

一种基于 RLC 元包的有损传输线的渐近式构造模型

林赛华, 杨华中, 钟晓征
(清华大学电子工程系, 北京 100084)

摘要: 通过引入两个 RLC 元包, 本文提出了一种针对有损传输线驱动点导纳的 $\frac{Yd}{n}$ 模型构造方法, 只要有规律地增加 RLC 元包的个数, 该模型很容易实现高阶扩展以适应工作频率和模型精度的要求, 并保持等效后电路的稳定性和无源性. SPICE 仿真结果表明该模型要比通常使用的开端等效 p 模型具有更高的精度.

关键词: 传输线; 驱动点导纳; RLC 互连线

中图分类号: TN47 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 05-0902-04

An Asymptotic and Tectonic Modeling Method by Formative RLC Cells for Lossy Transmission Lines

LN Saihua YANG Hua-zhong ZHONG Xiao-zheng
(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084 China)

Abstract A realizable equivalent $\frac{Yd}{n}$ model for RLC interconnect driving point admittance is proposed in this paper. By introducing two formative RLC cells, the RLC interconnect which is modeled as a lossy transmission line can be accurately constructed and extended with these basic cells to meet the demand of given frequency and precision without the problems of instability or passivity. Simulation results show that this model can obtain a higher accuracy compared with the common used model open p .

Key words transmission line; driving point admittance; RLC interconnect

1 引言

随着集成电路特征尺寸的降低和信号频率的迅速增高, 互连线已经成为深亚微米集成电路设计中影响电路性能和可靠性的一个重要因素. 在高频下, 为了获得更精确的互连模型以便进行时序分析和优化, 通常需要使用分布模型来替代原来的集总模型. 然而分布模型的计算复杂度毕竟太高, 基于矩量匹配 (moment matching) 技术^[1,2]的降阶模型方法在实际应用更为普遍. 采用该方法, 互连树就可以等效为一种开端等效 p 模型^[3], 该模型本质上是一种二极点的近似方法, 对于通常需要匹配更高阶矩量的实际电路, 简单的开端等效 p 模型有较大的误差. 虽然, 可以通过匹配更高阶的矩量以提高模型的精度, 但是这却存在不稳定的问题^[4]. 而 PVL (Padé Approximation via Lanczos Process) 等基于 Krylov 子空间 (Krylov-subspace) 的降阶方法虽然可以解决稳定性问题, 但电路的无源性依旧是一个问题^[5]. 另外, 虽然 PRMA (Passive Reduced-order Interconnect

Modeling Algorithm) 方法能够同时满足稳定性和无源性的条件^[6], 但是这种方法过于宏观, 并且复杂, 因而实际应用时会受到限制.

为了克服上述这些方法的不足, 本文把互连线看成有损传输线, 提出了一种新颖的有损传输线驱动点导纳建模的方法, 采用本文提出的两个 RLC 元包, 逐步逼近驱动点导纳. 该方法可以根据频率和误差的要求, 方便地调整模型的结构, 适当增加或者减小 RLC 元包的数目; 更重要的是本方法是一种构造性算法, 只采用了 RLC 元件, 并能保证稳定性和无源性条件; 该方法不需要进行复杂的矩阵运算, 也不需要进行电路网表与矩阵之间的变换, 可以直接构造出 SPICE 等电路模拟软件能够处理的电路结构.

2 互连线模型

互连线被建模成一根分布式的 rlc 传输线, 其中 r 为单位长度的电阻, l 为单位长度的电感, c 为单位长度的电容. C_L 为负载电容. 设互连线长度为 d , 则总电阻、电感、电

容分别为 $R = d \times r$ $L = d \times l$ $C = d \times c$ 根据传输线的有关理论,我们可以得到传输线原始驱动点导纳和传输函数分别为:

$$Y_{og}(s) = \frac{I_{in}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{Z_0} \times \frac{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma d)}{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma d)} \quad (1)$$

$$H_{og}(s) = \frac{Z_L}{Z_L \cosh(\gamma d) + Z_0 \sinh(\gamma d)} \quad (2)$$

其中, $Z_0 = \sqrt{(r + sl) / sc}$ 为互连线的特性阻抗, $\gamma = \sqrt{(r + sl)sc}$ 为互连线的传播常数, Z_L 为负载

2.1 新的互连线建模方法

在频域中,驱动点电压值为:

$$V_{dr}(j\omega) = V_{dr}(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{V_{in}(j\omega)}{1 + Y_{in}(j\omega)R_d} = \frac{V_{in}(j\omega)}{1 + A(j\omega)e^{\phi(j\omega)}R_d} \quad (3)$$

因此,通过对驱动点导纳函数频域中的幅度和相位匹配,就能获得时域中驱动点的准确波形.

利用近似公式 $\tanh(x) \approx \frac{2x}{2+x^2}$ 对于形如 $\frac{m}{Z_0 \tanh(\frac{\gamma d}{n})}$ 的

项 (m, n 为整数),展开得到:

$$Y_{in} = m \frac{\sqrt{sC}}{\sqrt{R+sL}} \cdot \frac{2 + ((\gamma d)/n)^2}{2((\gamma d)/n)} = m \frac{\sqrt{sC}}{\sqrt{R+sL}} \cdot \frac{2 + (1/n^2)(R+sL)sC}{2/n \cdot \sqrt{(R+sL)sC}} = \frac{1 + (1/(2n^2))(R+sL)sC}{(1/m) \cdot (R+sL)} \quad (4)$$

这相当于一个并联的 RLC 结构,且并联的电阻、电容和电感分别为 $R_1 = \frac{1}{m}R$, $C_1 = \frac{m}{2n}C$, $L_1 = \frac{1}{m}L$

对于形如 $m/Z_0 \tanh((\gamma d)/n)$ 的项 (m, n 为整数),同样利用上述近似公式展开可以得到:

$$Y_{in} = m \frac{\sqrt{sC}}{\sqrt{R+sL}} \cdot \frac{2((\gamma d)/n)}{2 + ((\gamma d)/n)^2} = m \frac{\sqrt{sC}}{\sqrt{R+sL}} \cdot \frac{2}{n} \cdot \frac{\sqrt{(R+sL)sC}}{2 + 1/n^2(R+sL)sC} = \frac{m/n \cdot C}{1 + \frac{1}{2n^2}(R+sL)sC} \quad (5)$$

这相当于一个串联 RLC 结构,且串联的电阻、电容和电感分别为: $R_1 = \frac{1}{2nm}R$, $C_1 = \frac{m}{n}C$, $L_1 = \frac{1}{2nm}L$

2.2 开端等效方法

令 $Z_L \rightarrow \infty$, 同时利用倍角公式 $\tanh 2x = \frac{2 \tanh x}{1 + \tanh^2 x}$ 对 Y_{in}

$= \frac{\tanh(\gamma d)}{Z_0}$ 进行置换,我们可以得到:

$$Y_{in} = \frac{1}{Z_0} \times \frac{2 \tanh \frac{\gamma d}{2}}{1 + \tanh^2 \frac{\gamma d}{2}} = \frac{2}{Z_0} \times \frac{1}{\frac{1}{\tanh \frac{\gamma d}{2}} + \tanh \frac{\gamma d}{2}} = \frac{1}{\frac{Z_0}{2 \cdot \tanh \frac{\gamma d}{2}} + \frac{Z_0}{2} \cdot \tanh \frac{\gamma d}{2}} \quad (6)$$

观察分母,我们可以看到这是两个阻抗的串联.于是我们得到 $\frac{\gamma d}{2}$ 的等效电路.对式 (6) 继续利用 $\tanh(x)$ 的倍角公

式,还可以得到 $\frac{\gamma d}{4}, \frac{\gamma d}{8}, \dots$ 等效电路.

2.3 考虑负载的驱动点导纳模型

2.3.1 直接级数展开法

当考虑负载时,文 [7] 提出一种闭端等效 π 模型的方法,即增加一个从驱动点到输出点的电容 C . 然而,这种方法相当于在把原来电路的改进节点法的系数矩阵中为 0 的位置变为非零,降低矩阵稀疏度,增加计算时间.实际上,完全可以用开端 π 等效电路来等效,其中:

$$C_1 = \frac{C_L}{1 + \frac{2C_L}{C}}, \quad L_1 = \frac{LC \left(1 + \frac{2C_L}{C} \right)^2}{4 + \frac{2C}{C_L} + \frac{4C_L}{C}} \times \frac{1}{C_L}, \quad (7)$$
$$R_1 = \frac{RC \left(1 + \frac{2C_L}{C} \right)^2}{4 + \frac{2C}{C_L} + \frac{4C_L}{C}} \times \frac{1}{C_L}, \quad C_2 = \frac{2 + \frac{C}{C_L} + \frac{2C_L}{C}}{1 + \frac{2C_L}{C}} \times C_L$$

并且这两种模型结果上是等效的,如图 1 可以看到这两个模型的导纳函数的幅度曲线和相位曲线完全一致.但显然,本模型要比原闭端 π 模型少一个电容.

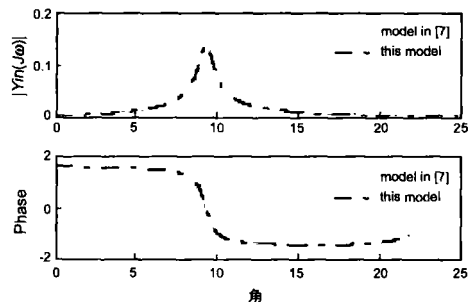


图 1 新模型与闭端 π 模型比较 (横坐标为角频率 rad/s)

2.3.2 利用本文新方法展开

把传输线的输入导纳,即公式 (1) 分解成两个部分:

$$Y_{in}(s) = \frac{1}{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma d)} + \frac{1}{\frac{Z_0}{\tanh(\gamma d)} + \frac{Z_0^2}{Z_L}} = \frac{1}{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma d)} + \frac{1}{\frac{Z_0}{\tanh(\gamma d)} + \frac{C_L}{C}(R+sL)} \quad (8)$$

其中 $Y_{in} = \frac{\tanh(\gamma d)}{Z_0}$ 的等效电路我们已经在前文中得到。这里我们对 $Z_{in} = Z_0 \tanh(\gamma d)$ 做公式置换, 得到:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{2 \tanh\left(\frac{\gamma d}{2}\right)}{1 + \tanh^2\left(\frac{\gamma d}{2}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{2Z_0} \tanh\left(\frac{\gamma d}{2}\right) + \frac{1}{2Z_0 \tanh\left(\frac{\gamma d}{2}\right)}} \quad (9)$$

观察分母, 我们可以看到这是两个导纳的并联, 于是最终我们得到驱动点导纳的 $\frac{\gamma d}{2}$ 等效电路, 如图 2 所示, 其中 C_{load} 表示负载电容 C_L 。

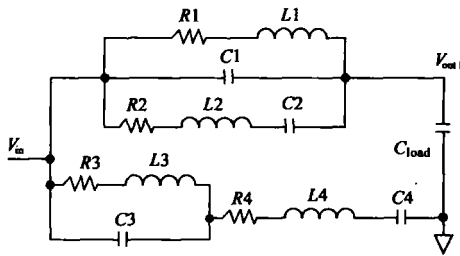


图 2 驱动点导纳的 $\frac{\gamma d}{2}$ 等效电路

类似, 我们还可以通过模型扩展得到 $\frac{\gamma d}{4}, \frac{\gamma d}{8}, \dots$ 等效电路。

2.3.4 传输函数建模

$$\text{由 } H(s) = \frac{1}{\cosh(\gamma d) + \frac{Z_0}{Z_L} \sinh(\gamma d)} = \frac{1}{1 + \frac{Z_0}{Z_L} \tanh(\gamma d)}$$

$\frac{1}{\cosh(\gamma d)} \equiv H_1(s)H_2(s)$, 其中, $H_1(s)$ 很容易通过上面的电

路来实现; 而 $H_2(s) = \frac{1}{\cosh(\gamma d)} \approx \frac{2}{2 + (\gamma d)^2} =$

$\frac{1}{1 + \frac{RC}{2}s + \frac{LC}{2}s^2}$, 它相当于一个 RLC 低通滤波器, 并且 $R_1 =$

$\frac{R}{2}, L_1 = \frac{L}{2}, C_1 = C$, 通过一个简单的受控电压源就可以实

现 $H_1(s) \cdot H_2(s)$ 。上述传输函数 $H(s)$ 没有考虑驱动器输出电阻 R_d 的影响, 但是通过对驱动点导纳和无 R_d 时传输函数的准确建模, 就可以准确实现含 R_d 的传输函数, 因为:

$$H_{out-in}(s) = \frac{H(s)}{1 + Y_{in}(s)R_d} = \frac{1}{(1 + R_d/Z_L) \cosh(\gamma d) + (R_d/Z_0 + Z_0/Z_L) s \sinh(\gamma d)} \quad (10)$$

3 互连线仿真

3.1 频域仿真

由于本文首先针对的是驱动点导纳的建模, 因此不同于文 [8], 这里的仿真包括后面的波形仿真及 50% 延时计

算都是关于驱动点的仿真和计算。但是本文仍采用文 [8] 提供的互连参数, 因为这些参数都是通过参数提取软件从实际电路提取出来的: $r = 8.829e-3/\mu\text{m}, l = 1.538e-12/\mu\text{m}, c = 0.18e-15/\mu\text{m}$, 同时这里设互连线长度 $d = 1\text{mm}$ 。

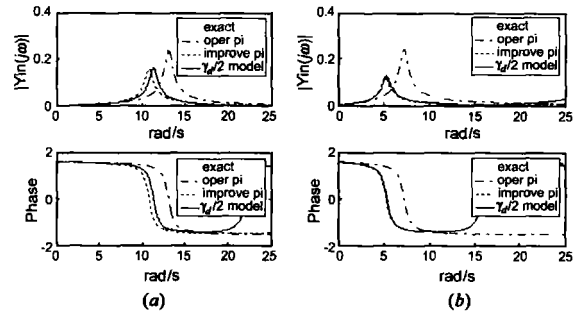


图 3 不同负载情况下, 各模型幅度与相位曲线同精确值的比较。(a) $C_L = 50\text{fF}$; (b) $C_L = 500\text{fF}$

从图 3 中可以看到, 文 [7] 提出的闭端 p 模型, 或者说本文中的改进的开端 p 模型, 在互连线具有大负载电容时比开端 p 模型有较大改进, 如图 3(b); 而在互连线具有小负载电容时幅度曲线上与开端 p 模型相比没有改进, 而相位上有所改进, 如图 3(a)。而采用本文的 $\frac{\gamma d}{2}$ 模型, 不管是幅度曲线还是相位曲线, 都要比其他模型更接近于精确的幅度和相位曲线。

3.2 时域波形仿真

在转换时间较小的情况下, 由于容性负载作用, 近端输出波形的上升沿会出现一个弯曲。因此, 在上升沿阶段有可能会过三个 $\frac{V_{dd}}{2}$ 点。这里的 50% 延迟只计算第一个过 $\frac{V_{dd}}{2}$ 点。仿真参数: $r = 8.829e-3/\mu\text{m}, l = 1.538e-12/\mu\text{m}, c = 0.18e-15/\mu\text{m}$ 。同时设互连线长度 $d = 1\text{mm}$, 且设 $t = T/10$ 仿真结果如表 1 所示。

表 1 50% 延时仿真结果

f (GHz)	t (ps)	R_d (Ω)	C_L (fF)	Spice (ps)	Open pi (ps)	$((\gamma d)/2)$ model (ps)
2	50	20	500	5.92	11.10	6.02
2	50	60	500	62.97	51.16	64.04
2	50	60	100	24.12	11.10	22.00
3	33	30	20	500	8.56	9.50
3	33	30	60	500	10.61	48.715
3	33	30	60	100	13.77	32.05
10	10	20	500	99.85	96.27	99.45
10	10	60	500	97.77	78.53	97.72
最大误差					359.14%	10.98%
平均误差					84.53%	5.10%

从仿真结果来看, 尽管开端 p 模型在 RC 占主导地位的互连线建模中有较高的精度, 然而考虑电感影响, 尤其是当考虑到高频下互连线的传输线效应时, 开端 p 模型就

会出现很大误差. 而本模型则能够很好地捕获这些效应, 从而达到较高的精度. 与此同时, 上述 $\frac{y_d}{2}$ 模型还能扩展到 $\frac{y_d}{4}$ 模型, 从而继续提高精度.

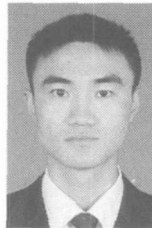
4 结束语

本文从 RLC 传输线导纳函数和传输函数公式出发, 推导出了一一种简单有效的互连线等效电路, 并针对驱动点做了仿真. 同时还对文 [7] 提出的闭端等效 p 模型做了改进, 分析了它的幅度和相位性能. 与其他模型相比, 本文提出的 $\frac{y_d}{n}$ 模型具有计算简单, 容易扩展, 精度较高的特点. 对它稍微变化就可以把它用于求互连延时以及其他需要进行传输线建模的地方.

参考文献:

- [1] L T Pilbge, et al Asymptotic waveform evaluation for timing analysis[J]. IEEE Trans ComputerAided Design 1990 9 (4): 352- 366
- [2] X Huang, et al AWESin: A program for the efficient analysis of linear(ized) circuits[A]. IEEE /ACM Int'l Conference on ComputerAided Design[C]. San Jose CA: Tech Dig 1990 534- 537
- [3] A B Kahng, et al Efficient gate delay modeling for large interconnect bads[A]. Multi-Chip Module Conf[C]. Santa Cruz Proc IEEE, 1996 202- 207.
- [4] X Huang. Padé approximation of linear (ized) circuit responses[D]. PA: Dept of Electrical Engineering Carnegie Mellon University 1990
- [5] P Feldmann, et al Efficient linear circuit analysis by Padé approximations via the Lanczos process[J]. IEEE Trans on ComputerAided Design of CAS, 1995, 14(5): 639- 649.
- [6] A Odabasioglu, et al PRMA: Passive reduced-order interconnect macromodeling algorithm [J]. IEEE Trans on ComputerAided Design of CAS, 1998 18(8): 645- 654
- [7] 董刚, 等. 驱动复杂 RLC 互连树的逻辑门延时 [J]. 半导体学报, 2004 25(8): 1036- 1940
Dong Gang et al Delay of logic gate driving large RLC interconnect tree[J]. Chinese Journal of Semiconductors, 2004 25(8): 1036- 1940 (in Chinese)
- [8] Guoqing Chen, et al An RLC interconnect model based on Fourier analysis[J]. IEEE Trans ComputerAided Design 2005, 2(2): 170- 183

作者简介:



林赛华 男, 1983 年出生于浙江省, 2005 年毕业于清华大学本科毕业, 现为清华大学电子工程系硕士研究生. 主要研究方向为高频下互连线建模优化分析及低功耗高性能集成电路设计.
E-mail: linsl@mails.tsinghua.edu.cn

杨华中 男, 教授, 主要从事低功耗系统结构和电路设计、数字信息处理芯片、CMOS 集成电路的设计与验证方法的研究.