Symp. on Emerging Technologies: Mobile and Wireless Comm[C]. Shanghai, China: IEEE, 2004(5): 757-759.
- [7] Y H Choi. Subspace based coherent source localization with forward backward covariance matrices[J]. IEE Proc Radar Sonar Navig, 2002, 149(3): 145-151.
- [8] 叶中付, 沈凤麟. 基于空间差分技术的测向方法[J]. 电子学报, 1996, 24(7): 38-43.  
Ye Zhongfu, Shen Fengqi. Direction finding using spatial differencing technique[J]. ACTA ELECTRONICA SINICA, 1996, 24(7): 38-43.
- [9] 叶中付. 空间平滑差分方法[J]. 通信学报, 1997, 18(9): 1-7.  
Ye Zhongfu. Spatial smoothing differencing technique [J]. Tong Xin Xue Bao, 1997, 18(9): 1-7.
- [10] E M AfAradi, R M Shuhair, M E AfMualla. Computationally efficient high resolution DOA estimation in multipath environment [J]. IEEE Electronics Letters, 2004, 40(14): 908-910.
- [11] K C Tan, G L oh. Estimating directions of arrival of coherent signals in unknown correlated noise via spatial smoothing[J]. IEEE Trans on SP, 1997, 45(4): 1087-1091.
- [12] R Rajagopal, P R Rao. Generalised algorithm for DOA estimation in a passive sonar [J]. IEE Proceedings F, 1993, 140(1): 12-20.
- [13] S U Pillai, B H Kwon. Forward backward spatial smoothing techniques for the coherent signal identification[J]. IEEE Trans on ASSP, 1989, 37(1): 8-15.

#### 作者简介:



齐崇英 男, 1978 年生于河北石家庄, 博士研究生, 2002 年获空军工程大学信号与信息处理专业硕士学位, 发表论文 10 余篇, 主要研究方向为阵列信号处理及空间谱估计。



王永良 男, 1965 年生于浙江嘉兴, 教授, 博士生导师, 1994 年获西安电子科技大学博士学位, 1994 年~1996 年在清华大学做博士后, 现为武汉空军雷达学院兵器应用工程重点实验室主任, 空军中青年高科技拔尖人才, 中国电子学会无线电分会委员, 著有《空时自适应信号处理》、《空间谱估计理论与算法》学术专著, 曾获“中国优秀博士后奖”、“高校青年教师奖”、“全国优秀骨干教师奖”等, 主要研究领域为: 雷达技术、阵列信号处理、自适应信号处理等。