

一种基于粒子群优化方法的改进 量子遗传算法及应用

周 殊, 潘 炜, 罗 斌, 张伟利, 丁 莹

(西南交通大学信息科学与技术学院, 四川成都 610031)

摘 要: 本文采用粒子群优化 (PSO) 方法代替量子门来更新量子比特状态, 得到一种改进的量子遗传算法 (QGA) —— PSQGA, 并根据 QGA 自身概率特性, 引入了最优解方差函数来评价该算法的稳定性能. 利用四种典型连续函数寻优问题和 0/1 背包问题, 分别对 PSQGA 和改进的使用量子门的量子遗传算法 (IQGA) 进行了测试; 并将它们应用到图像稀疏分解的实例中. 结果表明, PSQGA 算法的寻优能力及稳定性均优于 IQGA, 且具有更好的收敛性以及更强的连续空间搜索能力, 适合于求解复杂优化问题.

关键词: 量子遗传算法; 量子计算; 粒子群优化; 0/1 背包问题; 稀疏分解

中图分类号: TP18 TN911.73 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 05-0897-05

A Novel Quantum Genetic Algorithm Based on Particle Swarm Optimization Method and Its Application

ZHOU Shu PAN Wei LUO Bin ZHANG Wei-li DING Ying

(Department of Information Science & Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract This paper proposes a novel quantum genetic algorithm (QGA) —— PSQGA, which uses particle swarm optimization method instead of quantum gate to update the state of quantum bit. It has the advantages of particle swarm optimization and quantum genetic algorithm. A variance function is introduced to estimate the stability of the algorithm. Though the experiments of four continuous functions and combination optimization problems, as well as its application to image sparse decomposition. Compared with the improved algorithm which involved quantum gate (IQGA), the ability of finding the best solution and the stability of PSQGA are greatly improved. PSQGA has better convergent property and ability of searching more extensive space. It is fit for the solution of complex optimization problems.

Key words quantum genetic algorithm; quantum computation; particle swarm optimization; 0/1 knapsack problem; sparse decomposition

1 引言

量子遗传算法是近年来新兴的研究热点, Ajit Narayan 和 Mark Moore 等于 1996 年将量子理论引入遗传算法^[1,2]. 它以量子理论和量子计算^[3,4]为基础, 采用量子比特实现染色体编码, 通过量子门来对其进行更新. 其特点是能用规模小的种群实现较大空间的搜索, 全局收敛能力强. 同时, 由于量子并行性是多种量子算法的基本特征, 即对于函数 $f(x)$ 可以同时计算不同 x 处的值, 因而量子遗传算法比传统的遗传算法有更高的效率, 被广泛应用到寻优

问题中^[5-7].

目前关于量子遗传算法的改进包括: 自适应调整搜索网格的策略对量子旋转门更新^[5]; 多宇宙实现并行进化^[8,9], 提高收敛速度, 优化量子旋转门的旋转策略; 二相位方案实现量子状态预置以加速搜索^[10]; 以及采用混沌更新量子旋转门等^[11]. 但是, 这些算法针对每个具体的问题需要采用不同量子门的更新策略^[5,8-11], 要对其旋转的角度及方向进行调整.

本文改进的算法对量子比特状态的更新通过粒子群优化方法来实现, 无需使用量子旋转门, 避免了对各个具

收稿日期: 2005-08-02 修回日期: 2006-01-17

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 10174057, No. 90201011); 教育部科学技术研究重点项目 (No. 105148); 四川省应用基础研究 (No. 03JY029-048-1)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

体问题的旋转策略的调整,同时实现了对空间广泛细致的搜索.从对比典型问题的实验可知,PSQGA 算法比使用量子旋转门的 QGA 算法要更加稳定,且 PSQGA 能更快速的收敛到较优解.同样,在数字图像的稀疏分解中^[12, 13],最为常用算法为匹配跟踪(MP)算法,但该方法计算十分复杂,采用 PSQGA 寻找最佳匹配原子,取得了较好的结果,进一步证明了该算法的优越性.

2 算法原理及描述

2.1 粒子群优化方法基本原理

粒子群优化方法最早是由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的^[14-16],它源于对鸟类捕食行为的模拟.粒子群里的个体(即粒子)代表问题的一个可能解,每个粒子具有位置和速度两个特征,粒子通过位置来决定自身的适应度,各个粒子记忆并追随当前的最优解.

PSO 首先初始化一群随机粒子(随机解),然后迭代.在每代中,粒子根据两个极值来更新自己:一个是粒子个体最优解($pBest$),另一个是全局最优解($gBest$).粒子在找到上面两个极值后,便可确定新的位置与速度^[12],计算公式如下:

$$v = \omega * v + c_1 * rand * (pBest - Present) + c_2 * rand * (gBest - Present) \quad (1)$$

$$Present = Present + v \quad (2)$$

上式中 v 是粒子的速度, $Present$ 是粒子的当前位置, ω 是拓展空间因子,用来扩大搜索空间,取非负值. $rand$ 是一个随机数,取值为 0 到 1 之间. c_1 是个体认知速率,表示个体向自身学习的因子. c_2 是群体认知速率,是表示个体向社会学习的因子.粒子的飞行速度和方向决定于上述两个学习因子的比重,一般设 $c_2 > c_1$.为了防止粒子远离搜索空间,粒子的速度 v 的绝对值被限制在 v_{max} 内.在迭代过程中粒子通过向自身最优值和全局最优值学习来不断更新自己的位置,向最优解靠拢.

2.2 基于粒子群优化方法改进的量子遗传算法

PSQGA 算法个体的染色体编码采用量子比特来实现.量子比特是一个双态量子系统,其与经典比特的不同之处在于它可以落在 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之外的线性组合态^[4].通常用如下方式表示一个量子位的状态:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (3)$$

其中 α 和 β 是复数,分别表示状态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的几率幅.对量子比特测量时得到 0 的概率为 $|\alpha|^2$,得到 1 的概率为 $|\beta|^2$.进而,测量改变量子比特的状态,从 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的叠加态塌缩到与测量结果相应的特定状态,且 α 和 β 的关系满足如下归一化条件:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (4)$$

设一个染色体包含 n 量子比特,复数对 (α, β) 表示一位量子比特的状态,染色体编码就是由表示量子比特的 n 个复数对组成.单个染色体编码形式如下:

$$q = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_n \end{pmatrix} \quad (5)$$

其中每个量子比特测量后可能得到的状态为 0 或者 1 即对染色体测量后得到一串长为 n 的经典比特编码.由于每一个量子比特可以表示两个经典比特,因而一个长为 n 位的量子比特编码能表示 2^n 个不同的经典信息,所以量子遗传算法能搜索到比经典遗传算法更为广泛的空间.

在本文中,PSQGA 的染色体中量子位的状态根据各自个体的最佳状态和全局最佳状态来对自身的状态进行改变,并由变异来防止算法早熟.算法描述如下:

(1)初始化种群:确定种群大小 m 及量子比特位数 n 包含了 m 个个体的种群编码表示为 $p = (p_{11}, p_{12}, \dots, p_{mn})$,其中 p_{ij} 代表第 i 个个体的染色体编码中的第 j 个量子比特,由 α_j 和 β_j 来表示,初始值均设为 $1/\sqrt{2}$

(2)对每个个体实施 k 次测量,得到 k 个确定的二进制解,并进行适应度评估,得到初始的个体历史最佳适应度和全局历史最佳适应度,相应的量子位状态就是初始的个体历史最佳状态和全局历史最佳状态;

(3)开始迭代,进化代数增加 1;

(4)根据式(1)和式(2),计算出染色体中每个量子比特的飞行速度及新的状态.式(2)中 $present$ 表示量子比特的状态,当 $present > 1$ 时取 1 $present < -1$ 时取 -1 为了防止其搜索网格过大,设定一个最大步长值 v_{max} .若粒子速度大于这个值时就将速度设为 v_{max} ,速度小于 $-v_{max}$ 时将其值设为 $-v_{max}$;

(5)对更新状态后的种群个体进行测量,评估个体适应度.如果个体适应度优于个体历史最佳适应度,则用此个体适应度作为个体历史最佳适应度,用此个体染色体状态作为个体历史最佳状态.如果个体历史最佳适应度优于全局最佳适应度,则用此个体历史最佳适应度作为全局历史最佳适应度,并用此个体的染色体状态作为全局历史最佳状态;

(6)对染色体实施变异:根据变异概率,对染色体的量子比特的几率幅 (α, β) 位置对调,即将原来测量时倾向于坍塌到状态“1”的变为倾向于坍塌到状态“0”.为了防止算法早熟,当全局最佳适应度值在一定代数内没有变化时,对个体历史最佳状态的染色体实施大概率变异,如果变异后新的染色体适应度值优于原来的,则用其取代原个体最佳适应度,并更新染色体状态;

(7)判断是否满足终止条件,若满足则退出,否则继续迭代.

上述算法吸收了粒子群优化算法的优点,具有记忆能力,能参考个体最佳位置及全局最佳位置方向进行搜索,因而加快了算法的收敛速度.又因为量子遗传算法本身具有的广泛空间搜索能力及改进的变异机制,保证了算法能有效的跳出局部收敛.同时,算法中没有采用传统量子门更新量子比特状态因而更加高效.

当对量子比特进行测量时,其塌缩到哪种状态并不确定,所以量子遗传算法是一种具有概率特性的算法,算法的最优解适应度总是在理论最佳值附近波动,可以通过研究多次算法的最优解适应度的整体变化来把握算法性能。

我们定义一个最优解方差函数来作为算法寻找最优解稳定性的性能指标。设算法独立运行次数为 n , f_i 为第 i 次运行所得的最优解, f_{avg} 为粒子运行 n 次的最优解的平均值, f_{max} 为归一化因子, 定义 δ 为算法最优解方差:

$$\delta = \sum_{i=1}^n \left| \frac{f_i - f_{avg}}{f_{max}} \right|^2 \quad (6)$$

对于归一化因子 f_{max} 的取值, 当 $|f_i - f_{avg}| > 1$ 时, 取 $\max(|f_i - f_{avg}|)$, 否则取 1 定义表明: 最优解方差越小, 则算法的最优解就越稳定。

3 实验测试及分析

为了考察 PSQGA 算法的性能, 下面分别对四种典型的连续函数: 单、双极值六峰驼背函数、De Jong 函数和 Colstein Price 函数寻优, 以及 0/1 背包问题进行了实验, 并与 IQGA 作了对比分析。所有实验中 ω 的值是随迭代次数增加而减小的, 具体变化关系如式 (7) 所示:

$$\omega = \omega_{max} - iter \times \frac{(\omega_{max} - \omega_{min})}{iter_{max}} \quad (7)$$

其中 ω_{max} 为 0.9, ω_{min} 为 0.1, $iter$ 为当前迭代次数, $iter_{max}$ 为最大迭代次数, c_1 值为 1.5, c_2 值为 2.4

3.1 典型函数测试

四种典型的测试函数具体如下, 对每个函数都给出了它们的理想最值。

(1) 单极值点的六峰驼背函数: $F_1 = 10 + \sin(1/x) /$

表 1 典型函数测试结果及比较

函数	理论最优解	算法	平均值	最优值	平均代数	最优值方差
F_1	19.8949	IQGA	19.82122146236861	19.89395626280756	44.1	2.33700204263434
		PSQGA	19.88663450214028	19.89484480424260	6.2	0.00256971011225
F_2	-1.031628	IQGA	-0.99873380634004	-1.02959200535734	43.1	0.00944552102430
		PSQGA	-1.02673858221200	-1.03152231953377	4.7	0.00144112537692
F_3	0	IQGA	0.01844242990724	0.00014396088062	70.3	0.01996428504168
		PSQGA	0.00469742348593	0.00001602560000	5.5	0.00126810358017
F_4	3	IQGA	10.80932619125450	3.00345003390908	43.4	2.22442879931833
		PSQGA	3.80072459085048	3	7	1.53080620190086

3.2 0/1 背包问题实验

背包问题是一个典型的组合寻优问题, 遗传算法被广泛地应用到该领域。文献 [6-7] 中使用了采用量子门更新策略的量子遗传算法实现了对该类问题的解。本实验中, 我们用 PSQGA 求解 0/1 背包问题, 并与 IQGA 以及经典遗传算法 (GA) 两种情形作了比较, 通过分析比较了分别使用 PSQGA 和 IQGA 求解时算法的收敛性能。算法中种群规模为 10, 染色体编码为 20 位。

在图 1 中, 所有算法均迭代 100 代。PSQGA、IQGA、GA 分别在 10、20、40 代附近找到其较优解, 且较优解的值依次

$(0.1 + (x - 0.16)^2)$, $0 < x < 1$, 该函数有一个全局最大值 $f(0.1275) = 19.8949$

(2) 双极值点的六峰驼背函数: $F_2 = (4 - 2x_1^2 + (1/3)x_1^4)x_1^2 + x_1x_2 + (-4 + 4x_2^2)x_2^2 - 3 \leq x_i \leq 3$, $i = 1, 2$, 该函数有六个局部极小点, 但有两个全局最小值点:

$$f(-0.0898, 0.7126) = -1.031628$$

$$f(0.0898, -0.7126) = -1.031628$$

(3) De Jong 函数: $F_3 = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2 - 2.048 \leq x_i \leq 2.048$, 这个函数是一个二维病态函数, 只有一个全局最小解 $f(1, 1) = 0$

(4) Colstein Price 函数: $F_4 = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)] \cdot [30 + (2x_1 - 3x_2)^2 (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)]$, $-2 \leq x_i \leq 2$, $i = 1, 2$, 此函数有全局最小值 $f(0, -1) = 3$

测试中算法和函数的参数设置如下: 种群大小均为 10, 函数 F_1 的染色体编码为 9 位, 迭代次数 100 次; 函数 F_2 的染色体编码为 30 位, 迭代次数 300 次; 函数 F_3 的染色体编码为 20 位, 迭代次数 300 次; 函数 F_4 的染色体编码为 20 位, 迭代次数 100 次。IQGA 中变异概率 $p_m = 0.05$, 平均值为算法独立运行 20 次所获得最优解的均值。

IQGA 算法和 PSQGA 算法比较结果如表 1 中所示, 迭代次数相同时, PSQGA 算法平均在 7 代以内找到最优解, 而 IQGA 算法寻优的平均代数在 40 代以上 (经多次测试, CPU 运行时间会因软硬件环境的不同而不同, 但大致按代数降低同样比例减小)。PSQGA 搜索到的最优解也要优于 IQGA 算法所得到的, 最优值方差均比 IQGA 算法要小, 即 PSQGA 算法比 IQGA 算法稳定。

减小。因为每个量子比特编码组成的染色体均包含了更多的子空间, 量子遗传算法的搜索范围要比传统的遗传算法广泛, 具有并行搜索能力, 所以 PSQGA 和 IQGA 的收敛速度及结果比 GA 要好。

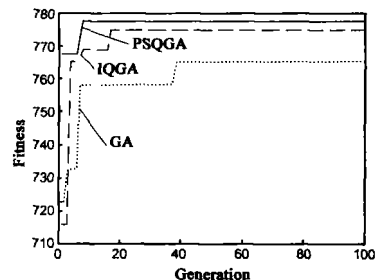


图 1 PSQGA 与 IQGA 及 GA 的适应度曲线比较

PSQGA 算法由于追随最优值搜索,收敛速度最快,在 10代之前已得到较优解,且其较优解值要优于 IQGA 算法。

图 2所示的是 IQGA 算法和 PSQGA 算法均独立运行 20次,迭代代数 200代时,所得平均适应度的解随进化代数变化的示意图。在进化代数较小时, IQGA 的平均最佳适应度要略优于 PSQGA,随着进化代数增加,约从 60代开始,PSQGA 获得了比 IQGA 更优平均最佳适应度,也就是 PSQGA 能收敛到更好的解上,所表现的搜索最优解能力要优于 IQGA。又由 IQGA 和 PSQGA 的最优解方差 $\delta_{IQGA} = 6.71211957609$, $\delta_{PSQGA} = 4.21454738086$ 可知 PSQGA 算法比 IQGA 算法的最优解具有更好的稳定性。

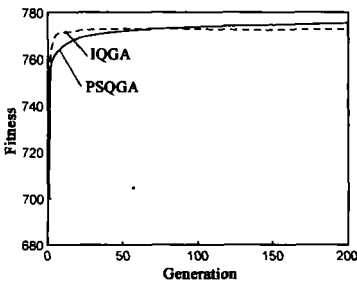


图 2 IQGA 和 PSQGA 运行 20次平均最佳适应度进化曲线

同时,在比例积分微分(PID)控制器的优化设计实验中,采用 PSQGA 优化控制器参数,将系统的响应速度比使用 IQGA 及 GA 优化时分别提高了 11.36%和 23.53%,控制效果得到明显改善。

4 用 PSQGA 寻找图像稀疏分解的最佳匹配原子

Mallat和 Zhang于 1993年在小波分析的基础上提出了信号在过完备原子库上(over complete dictionary)分解的思想^[12]。通过信号在过完备原子库上的分解,用来表示信号的基能够自适应地根据信号本身的特点灵活选取,分解的结果,将可以得到信号的一个非常简洁的表达(即稀疏表示),此过程即为稀疏分解。

为了得到图像的稀疏表示,基的构造必须使得基在图像组成的空间中足够密。由此,基的正交性将不再被保证,所以此时的基已不再是真正意义上的基了,而改称为原子。在过完备原子库中,一个原子由五个参数($u_x, u_y, s_x, s_y, \theta$)决定,其中 u_x, u_y 分别是垂直方向原子和水平方向原子的平移因子(又称位移因子), s_x, s_y 是分别是原子在水平方向和垂直方向上的伸缩因子(又称为尺度因子), θ 是原子旋转的角度。由于 MP算法在分解的每一步都要求取图像或者残余图像在过完备库中所有原子的投影,过完备原子库中原子数目庞大(本文中原始图像的过完备原子库采用文献[17]中提供的方法构造,原子数为 1.6834×10^8 个),计算十分复杂。因而,使用 PSQGA 快速选取最优匹配原子,并与用 IQGA 及改进的遗传算法(IQA)所得结果进行了对比,取得了较好的效果。

图 3中(b)、(c)、(d)是分别采用三种不同算法选取最优匹配原子重建图像的结果,算法采用种群规模为 50,迭代次数为 100,图像均用 500个原子重建所得。图 3(a)是原始图像,是 $256 \times 256 \times 8$ 的标准 Lena 图像;图 3(b)是采用

IGA 重建的结果,图 3(c)是采用 IQGA 所得结果,图 3(d)是用 PSQGA 进行重建的结果。

经测试,图像重建质量随着种群规模、迭代次数和所采用原子数增加而提高,我们用峰值信噪比(PSNR)来作为评价重建图像质量指标。图 3(b)的 PSNR 为 26.77dB;图 3(c)的 PSNR 为 27.60dB;图 3(d)得到的 PSNR 为 28.31dB。



图 3 分别采用 IGA, IQGA, PSQGA 三种算法时重建的图像, (a)为原始图像, (b)为 IGA 重建图像, (c)为 IQGA 重建图像, (d)为 PSQGA 重建图像

算法重建图像质量的评价指标对比,如图 4所示,分别采用 IGA, IQGA, PSQGA 三种算法重建图像时,不难看出 PSQGA 的性能是最优的,明显优于另外两种算法。

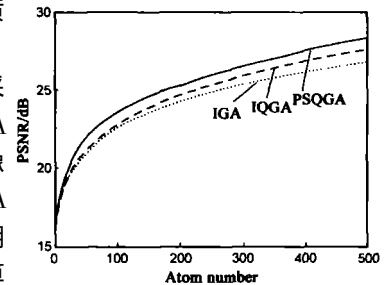


图 4 图像重建质量与原子数关系

5 结论

本文根据粒子群优化方法提出了一种改进的量子遗传算法,该算法无需使用量子门更新量子比特状态,从而更加简洁。此算法应用到典型的复杂函数寻优问题上,表现出了在连续复杂问题求解上较好的性能,其寻优速度比 IQGA 平均提高至少 6 倍。并通过对求解典型组合寻优问题-0/1背包问题的实验,获得了比 IQGA 和 GA 更好的效果。采用 PSQGA 来寻找图像稀疏分解的最佳匹配原子,得到了较好的重建图像质量。对于算法寻优稳定性,由评价函数可知,PSQGA 比 IQGA 提高了 1/3 以上,从而证明了 PSQGA 在稳定性能、寻优能力和收敛速度方面均优于 IQGA,且对复杂寻优问题具有普遍适用性。

参考文献:

[1] Narayanan A. An introductory tutorial to quantum computing [A]. Proceedings of IEE Colloquium on Quantum Computing Theory Applications and Implications [C]. London: IEE Press, 1997. 1/1-1/3.

[2] Narayanan A, Moore M. Quantum inspired genetic algorithm [A]. Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation [C]. USA: IEEE

- Press 1996 61- 66
- [3] Guo Guangcan Introduction to quantum information research[J]. Physics China 2001, 30(5): 1873- 1878
- [4] Michael A Nielsen, Isaac L Chuang Quantum Computation and Quantum Information[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003
- [5] Gexiang Zhang Weidong Jin, Laizhao Hu A novel parallel quantum genetic algorithm [A]. Proceedings of the Fourth International Conference on Parallel and Distributed Computing Applications and Technologies [C]. Chengdu IEEE Press 2003 693- 697.
- [6] Han K H, Park K H, et al Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(6): 580- 593
- [7] 熊焰, 陈欢欢, 苗付友, 王行甫. 一种解决组合优化问题的量子遗传算法 QGA [J]. 电子学报, 2004, 32(11): 1855-1858
Xiong Yan, Chen Huan-huan, MIAO Fuyou, WANG Xing-fu A quantum genetic algorithm to solve combinatorial optimization problem [J]. Acta Electronica Sinica 2004, 32(11): 1855- 1858 (in Chinese)
- [8] 杨俊安, 庄镇泉, 史亮. 多宇宙并行量子遗传算法 [J]. 电子学报, 2004, 32(6): 923- 928
Yang Jun-an, Zhuang Zhen-quan, SHI Liang Multiverse parallel quantum genetic algorithm [J]. Acta Electronica Sinica 2004 32(6): 923- 928 (in Chinese)
- [9] Jun-an Yang Bin Li Zhenquan Zhuang Multiverse parallel quantum genetic algorithm its application to blind-source separation [A]. Proceedings of the 2003 International Conference on Neural Networks and Signal Processing [C]. Nanjing IEEE Press 2003 393- 398
- [10] Han K H, Kim J H. Quantum-inspired evolutionary algorithms with a new termination criterion, gate, and two-phase scheme [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 2004, 8(2): 156- 169.
- [11] Chen Hui Zhang Jiashu, Zhang Chao et al Chaos updating rotated gates quantum-inspired genetic algorithm [A]. 2004 International Conference on Communications
Circuits and Systems [C]. Chengdu IEEE Press 2004 1108- 1112
- [12] Mallat S, Zhang Z Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing 1993, 12(41): 3397- 3415
- [13] Bergeau F, Mallat S Matching pursuit of images [A]. Proceedings of IEEE-SP [C], USA: Philadelphia 1994 330- 333
- [14] Fykuyan Y. Fundamentals of particle swarm techniques [A]. Modern Heuristic Optimization Techniques with Application to Power Systems [C]. IEEE Power Engineering Society 2002 45- 51.
- [15] Eberhart R, Kennedy J A new optimizer using particle swarm theory [A]. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science [C]. Nagoya IEEE Press 1995 39- 43
- [16] Shi Y, Eberhart R A modified particle swarm optimizer [A]. IEEE World Congress on Computational Intelligence [C]. Alaska IEEE Press 1998 69- 73
- [17] Vanderghynst P, Frossard P. Efficient image representation by anisotropic refinement in matching pursuit [A]. 2001 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing [C]. Salt Lake City, USA, 2001. (3): 1757- 1760

作者简介:



周 殊 男, 1982年出生于湖南望城. 西南交通大学信息科学与技术学院硕士研究生. 主要研究方向为智能算法、优化控制、信号处理等. E-mail: zpost1927@126.com



潘 炜 男, 1959年出生于安徽, 西南交通大学信息科学与技术学院博士、教授、博士生导师、IEEE会员. 主要研究方向为量子信息与量子通信、非线性系统理论研究、信号处理等.