采用组合单元技术的区域分解算法及其在雷达散射截面优化中的应用

吕志清[1], 安 翔[1,2], 洪 伟[1]

(1. 东南大学毫米波国家重点实验室, 江苏南京 210096; 2. 西安电子科技大学天线与微波技术国家重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: 研究了一种采用组合单元技术的区域分解算法, 把原求解区域划分为若干个子区域, 将每个子区域内部的场值映射到连接节点, 通过求解连接节点的场值即可快速获得原问题的解, 极大地减少了存储量和计算量, 为计算复杂电磁散射问题提供了一种新的途径. 这种区域分解算法特别适合于各种优化问题, 例如, 雷达散射截面的优化. 数值算例验证了该方法的准确性和有效性.

关键词: 区域分解算法; 组合单元技术; 电磁散射; 雷达散射截面优化; 有限元法

中图分类号: TN011 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2005) 12-2254-03

Using Element Combination Technique in DDM for the Optimization of RCS

LÜ Zhi-qing[1], AN Xiang[2], HONG Wei[1]

(1. State Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China;
2. State Key Laboratory of Antenna and Microwave Technology, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China.)

Abstract: A domain decomposition method (DDM) using element combination technique is developed for solving electromagnetic scattering problems. Instead of communicating information through virtual boundary conditions just as the traditional DDM, the presented method maps the internal fields in each sub-domain onto the interface nodes, which results in a reduced matrix equation. The whole domain solution would be obtained trivially once the fields on the interface nodes are solved. Therefore the computational efficiency would be greatly improved and memory requirement is decreased dramatically. This method is very efficient for optimization problems, such as radar cross section optimization. The validity and computational efficiency have been verified by numerical examples.

Key words: domain decomposition method; element combination technique; electromagnetic scattering; radar cross section optimization; finite element method

1 引言

雷达散射截面(Radar Cross Section, RCS)优化的目的是通过控制散射体的散射特征, 降低对方电子探测系统的效能, 提高我方武器系统的突防能力和生存能力. 在目标表面涂覆吸波材料和放置金属贴片是两种常用的RCS优化手段. 在实际工程中为了检验设计效果, 通常需要采用数值方法进行仿真. 众所周知, 优化问题都是通过不断调整设计变量并反复计算才能找到最终设计方案, 而在每次调整中, 往往只是散射体上很小一部分区域的设计变量发生变化, 比如: 金属贴片的形状、大小或吸波材料的本构参数发生变化. 如果采用普通数值方法, 无论变化区域多么小, 都不得不重新生成整个计算区域的矩阵方程, 并重新求解, 因此效率比较低.

区域分解算法[1~12](Domain Decomposition Method, DDM)为解决这个矛盾提供了一种有效的途径, 其基本思想是把原来要求解的大区域划分成若干个相对独立的子区域, 相邻子区域之间通过Despres传输条件交换信息, 分别在每个子区域上求解Helmholtz方程(或Maxwell方程), 再通过迭代得到原来整个区域的解. 因此, 在优化设计中, 不必每次重新生成整个计算区域的矩阵方程, 而只需要重新生成发生变化了的子区域所对应的矩阵方程, 所以, 与普通方法相比, 采用DDM可以有效提高RCS优化问题的计算效率.

然而, 传统的区域分解算法属于迭代算法, 迭代次数与每个子区域的计算复杂度决定了它的计算效率. 对于一个优化问题往往需要几十次甚至成百上千次迭代才能获得计算精度较为满意的解, 而每一次迭代都需要在每个子区域上重新求解矩阵方程, 这无疑增加了计算量, 降低了计算效率.

为此, 本文提出了一种采用组合单元技术的区域分解算法, 将每个子区域内部的场值映射到连接节点, 通过求解连接节点上的场值即可快速获得原问题的解. 该方法的突出优点是: 每次只需要处理一个子区域, 减少了存储量; 不需要反复求解所有子区域上的矩阵方程, 而仅需要重新求解发生了变化的子区域的矩阵方程, 降低了计算量, 提高了计算效率; 可以对原求解区域进行任意方式的划分.

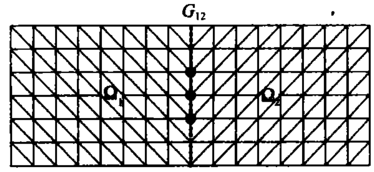

图1 非重叠的两个子区域及其网格剖分

2 基本原理

不失一般性, 考虑将原求解区域划分成两个子区域的情况, $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$, $\Gamma_{12} = \Omega_1 \cap \Omega_2$, 如图1所示, 其中的虚线是连接边界, 黑色实心圆点为连接节点. 对两个子区域独立做网格剖分, 不需要重叠网格, 但在连接边界 Γ_{12} 处的网格应匹配. 每个子区域所对应的有限元矩阵方程为:

收稿日期: 2004-11-30; 修回日期: 2005-09-01

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{bb} & \boldsymbol{K}_{bi} \\ \boldsymbol{K}_{ib} & \boldsymbol{K}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{x}}_b \\ \bar{\boldsymbol{x}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{b}}_b \\ \bar{\boldsymbol{b}}_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

上式中, $\bar{\boldsymbol{x}}_b$ 是连接节点上的场值向量; $\bar{\boldsymbol{x}}_i$ 是内部节点的场值向量; $\boldsymbol{K}_{bb}$反映连接节点之间的相互作用; $\boldsymbol{K}_{bi}$反映内部节点对连接节点的作用; $\boldsymbol{K}_{ib}$反映连接节点对内部节点的作用; $\boldsymbol{K}_{ii}$反映内部节点之间的相互作用, 它们都是稀疏矩阵; 表示作用在连接节点上的激励; 表示作用在内部节点上的激励.

对式(1) 自下而上逆序正消元得到

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{K}^*_{bb} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{K}^*_{ib} & \boldsymbol{K}^*_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{x}}_b \\ \bar{\boldsymbol{x}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{b}}^*_b \\ \bar{\boldsymbol{b}}^*_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $\boldsymbol{K}^*_{ii}$ 是单位下三角矩阵. 由上式可以得到缩维矩阵方程

$$\boldsymbol{K}^*_{bb}\bar{\boldsymbol{x}}_b = \bar{\boldsymbol{b}}^*_b \quad (3)$$

这相当于把内部节点的场值映射到连接节点. 虽然系数矩阵 $\boldsymbol{K}^*_{bb}$ 是满矩阵, 但由于连接节点的数量很少, 所以它的规模很小.

式(2) 和式(3) 相当于把一个子区域上的所有单元凝聚成一个单元. 本文称之为组合单元, 式(3) 是其单元矩阵方程. 组合单元类似于计算结构力学中的超级单元[13], 在数学上两者都属于 Schur 补类算法[14], 但式(2) 不需要计算 $\boldsymbol{K}_{ii}$的逆矩阵, 效率更高.

将原求解区域划分成若干个子区域, 在每个子区域上形成其组合单元, 然后把所有的组合单元矩阵方程装配成总体矩阵方程, 就可以计算出所有连接节点上的场值, 再利用式(2) 的第二式即可求出各子区域内部节点的场值, 本文称这种方法为组合单元技术. 需要说明的是, 对于 RCS 计算和优化问题, 通过选择适当的分区方式, 可以不必计算子区域内部的场值.

比较文献[1~12] 所采用的传统区域分解算法和这种采用组合单元技术的区域分解算法, 不难发现它们的主要区别:

(1) 前者在原理上属于迭代算法, 要通过反复迭代来获得事先指定精度的近似解; 而后者在原理上不属于迭代算法, 相对于矩阵方程而言, 它的最终解是精确解;

(2) 虽然在原理上前者的分区方式是任意的, 但是由于需要使用 Despres 条件, 其中涉及在连接边界上计算场值的导数, 因此, 在实际计算中为了保证计算精度往往只能采用规则的分区方式; 而后者不需要 Despres 条件, 可以采用任意的分区方式;

(3) 前者需要反复求解每个子区域所对应的矩阵方程; 而后者将内部节点凝聚到连接节点的过程相当于只求解一次矩阵方程;

(4) 后者比前者具有更高的并行度. 前者虽然也是并行的, 但每迭代一次相邻的两个子区域就要交换一次信息, 数据通信量大; 而后者各子区域的凝聚过程是完全独立的, 因此具有更高的并行度.

3 RCS 的优化设计

优化 RCS 时往往只是散射体上很小一部分区域的设计变量发生变化, 比如: 金属贴片的形状、大小或吸波材料的本构参数发生变化, 根据这个特点可以把整个计算区域分成始终不发生变化和不断发生变化两种区域, 对于前者只需要生成一次矩阵方程, 将其凝聚成组合单元即可供以后的优化计算直接使用; 而对于后者必须每次重新生成并凝聚其所对应的矩阵方程, 但由于它们所在的区域往往很小, 未知量很少, 矩阵规模也很小, 所以, 这一部分的工作量并不大. 显然, 采用这种划分子区域的方法可以明显地降低计算量, 提高计算效率.

例如: 考虑图 2 所示的理想导体, 其表面涂覆有介质材料, 在介质上等间距地放置无限长金属条带, 通过调整金属条带的宽度, 使柱体的背向散射截面达到最小值.

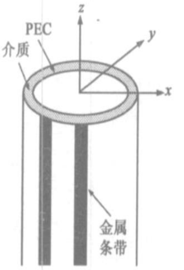

图 2 RCS 优化对象示意图

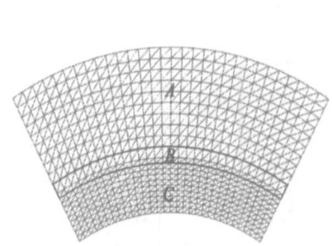

图 3 子区域及再划分方式示意图

首先把整个计算区域分成若干个子区域, 如图 3 所示. 观察图 3 可以发现, 当金属条带的宽度发生变化时, 子区域中绝大部分节点所对应的方程、物理参数以及网格的拓扑结构都是不变的, 而发生变化的仅仅是金属条带附近的节点, 因此, 可以把这个子区域再划分成几个更小的子区域, 如图 3 所示的子区域 A、B、C. 显然 A 区和 C 区属于始终不变化的区域, 而 B 区会随着金属条带宽度的变化而变化, 属于不断发生变化的区域, 但其中的未知量相对很少, 所以重新生成其矩阵方程并进行凝聚的工作量并不大.

4 算例

算例 1 首先验证组合单元技术的正确性. 采用组合单元技术计算了在 TMz 波 $E^{\mathrm{inc}} = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_0 x}$ 照射下介质涂覆理想导体圆柱的散射, 其中导体圆柱半径为 0.25λ, 介质厚度为 0.05λ, 相对介电常数 $\varepsilon_r = 4$, 相对磁导率 $\mu_r = 1$, 在离开柱体表面 0.5λ 处采用 Bayliss-Turkel 吸收边界条件[16], λ 为自由空间波长, k_0 为自由空间波阻抗. 沿径向把整个计算区域分成 2 个子区域, 按半径 R 来分区, $0.25\lambda \leqslant R \leqslant 0.3\lambda$ 为一区, $0.3\lambda \leqslant R \leqslant 0.8\lambda$ 为二区, 这样划分区域主要是考虑到这两个区域的媒质不同. 图 4 是 $R = 0.275\lambda$ 处总电场幅度的计算结果, 可以看出, 本文方法的计算结果与理论解[15,16] 吻合得非常好, 这说明本文方法是准确的.

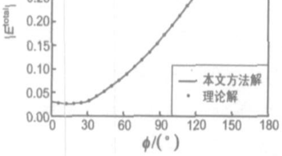

图 4 R=0.275λ 处的电场幅度

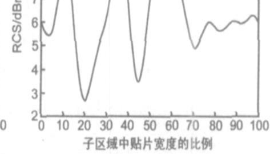

图 5 背向散射截面与金属条带宽度的关系曲线图

算例 2 考虑在 TMz 波 $E^{\mathrm{inc}} = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_0 x}$ 垂直照射下半径为 1λ 的理想导体圆柱, 其表面涂覆有厚度为 0.05λ, 相对介电常数为 5.0 的介质层, 如图 2 所示. 通过在柱体表面等间距地放置金属条带来调节其散射特性, 目标函数是: 金属条带的总宽度

最小;约束条件是:背向散射 RCS 至少降低 3dB.

假设一共有 N 个金属条带,沿周向划分 N 个子区域,每一个子区域上的金属条带的分布完全相同,由于每一个子区域的网格拓扑完全相同,因此只需要处理一个子区域,这样可以减少计算量.采用遗传算法搜索最优解,图 5 是 $N=6$ 时的计算结果,可以看出,当金属条带的宽度约为子区域宽度的 20%时,可以使该柱体的背向散射 RCS 降低 3dB.

需要说明的是:文献[12]曾采用基于部分基础解系的区域分解算法研究过本问题,但由于它使用的是 Despres 条件,其子区域划分方式受到限制,难以象图 3 那样在一个子区域内再次划分更小的子区域,因而不得不重复生成每个子区域的矩阵方程,增加了计算量,降低了计算效率,而本文方法却很容易实现这一点,这意味着采用组合单元技术的区域分解算法可以处理更加复杂的电磁问题,比如,需要沿多个方向划分子区域的情况.

5 结论

本文提出了一种采用组合单元技术的区域分解算法.该算法将各子区域中的大量基本单元凝聚成组合单元,通过求解连接节点上的场值即可快速获得原问题的解.与传统的 DDM 相比,本文方法的突出特点是:可以采用更加灵活的分区方式;只需要求解发生变动的子区域所对应的矩阵方程;具有更高的并行度.

参考文献:

[1] Despres B. Domain decomposition method and the Helmholtz problem[A]. Proc Int Symp Mathemat Numerical Aspects Wave Propagation Phenomena[C]. Strasbourg France: SIAM, 1992.44-52.

[2] Despres B. Domain decomposition method and the Helmholtz problem (Part II)[A]. Proc 2nd Int Conf Mathemat Numerical Aspects Wave propagation[C]. Dover, DE: SIAM, 1993. 197-206.

[3] Bruno Strupfel. A fast domain decomposition method for the solution of electromagnetic scattering by large objects[J]. IEEE Trans Antennas and Propagat, 1996, 44(10): 1375-1385.

[4] 吕涛,石济民,林振宝.区域分裂算法-偏微分方程数值解新技术[M].北京:科学出版社,1997.

[5] 洪伟,孙连友,许锋,尹雷,等.电磁场边值问题的区域分解算法[M].北京:科学出版社,2005.

[6] Z H Zhu, H Ji, Wei Hong. An efficient algorithm for the parameter extraction of 3-D interconnect structures in VLSI circuits: Domain-Decomposition Method[J]. IEEE Trans Microwave Theory and Techniques, 1997, 45(8): 1179-1184.

[7] Yin X X, Wei Hong. An efficient mixed algorithm of L-MEI and DDM for the wave scattering by a concave cylinder[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2002, 12(2): 63-65.

[8] Lei Yin, Jie Wang, Wei Hong. A novel and rigorous method based on the domain decomposition method for the full-wave analysis of 3-D structures[J]. IEEE Trans Microwave Theory and Techniques, 2002, 50(8): 2011-2017.

[9] Feng Xu, Wei Hong. A novel domain decomposition FDTD algorithm for the analysis of a new type of E-Plane sectorial horn with aperture field distribution optimization[J]. IEEE Trans Antennas and Propagat, 2004, 52(2): 426-434.

[10] 尹雷.区域分裂算法及其在电磁问题中的应用[D].南京:东南大学博士学位论文,2001.

[11] 汪杰.适合于并行计算的一类电磁场边值问题分析方法的研究[D].南京:东南大学博士学位论文,2002.

[12] 安翔.计算电磁学中的网格生成与区域分解算法[D].南京:东南大学博士后研究报告,2004.

[13] 王勖成,邵敏.有限单元法基本原理和数值方法[M].北京:清华大学出版社,1997.

[14] Yousef Saad. Iterative Methods for Sparse Linear Systems[M]. New York: PWS Publishing Company, 1996.

[15] R F Harrington. Time Harmonic Electromagnetic Fields[M]. New York: McGraw-Hill, 1961.

[16] Andrew F Peterson. A frequency-domain differential equation formulation for electromagnetic scattering from inhomogeneous cylinders[J]. IEEE Trans Antennas and Propagat, 1989, 37(5): 601-607.

作者简介:

吕志清 女,1976 年 5 月生于山东高唐,1998 年毕业于烟台大学计算机科学与应用数学系,现为东南大学毫米波国家重点实验室博士研究生,主要研究方向为复杂电磁问题的快速算法. E-mail: zqlv@emfield.org.

安 翔 男,1970 年 8 月出生于陕西省蒲城,2001 年毕业于西北工业大学,获博士学位,现在西安电子科技大学任教,主要研究方向为计算电磁学中的网格生成及复杂电磁问题的快速算法. E-mail: xiangan@emfield.org.

洪 伟 男,教育部长江学者计划特聘教授、博士生导师、东南大学毫米波国家重点实验室主任、国家杰出青年基金获得者、国务院学科评议组成员、全国政协委员.曾获第三届中国青年科技奖、江苏省首届青年科学家奖、国家自然科学奖、教育部和江苏省科技进步奖等多项学术奖.在国内外学术刊物上发表论文 200 多篇,出版学术专著两部,参写国际国内著作各一部.是国内外十几种权威学术刊物的特邀审稿人或编委.曾在美国加州大学伯克利分校、圣克鲁斯分校、纽约州立大学、香港中文大学、日本通信综合研究所等访问研究或讲学. E-mail: weihong@seu.edu.cn.