

MPSTD 算法子域分界面上的 CV-PB 匹配条件

姜永金, 柴舜连, 毛钧杰

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 针对多域伪谱时域算法(MPSTD)中子域分界面两侧为不同介质的情形, 将特征变量法与物理边界条件相结合提出一种新的子域分界面匹配条件: 特征变量-物理边界(CV-PB)匹配条件, 并推导得到一般 3D 曲线坐标系中子域分界面上的场值更新关系. 最后给出的数值实例将其与传统分界面匹配条件在算法稳定性、计算精度方面做了比较. 多种情形下的数值仿真表明, 该匹配条件比传统匹配条件的数值稳定性更好、精度更高.

关键词: 多域伪谱时域算法; 子域分界面匹配条件; 特征变量-物理边界(CV-PB)匹配条件

中图分类号: TN820.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2005)12-2226-05

Characteristic Variables Physical Boundary(CV-PB) Matching Condition for Interfaces in Multidomain Pseudospectral Time Domain

JIANG Yong-jin, CHAI Shun-lian, MAO Jun-jie

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: Characteristic variables-Physical boundary(CV-PB) matching condition is proposed for the interfaces which separate two subdomains with different materials in multidomain PSTD, and interface field update relations are obtained in the 3-D generalized curvilinear coordinates. Some numerical examples are used to compare the CV-PB with the traditional matching condition. The numerical results show that the proposed matching condition is more stable and accurate than the traditional matching condition.

Key words: multidomain pseudospectral time domain(MPSTD); matching condition for interfaces of subdomains; characteristic variables-Physical boundary(CV-PB)

1 引言

时域有限差分方法^[1](FDTD)已经被广泛地应用于电磁波的散射、辐射和传播问题, 然而要想达到可以接受的精度效果, 每波长需要分成 10~20 个网格. 在最近几年, 高阶方法和谱方法在计算电磁学中已经得到了越来越多的重视, 对于 Maxwell 方程的时域求解, 两种不同类型的伪谱方法已经被广泛应用, 第一种是 Fourier 时域伪谱方法(FPSTD)^[2~4], 第二种是多域伪谱时域算法(MPSTD)^[5~11]. 这两种时域伪谱方法的中心思想都是利用多项式来表达未知量及其空间导数以求解 Maxwell 方程. Fourier PSTD 在均匀介质空间或者变化不大的非均匀介质空间, 每波长只需两个网格就可以满足计算精度; 然而将其用于复杂问题时, 如曲面物体、金属物体和拥有不连续材料分布的问题时, 它的计算精度是低的. MPSTD 方法克服了上述 FPSTD 方法的局限, 并且还能处理曲面复杂目标, 但它需要每波长 π 个网格, 稍微增加了计算量. 大量文献表明这两种伪谱方法在许多应用中都显得比 FDTD 更加有效^[2~11].

MPSTD 方法的基本思想是将整个计算域分成几个与所分

析问题共形的曲面六面体子域, Chebyshev PSTD 被单独用在每个子域里, 子域之间通过子域分界面匹配条件来处理. 现有文献中, 对于子域两侧为相同材料的子域分界面常采用 Maxwell 方程特征变量法来处理^[5~7, 11], 也有文献采用切线场量连续边界条件来处理^[8~10]; 而对于分界面两侧为不同材料的子域分界面常采用切线场量连续边界条件来处理^[8~11]. 对于 MPSTD 算法而言, 子域分界面匹配边界条件的性能直接决定着算法的稳定性, 这使得最小时间步的选取不仅要满足 CFL 稳定性条件, 而且还要受到子域分界面匹配条件稳定性的限制^[12, 13]. 为此, 将特征变量法与物理边界条件相结合提出了特征变量-物理边界(CV-PB)匹配条件. 本文首先介绍了 MPSTD 算法的具体实现方法, 然后推导出了一般曲线坐标系中 3D 情形下子域分界面上 CV-PB 匹配条件的场值更新关系; 最后, 以计算介质圆柱散射为例, 在子域两侧为不同材料的子域分界面上, 分别采用 CV-PB 匹配条件和切向场量连续匹配条件, 从稳定性和计算精度方面做了比较. 数值仿真验证了 CV-PB 匹配条件具有更好的稳定性和更高的计算精度.

2 Maxwell 方程的矢量形式

考虑一个无源的、各向同性、导电的不均匀媒质,其介电常数、磁导率和电导率分别为 ϵ, μ, σ . 对于 3D 矢量 Maxwell 方程其形式为:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \eta} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \zeta} + \mathbf{D} \mathbf{q} = 0 \quad (1)$$

式中

$$\mathbf{q} = (E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z)^T \quad (2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \xi_z/\epsilon & -\xi_y/\epsilon \\ 0 & 0 & 0 & -\xi_x/\epsilon & 0 & \xi_y/\epsilon \\ 0 & 0 & 0 & \xi_y/\epsilon & -\xi_x/\epsilon & 0 \\ 0 & -\xi_z/\mu & \xi_y/\mu & 0 & 0 & 0 \\ \xi_z/\mu & 0 & -\xi_x/\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\xi_y/\mu & \xi_x/\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3a)$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \sigma/\epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma/\epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma/\epsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_m/\epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_m/\epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_m/\epsilon \end{pmatrix} \quad (3b)$$

其中 ϵ, μ, σ 均为坐标 (x, y, z) 的函数,矩阵 \mathbf{B} 和 \mathbf{C} 的表达式只需将矩阵 \mathbf{A} 中的 ξ 分别换成 η 和 ζ 即可.

3 Chebyshev 伪谱方法

对于 3D 问题,假定计算域能被分成许多与所分析问题共形的、无互叠的曲面六面体子域,利用坐标变换, (x, y, z) 坐标系中的每一个曲面六面体可变换到 (ξ, η, ζ) 坐标系中的单位立方体. 为了精确估计定义在单位立方体上的 $q(\xi, \eta, \zeta)$, 采用基于 Chebyshev-Gauss-Lobatto 配置点的张量积 Chebyshev 方法.

定义在单位立方体上的 Chebyshev-Gauss-Lobatto 配置点为

$$\xi_i = -\cos\left(\frac{i\pi}{N}\right), \quad i = 0, 1, \dots, I \quad (4)$$

$$\eta_j = -\cos\left(\frac{j\pi}{M}\right), \quad j = 0, 1, \dots, J \quad (5)$$

$$\zeta_l = -\cos\left(\frac{l\pi}{M}\right), \quad l = 0, 1, \dots, L \quad (6)$$

采用张量积 Chebyshev-Lagrange 多项式, $q(\xi, \eta, \zeta)$ 被给出

$$q(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J \sum_{l=0}^L q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l) g_i(\xi) g_j(\eta) g_l(\zeta) \quad (7)$$

式中, $g_i(\alpha)$ 为 Lagrange 插值多项式, 如式(8)

$$g_i(\alpha) = \frac{(1-\alpha^2) T'_N(\alpha) (-1)^{i+1}}{c_i N^2 (\alpha - \alpha_i)} \quad (8)$$

此处 $\alpha = (\xi, \eta, \zeta)$, $c_0 = c_N = 2$, $c_i = 1 (1 \leq i \leq N-1)$, N 阶 Chebyshev 多项式为 $T_N(x) = \cos(N \cos^{-1} x)$.

那么,定义在网格点上的 $q(\xi, \eta, \zeta)$ 的空间偏导数被给出:

$$\frac{\partial q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l)}{\partial \xi} = \sum_{k=0}^I D_{ik}^{(\xi)} q(\xi_k, \eta_j, \zeta_l) \quad (9)$$

$$\frac{\partial q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l)}{\partial \eta} = \sum_{k=0}^J D_{jk}^{(\eta)} q(\xi_i, \eta_k, \zeta_l) \quad (10)$$

$$\frac{\partial q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l)}{\partial \zeta} = \sum_{k=0}^L D_{lk}^{(\zeta)} q(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \quad (11)$$

式中 $D_{ik}^{(\alpha)} = g'_{i,k}(\alpha)$, $\alpha = (\xi, \eta, \zeta)$ 为微分矩阵,具体表达式可参见文献[8].

4 子域分界面上的 CV-PB 匹配条件

假定子域分界面垂直于 ξ , 将系数矩阵 \mathbf{A} 对角化^[7]

$$\mathbf{A} = \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{S}^{-1} \quad (12)$$

特征矢量 \mathbf{R} 能被写为

$$\mathbf{R} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{q} = \begin{pmatrix} R_{\xi,1}^+ \\ R_{\xi,1}^- \\ R_{\xi,1}^0 \\ R_{\xi,2}^0 \\ R_{\xi,2}^+ \\ R_{\xi,2}^- \end{pmatrix} = \frac{1}{dA^2} \begin{pmatrix} \xi_x \xi_z H_x + \xi_y \xi_z H_y - (\xi_x^2 + \xi_y^2) H_z + \alpha dA (\xi_y E_x - \xi_x E_y) \\ \xi_x \xi_z H_x + \xi_y \xi_z H_y - (\xi_x^2 + \xi_y^2) H_z - \alpha dA (\xi_y E_x - \xi_x E_y) \\ \xi_x dAE_x + \xi_y dAE_y + \xi_z dAE_z \\ \xi_x dAH_x + \xi_y dAH_y + \xi_z dAH_z \\ \xi_x \xi_z H_x + \xi_y \xi_z H_y - (\xi_x^2 + \xi_z^2) H_y + \alpha dA (\xi_z E_x - \xi_x E_z) \\ \xi_x \xi_z H_x + \xi_y \xi_z H_y - (\xi_x^2 + \xi_z^2) H_y - \alpha dA (\xi_z E_x - \xi_x E_z) \end{pmatrix} \quad (13)$$

此处 $dA = \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}$, $c = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$, 特征变量的上标 $(-, 0, +)$ 分别表示沿 $-\xi$ 传播、不传播和沿 $+\xi$ 传播的特征波, 这些特征变量可以通过场矢量的法线和切线分量来给予物理解释.

设 $\mathbf{n} = \xi_x \hat{i} + \xi_y \hat{j} + \xi_z \hat{k} = \langle \xi_x, \xi_y, \xi_z \rangle$, 则 \mathbf{n} 为 ξ 面的外法线矢量; 设 $\mathbf{t}_1 = \langle 0, \xi_z, -\xi_y \rangle$, $\mathbf{t}_2 = \langle -\xi_z, 0, \xi_x \rangle$, $\mathbf{t}_3 = \langle \xi_y, -\xi_x, 0 \rangle$, 则 $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{t}_3$ 为 ξ 面的三个切线矢量, 那么

$$\mathbf{R}_{\xi,1}^0 = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E})/dA \quad (14)$$

$$\mathbf{R}_{\xi,2}^0 = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})/dA \quad (15)$$

$$\mathbf{R}_{\xi,1}^{\pm} = \frac{1}{dA^2} [\xi_y (\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{H}) - \xi_x (\mathbf{t}_2 \cdot \mathbf{H}) \pm \alpha dA (\mathbf{t}_3 \cdot \mathbf{E})] \quad (16)$$

$$\mathbf{R}_{\xi,2}^{\pm} = \frac{1}{dA^2} [\xi_x (\mathbf{t}_3 \cdot \mathbf{H}) - \xi_z (\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{H}) \pm \alpha dA (\mathbf{t}_2 \cdot \mathbf{E})] \quad (17)$$

假定 ξ 从子域 1 指向子域 2, 在这种情况下, 采用特征变量匹配分界面两侧的特征波^[7]. 设 $q^{(1)}$ 和 $q^{(2)}$ 分别是两个子域分界面上的待求解, 在时间步计算推进下, 每个子域单独计算所得分界面处的解为 $\hat{q}^{(1)}$ 和 $\hat{q}^{(2)}$, 此时向右行波特征变量对可通过式(18)表示

$$\mathbf{R}_{\xi,i}^{\pm}(q^{(1)}) = \mathbf{R}_{\xi,i}^{\pm}(\hat{q}^{(1)}), \quad i = 1, 2 \quad (18)$$

式中, \cdot 代表某一时刻每个子域单独计算所得的分界面上的场值(下同).

向左行波特征变量对可通过式(19)表示

$$R_{\xi,i}^-(q^{(2)}) = R_{\xi,i}^-(\hat{q}^{(2)}), i = 1, 2 \quad (19)$$

静态特征变量由(20)、(21)决定

$$R_{\xi,1}^0(q^{(i)}) = \frac{1}{2} [R_{\xi,1}^0(\hat{q}^{(1)}) + R_{\xi,1}^0(\hat{q}^{(2)})], i = 1, 2 \quad (20)$$

$$R_{\xi,2}^0(q^{(i)}) = \frac{1}{2} [R_{\xi,2}^0(\hat{q}^{(1)}) + R_{\xi,2}^0(\hat{q}^{(2)})], i = 1, 2 \quad (21)$$

当分界面两侧为不同介质材料时,分界面上必须满足物理边界条件^[8,9,16]

$$E_t^{(1)} = E_t^{(2)}(t = t_1, t_2, t_3), D_n^{(1)} = D_n^{(2)} \quad (22a)$$

$$H_t^{(1)} = H_t^{(2)}(t = t_1, t_2, t_3), B_n^{(1)} = B_n^{(2)} \quad (22b)$$

式中,上角标 (i) $(i = 1, 2)$ 代表不同子域(下同),电位移矢量 $D = \epsilon E$,磁感应强度 $B = \mu H$,下脚标 $t = t_1, t_2, t_3$ 代表切向分量分别取 t_1, t_2, t_3 (下同).则,左向行波对和右向行波对可分别表示为

$$R_{\xi,1}^{\pm} = \frac{1}{\mu d A^2} [\xi_y B_{t1} - \xi_x B_{t2} \pm \eta d A D_{t3}] \quad (23)$$

$$R_{\xi,2}^{\pm} = \frac{1}{\mu d A^2} [\xi_x B_{t3} - \xi_z B_{t1} \pm \eta d A D_{t2}] \quad (24)$$

式中 $B_t = t \cdot B(t = t_1, t_2, t_3)$, $D_t = t \cdot D(t = t_2, t_3)$. $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 为波阻抗.

分界面上的法线场值分量由式(25)、(26)决定

$$D_n^{(1)} = D_n^{(2)} = \frac{1}{2} (\hat{D}_n^{(1)} + \hat{D}_n^{(2)}) \quad (25)$$

$$B_n^{(1)} = B_n^{(2)} = \frac{1}{2} (\hat{B}_n^{(1)} + \hat{B}_n^{(2)}) \quad (26)$$

联立解式(18)~(26),可得分界面上的场值更新关系为:

$$E_x^{(i)} = \frac{-\xi_z D_{t2}^{(i)} + \xi_y D_{t3}^{(i)} + \xi_x D_n^{(i)}}{\epsilon^{(i)} d A^2} \quad (27)$$

$$E_y^{(i)} = -\frac{(\xi_x^2 + \xi_z^2) D_{t3}^{(i)} + \xi_y \xi_z D_{t2}^{(i)} - \xi_x \xi_y D_n^{(i)}}{\epsilon^{(i)} d A^2 \xi_x} \quad (28)$$

$$E_z^{(i)} = \frac{(\xi_x^2 + \xi_y^2) D_{t2}^{(i)} + \xi_y \xi_z D_{t3}^{(i)} + \xi_x \xi_y D_n^{(i)}}{\epsilon^{(i)} d A^2 \xi_x} \quad (29)$$

$$H_x^{(i)} = \frac{-\xi_z B_{t2}^{(i)} + \xi_y B_{t3}^{(i)} + \xi_x B_n^{(i)}}{\mu^{(i)} d A^2} \quad (30)$$

$$H_y^{(i)} = -\frac{(\xi_x^2 + \xi_z^2) B_{t3}^{(i)} + \xi_y \xi_z B_{t2}^{(i)} - \xi_x \xi_y B_n^{(i)}}{\mu^{(i)} d A^2 \xi_x} \quad (31)$$

$$H_z^{(i)} = \frac{(\xi_x^2 + \xi_y^2) B_{t2}^{(i)} + \xi_y \xi_z B_{t3}^{(i)} + \xi_x \xi_y B_n^{(i)}}{\mu^{(i)} d A^2 \xi_x} \quad (32)$$

式中, $i = 1, 2$

$$D_{t2}^{(1)} = \frac{\eta^{2(2)} R_{\xi,2}^+ - \eta^{2(1)} \frac{\epsilon^{(1)}}{\epsilon^{(2)}} R_{\xi,2}^-}{\eta^{(1)} \eta^{2(2)} d A + \eta^{2(1)} \eta^{(2)} d A},$$

$$D_{t3}^{(1)} = \frac{\eta^{2(2)} R_{\xi,1}^+ - \eta^{2(1)} \frac{\epsilon^{(1)}}{\epsilon^{(2)}} R_{\xi,1}^-}{\eta^{(1)} \eta^{2(2)} d A + \eta^{2(1)} \eta^{(2)} d A},$$

$$B_{t1}^{(1)} = -\frac{\xi_z R_{\xi,2}^+ - \xi_y R_{\xi,1}^+ - \eta^{(1)} d A \xi_z D_{t2}^{(1)} + \eta^{(1)} d A \xi_y D_{t3}^{(1)}}{d A^2},$$

$$B_{t2}^{(1)} = -\frac{R_{\xi,1}^+ - \eta^{(1)} d A D_{t3}^{(1)} - \xi_y B_{t1}^{(1)}}{\xi_x},$$

$$B_{t3}^{(1)} = \frac{R_{\xi,2}^+ + \xi_z B_{t1}^{(1)} - \eta^{(1)} d A D_{t2}^{(1)}}{\xi_x},$$

$R_{\xi,i}^{\pm} = \mu^{(i)} d A^2 R_{\xi,i}^{\pm}(i = 1, 2)$, $D_t^{(2)}(t = t_2, t_3)$, $B_t^{(2)}(t = t_1, t_2, t_3)$ 可由式(22)得到.

假定子域分界面垂直于 η, ξ ,只需将公式中的 ξ 分别换成 η, ξ 即可.

5 传统子域分界面上的匹配条件

目前,文献中常采用切向场量连续边界条件作为子域分界面上的匹配条件^[8-11],分界面上场值的更新关系可由式(33)得到

$$H_t^{(1)}, H_t^{(2)} \leftarrow \frac{(\hat{H}_t^{(1)} + \hat{H}_t^{(2)})}{2}, t = t_1, t_2 \quad (33a)$$

$$E_t^{(1)}, E_t^{(2)} \leftarrow \frac{(E_t^{(1)} + \hat{E}_t^{(2)})}{2}, t = t_1, t_2 \quad (33b)$$

6 数值仿真及其分析

考虑自由空间中 TM_z 波照射下的一个无限长介质圆柱的散射问题,如图 1 所示.介质圆柱的中心在(0,0,0)点,半径为 2.0m,介质的相对介电常数为 $\epsilon_r = 2.0$ 或 4.0,相对导磁系数为 $\mu_r = 1.0$.在子域 A 采用空间形式的 Gaussian 脉冲源作为入射源^[8],最大频率 600MHz.在兼顾计算精度和计算效率的前提下,2D 计算区域被分解成一些互不交叠的四边形子域,具体可参见文献[17].最外层为 PML 子区域,每个子域的网格数目为 16×16 ,在子域分界面两侧为相同介质时,采用特征变量法作为子域匹配条件;在子域分界面两侧为不同介质时,分别采用传统匹配条件和本文所提的 CV-PB 匹配条件.为了文中叙述方便,我们将采用传统匹配条件的 MPSTD 算法称为 PSTD1;将采用 CV-PB 匹配条件的 MPSTD 算法称为 PSTD2.将 CP-FDTD 方法每波长分成 30 个网格对该问题的分析结果作为参考值^[14,15].以图中 A、B 子域介质分界面为例,在改变介质柱的 ϵ_r 和最小时间步长 Δt 的不同情形下,分别采用 PSTD1 和 PSTD2 方法计算了分界面上中心点处的时域场并以此来分析算法稳定性和计算精度.

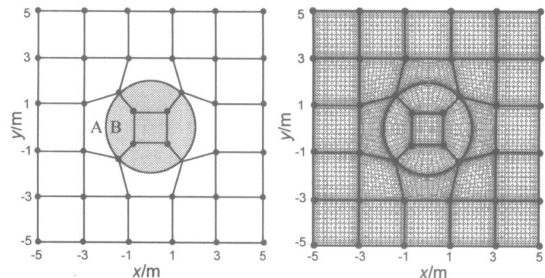


图 1 子域几何尺寸及 Chebyshev 网格点分布

(1) 当 $\epsilon_r = 2.0$, PSTD1 方法中取 $\Delta t_1 = 4\text{ps}$ 、PSTD2 方法中取 $\Delta t_2 = 8\text{ps}$ 时的计算结果以及 CP-FDTD 的计算结果如图 2(a)所示; PSTD1 方法中最小时间步 Δt_1 分别取为 4ps 、 2ps 、 1ps 时的计算结果如图 2(b)所示; PSTD1($\Delta t_1 = 1\text{ps}$)、PSTD2($\Delta t_1 = 8\text{ps}$) 的计算结果与 CP-FDTD 计算结果的相对误差

$E_{Z(PSTD1-CPFDTD)}$ 与 $E_{Z(PSTD2-CPFDTD)}$ 的比较如图 2(c) 所示。从图 2 可知, 当 $\Delta t_1 \geq 4\text{ps}$ 时, 采用传统分界面匹配条件的 PSTD1 算法不稳定, 计算结果发散, 而采用 CV-PB 匹配条件的 PSTD2 算法稳定, 计算结果与 CP-FDTD 结果吻合得很好, 当最小时间

步长变小, 取 $\Delta t_1 = 2\text{ps}$ 时, PSTD1 计算结果收敛, 但计算结果与 CP-FDTD 参考值在局部有一定的误差; 当取 $\Delta t_1 = 1\text{ps}$, $\Delta t_2 / \Delta t_1 = 8$ 时, PSTD1 方法计算结果与 CP-FDTD 计算结果吻合得很好, 此时, 相对误差 $E_{Z(PSTD1-CPFDTD)}$ 比 $E_{Z(PSTD2-CPFDTD)}$ 大 1%;

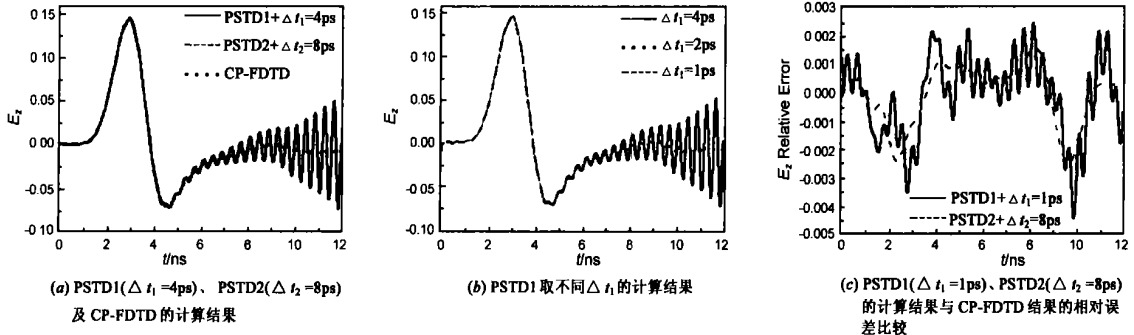


图 2 $\epsilon_r=2.0$ 时, PSTD1 与 PSTD2 取不同 Δt 的计算结果及其与 CP-FDTD 结果的比较

(2) 当 $\epsilon_r = 4.0$, PSTD1 方法取 $\Delta t_1 = 4\text{ps}$, PSTD2 方法取 $\Delta t_2 = 8\text{ps}$ 时的计算结果以及 CP-FDTD 的计算结果如图 3(a) 所示; PSTD1 方法取 $\Delta t_1 = 1\text{ps}$, PSTD2 方法取 $\Delta t_2 = 8\text{ps}$ 的计算结果以及 CP-FDTD 计算结果如图 3(b) 所示; PSTD1 ($\Delta t_1 = 1\text{ps}$), PSTD2 ($\Delta t_2 = 8\text{ps}$) 的计算结果与 CP-FDTD 计算结果的相对误

差 $E_{Z(PSTD1-CPFDTD)}$ 与 $E_{Z(PSTD2-CPFDTD)}$ 的比较如图 3(c) 所示。由图 3 可知, 当 $\Delta t_1 \geq 4\text{ps}$ 时, 采用传统分界面匹配条件的 PSTD1 方法计算结果发散, 而采用 CV-PB 匹配条件的 PSTD2 方法计算结果与 CP-FDTD 结果吻合得很好; 当最小时间步长变小, 取 $\Delta t_1 = 1\text{ps}$, $\Delta t_2 / \Delta t_1 = 8$ 时, PSTD1 方法计算收敛, 但其相对

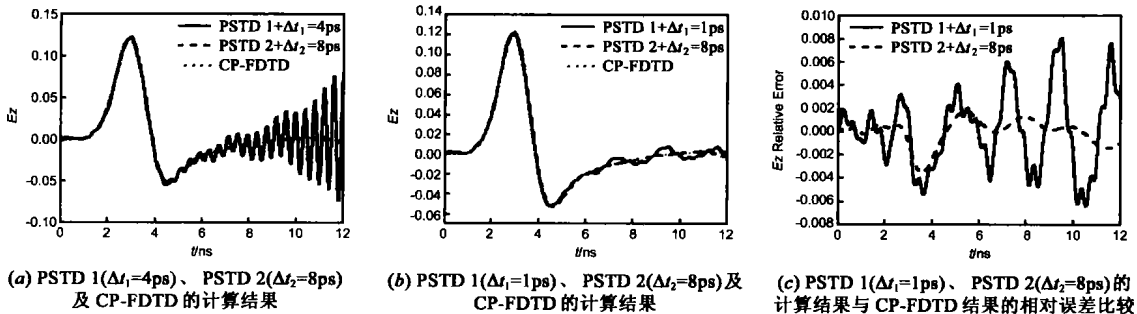


图 3 $\epsilon_r=4.0$ 时, PSTD1 与 PSTD2 取不同 Δt 的计算结果及其与 CP-FDTD 结果的比较

误差 $E_{Z(PSTD1-CPFDTD)}$ 比 $E_{Z(PSTD2-CPFDTD)}$ 大 3%;

(3) 最后, 采用 PSTD2 方法计算了 $\epsilon_r = 2.0$ 介质球体的近场散射问题, 球半径为 2.0m, 球的中心位于点 (0, 0, 0)m, 该问题的多域剖分如图 4(a)、(b) 所示, 每个子域的网格数目为 $8 \times 8 \times 8$, 激励源采用空间分布的 Gaussian 脉冲源, 强加于 E_z 场分量上, 源中心点位于 (-3.0, 0, 0)m, 最大频率 300MHz, 观

察点位于 (2.5, 0, 0)m, PSTD2 的计算结果如图 4(c) 所示。

上面的数值仿真表明: 在 MPSTD 算法中, 当同时兼顾算法稳定性和计算精度时, 本文所提的 CV-PB 匹配条件对最小时间步长的取值是传统匹配条件对最小时间步长取值的 8 倍; 当分界面两侧介质的 ϵ_r 差别增大时, 传统匹配条件的计算误差增大, 而采用 CV-PB 匹配条件的计算误差却基本没变。综上所述, 结合 CV-PB 匹配条件的 MPSTD 算法具有更好的算法稳定性和更高的计算精度。

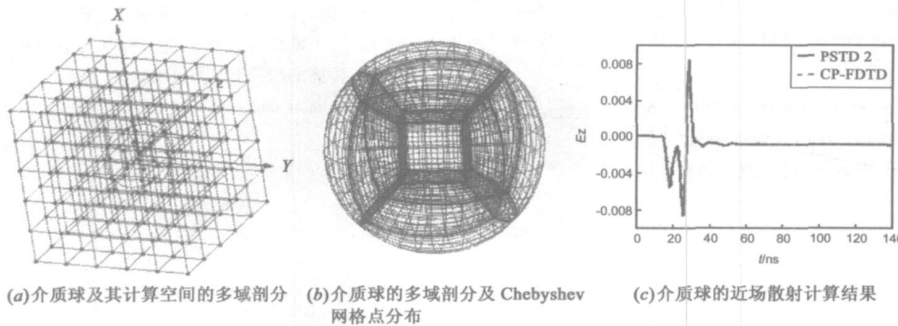


图 4 $\epsilon_r=2.0$ 、半径为 2m 的介质球近场散射的 PSTD 2 计算结果及其与 CP-FDTD 结果的比较

7 结论

针对 MPSTD 算法中子域分界面两侧为不同介质的情形, 将 Maxwell 特征变量法和物理边界条件相结合提出了 CV-PB 子域分界面匹配条件, 并推导得到一般 3D 曲线坐标系中子域分界面上的场值更新关系, 该匹配条件与传统

的分界面匹配条件相比, 结合该匹配条件的 MPSTD 算法可使算法的稳定性和计算精度比结合传统匹配条件的 MPSTD 算法更高, 更准确, 尤其当子域分界面两侧 ϵ_r 的差别较大时, 该匹配条件仍可保持较好的稳定性和较高的计算精度. 最后, 采用结合 CV-PB 匹配条件的 MPSTD 算法分析了介质球体的近场散射问题, 与 CP-FDTD 结果的比较进一步验证了该算法的稳定性和准确性.

参考文献:

- [1] K S Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media [J]. IEEE Transactions Antennas and Propagation, 1966, 14(3): 302- 307.
- [2] Q H Liu. The PSTD algorithm: A time domain method requiring only two cells per wavelength [J]. Microwave Optical Technology Letter, 1997, 15(2): 158- 165.
- [3] Q H Liu, N Nguyen. An accurate algorithm for nonuniform fast Fourier transforms [J]. IEEE Microwave Guide Wave Letter, 1998, 8(1): 18- 20.
- [4] Q H Liu. Large Scale simulations of electromagnetic and acoustic measurements using the pseudospectral time domain algorithm [J]. IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(2): 917- 926.
- [5] Yang B, D Gottlieb, J S Hesthaven. Spectral simulations of electromagnetic waves scattering [J]. Journal of Computational Physics, 1997, (134): 216- 230.
- [6] Hesthaven J S, Dinesen P G, J P Lynov. Spectral collocation time domain modeling of diffractive optical elements [J]. Journal of Computational Physics, 1999, (155): 287- 306.
- [7] Adour V Kabakian. A three dimensional spectral collocation time domain solver for electromagnetic wave scattering [R]. New York: Aircraft Industries Association of America, 1997.
- [8] GuoXin Fan, Q H Liu, J S Hesthaven. Multidomain pseudospectral time domain simulations of scattering by objects buried in lossy media [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(6): 1366- 1373.
- [9] Gang Zhao, Q H Liu. The 3-D multidomain pseudospectral time domain method for wideband simulation [J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2003, 13(5): 184- 186.
- [10] G Zhao, Q H Liu. The 3-D multidomain pseudospectral time domain algorithm for inhomogenous conductive media [J]. IEEE Transaction Antennas and Propagation, 2004, 52(5): 742- 749.

- [11] B Yang, J S Hesthaven. Multidomain pseudospectral computation of Maxwell's equation in 3-D general curvilinear coordinates [J]. Applied Numerical Mathematics, 2000, (33): 281- 289.
- [12] Tobin A Driscoll, Bengt Fornberg. A block pseudospectral method for Maxwell's equations [J]. Journal of Computational Physics, 1998, (140): 47- 65.
- [13] Tobin A Driscoll, Bengt Fornberg. Block pseudospectral methods for Maxwell's equation II: two dimensional, discontinuous-coefficient case [J]. SIAM Journal of Scientific Computation, 1999, 21(3): 1146- 1167.
- [14] Jurgens T G, Taflove A. Finite difference time domain modeling of curved surface [J]. IEEE Transaction Antennas and Propagation, 1992, 40(3): 357- 365.
- [15] Raitlon C J, Schneider J B. An analytical and numerical analysis of several locally conformal FDTD schemes [J]. IEEE Transaction Microwave Theory and Technology, 1999, 47(1): 56- 66.
- [16] H M Jurgens, D W Zingg. Numerical solution of the time domain Maxwell equations using high accuracy finite difference methods [J]. SIAM Journal of Scientific Computation, 2000, 22(5): 1675- 1696.
- [17] GARL Erik Wasberg, David Gottlieb. Optimal decomposition of the domain in spectral methods for wave like phenomena [J]. SIAM Journal of Scientific Computation, 2000, 22(2): 617- 632.

作者简介:



姜永金 男, 1977 年 4 月生于山西省阳泉市, 现在国防科技大学电子科学与工程学院攻读电磁场与微波技术专业博士学位, 主要研究方向为电磁场数值计算, 微波、毫米波天线的设计与分析. E-mail: kjld_jyj@163.com.



柴舜连 男, 1969 年 11 月生于湖北省黄冈市, 现为国防科技大学电子科学与工程学院副教授, 博士, 主要从事天线理论研究和计算分析及电波传播的研究和计算工作. E-mail: slchai@sina.com.