

# 基于变异算子与模拟退火混合的人工鱼群优化算法

张梅凤<sup>1,2</sup>, 邵 诚<sup>1</sup>, 甘 勇<sup>2</sup>, 李梅娟<sup>1</sup>

(1. 大连理工大学电子与信息工程学院, 辽宁大连 116024; 2 郑州轻工业学院, 河南郑州 450002)

**摘 要:** 人工鱼群算法 (AFSA) 是一种新型的群智能随机全局优化技术. 本文在分析 AFSA 存在不足的基础上, 提出了基于变异算子与模拟退火混合的人工鱼群优化算法. 该算法保持了 AFSA 算法简单、易实现的特点, 克服了人工鱼漫无目的随机游动或在非全局极值点的大量聚集, 显著提高了算法的运行效率和求解质量. 通过函数和实例测试验证, 表明了该算法是可行和有效的.

**关键词:** 人工鱼群算法; 模拟退火; 变异算子; 优化

**中图分类号:** TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 08-1381-05

## Hybrid Artificial Fish Swarm Optimization Algorithm Based on Mutation Operator and Simulated Annealing

ZHANG Mei-feng<sup>1,2</sup>, SHAO Cheng<sup>1</sup>, GAN Yong<sup>2</sup>, LIM er-juan<sup>1</sup>

(1 School of Electronic and Information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian,

Liaoning 116024, China; 2 Zhengzhou Institute of Light Industry, Zhengzhou, Henan 450002, China)

**Abstract** Artificial fish swarm algorithm (AFSA) is a stochastic global optimization technique proposed lately. After analyzing the disadvantages of AFSA, this paper presents a hybrid artificial fish swarm optimization algorithm based on mutation operator and simulated annealing. The method is divided into two phases: the AFSA with mutation operator is used to search for the optimum solution, and simulated annealing is applied to optimize the optimum solution. By adding the mutation operator to AFSA in the evolution process, the ability of AFSA to break away from artificial fish stochastic moving without a definite purpose or heavy getting together round the local optimum solution is greatly improved. The hybrid algorithm is as simple for implement as AFSA, but can greatly improve the ability of seeking the global excellent result and convergence property and accuracy. The feasibility and effectiveness of our approach was verified through testing by function and practical problem. The experimental results show that the proposed algorithm is significantly superior to original AFSA.

**Key words** artificial fish swarm algorithm; simulated annealing; mutation operator; optimization

### 1 引言

实际工程问题往往具有复杂性、非线性、建模困难等特点, 因此寻求一种适合于大规模并行且具有智能特征的优化算法成为相关学科的一个主要研究目标. 目前, 除了遗传算法、模拟退火算法、禁忌搜索法、人工神经网络等热门优化算法外<sup>[1]</sup>, 一些新的优化算法也开始崭露头角, 为解决复杂系统的优化问题提供了新的思路和手段<sup>[2,3]</sup>. 作

为一种新型的全局寻优策略, 人工鱼群算法 (Artificial Fish Swarm Algorithm, AFSA)<sup>[4,5]</sup> 已应用于时变系统的在线辨识、鲁棒 PID 的参数整定和优化前向神经网络中, 取得了较好的效果. 该算法具有良好的求取全局极值能力, 并具有对初值、参数选择不敏感、鲁棒性强、简单 (只使用目标函数值)、易实现等诸多优点.

随着优化问题复杂程度和规模的不断扩大, 想通过单一的优化计算就得到满意的解往往很困难<sup>[6,7]</sup>. 同样, AFSA

收稿日期: 2005-07-04 修回日期: 2006-04-25

基金项目: 国家科技攻关计划 (No. 2001BA204B01); 高等学校骨干教师资助计划 (No. 69825106); 河南省教育厅自然科学基金 (No. 2004922023)

在应用中也存在类似不足.主要表现在以下两点:(1)当寻优的域较大或处于变化平坦的区域时,收敛于全局的最优解速度减慢、搜索性能劣化;(2)算法一般在优化初期具有较快的收敛性,后期却往往收敛较慢.

本文为此将AFSA加入变异算子与模拟退火算法(Simulated Annealing, SA)有机融合,提出了基于变异算子与SA混合的AFSA.该算法整体分为两个过程:(1)全局搜索.在AFSA的搜索过程中引入类似遗传算法的变异算子,使部分人工鱼改变状态,从而能进入解空间的其他区域进行搜索,大大加快了获得全局最优解的速度;(2)局部搜索.根据第(1)步带变异算子的AFSA所获得的全局极值满意解域,用SA进行局部细化搜索,从而获得高精度的解.

## 2 带变异算子的AFSA

### 2.1 AFSA算法

AFSA是由李晓磊<sup>[4]</sup>等人在2002年提出的一种新型的寻优算法.该算法模拟鱼集群游弋觅食的行为,通过鱼之间的集体协作使群体达到目的.在AFSA中,每个备选解被称为一条“人工鱼”,多条人工鱼共存,合作寻优(类似鱼群寻找食物).

假设在一个D维的目标搜索空间中,有n条组成一个群体的人工鱼,其中第i条人工鱼状态表示为向量 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .每条人工鱼状态就是一个潜在的解,将 $X_i$ 带入被优化的函数就可计算出函数值,根据函数值的大小衡量 $X_i$ 的优劣(以下讨论的最优化仅指最小化).AFSA初始化为一群人工鱼(随机解),通过迭代搜寻最优解,在每次迭代过程中,人工鱼通过觅食、聚群及追尾等行为来更新自己,从而实现寻优.人工鱼的行为描述如下:

(1)觅食行为是鱼循着食物多的方向游动的一种行为.人工鱼 $X_i$ 在其视野内随机选择一个状态 $X_j$ ,如发现比当前状态 $X_i$ 好,则向状态 $X_j$ 方向前进使得 $X_i$ 到达一个新的较好状态;否则, $X_i$ 继续在其视野内重新随机选择状态 $X_j$ ,判断是否满足前进条件,反复尝试几次后,如果仍没有找到更优的状态,则随机移动一步使得 $X_i$ 到达一个新的状态.

(2)聚群行为是每条鱼在游动过程中尽量向临近伙伴的中心移动并避免过分拥挤.人工鱼 $X_i$ 搜索其视野内的伙伴数目及中心位置,若伙伴中心位置状态较优且不太拥挤,则 $X_i$ 朝伙伴的中心位置方向前进,否则执行觅食行为.

(3)追尾行为是鱼向临近的最活跃者追捉的行为.人工鱼 $X_i$ 搜索其视野内的所有伙伴中函数值为最小的伙伴,如果最小伙伴状态较优且其周围不太拥挤,则 $X_i$ 朝最小伙伴的方向前进,否则执行觅食行为.

鉴于人工鱼的行为描述,每条人工鱼探索它当前所处的环境状况,从而选择一个合适的行为,使得向最优方向

前进最快.最终,人工鱼集结在几个局部极值的周围,且值较优的极值区域周围一般能集结较多人工鱼.

### 2.2 带变异算子的AFSA

AFSA具有把握搜索方向和在一定程度上避免陷入局部最优的特性,但当一部分人工鱼处于漫无目的的随机移动或人工鱼群在非全局极值点出现较严重聚集情况时,收敛速度将大大减慢,使得搜索精度也大大降低.为了克服此缺点,本文引入了类似遗传算法中的变异算子.

为判断随迭代次数增加搜索结果是否有改进,在算法中设立公告板以此来记录最优人工鱼个体状态.每条人工鱼在行动一次后将自身当前状态的函数值与公告板进行比较,如果优于公告板则用自身状态取代公告板状态.当最优个体在连续多个迭代过程中没有改变或变化极小时,则用变异操作,保留历史最优人工鱼个体状态,将其他人鱼按一定的概率对少部分维进行变异.算法设计如下:

(1)产生初始化群体:设置初始公告板最优人工鱼状态连续不变化或变化极小时的迭代次数 $Beststep \leftarrow 0$  初始迭代次数 $Num \leftarrow 0$  在控制变量可行域内随机生成n条人工鱼个体,形成初始鱼群.

(2)公告板赋初值:计算初始鱼群各人工鱼个体当前状态的函数值y,比较大小,取y为最小值者进入公告板,将此鱼赋值给公告板.

(3)行为选择:各人工鱼分别模拟追尾行为和聚群行为,选择行动后y值较小的行为实际执行,缺省行为方式为觅食行为.

(4)公告板:各人工鱼每行动一次后,检验自身的y与公告板的y,如果优于公告板,则以自身取代之,并置 $Beststep \leftarrow 0$

(5)变异条件判断:判断 $Beststep$ 是否已达到预置的连续不变化次数的最大阈值 $Maxbest$ 若是,执行第(6)步;否则转到第(7)步执行.

(6)变异操作:对鱼群内除公告板中最优个体外其他人鱼执行如下操作:

(a)对各人工鱼的所有维分别产生随机数 $r \in (0, 1)$ ,如果 $r < p_m$ ,对该个体该维进行随机初始化;否则该维保持不变.

(b)对新形成的鱼群计算各人工鱼的函数值y,并与公告板中的最优值进行比较,如果优于公告板,则以自身取代之.

(c)置 $Beststep \leftarrow 0$

(7)终止条件判断:判断 $Num$ 是否已达到预置的最大迭代次数 $Maxnumber$ 或判断最优解是否达到了满意的误差界内,若不满足,则 $Num \leftarrow Num + 1$   $Beststep \leftarrow Beststep + 1$  转到第(3)步执行,进行下一步鱼群优化过程;否则转到第(8)步执行.

(8)算法终止,输出最优解(即公告板中人工鱼状态和函数值).

通过把类似于遗传算法的变异机制引入, 实现了对鱼群中人工鱼个体的跳变, 从而调整优化了群体, 在提高了 AFSA 的收敛速度的同时保证了全局搜索能力. 变异概率的选择对算法的性能会产生较大的影响, 过高将使搜索时间大大增加. 根据作者对一些含有多极值点的函数实验经验, 变异概率采用  $1/(30D) \sim 1/(10D)$  ( $D$  为维数) 左右的值, 能获得较好的效果, 即平均一条人工鱼只有  $0.03 \sim 0.1$  维数据发生变异.

### 3 基于变异算子与 SA 混合的 AFSA

带变异算子的 AFSA 由于视野、步长的随机性和随机行为存在, 最优解的精度往往难以很高; 而 SA 具有质量高、初值鲁棒性强、局部搜索能力强等优点. 我们将带变异算子的 AFSA 和 SA 相结合, 在合适的时候将它们互相切换, 使各算法之间的优势互补, 找到了较好解决此问题的方法.

#### 3.1 退火局部优化算法

模拟退火算法是基于 Monte Carlo 迭代求解策略的一种随机寻优算法, 其出发点是基于物理退火过程与组合优化之间的相似性<sup>[1]</sup>. SA 还是一种串行优化算法, 具有较强的局部搜索能力, 并能使搜索过程避免陷入局部最优解. 但 SA 不适合整个搜索空间, 不能使搜索过程很快进入最有希望的搜索区域, 从而使 SA 算法的优化过程较长. 为了提高运行的效率, 我们采用低温时 SA, 此时 SA 演变为几乎是概率 1 择优的状态更新, 使得 Metropolis 抽样过程将实现很强的趋化性局部搜索. 具体设计如下:

- (1) 设定退火当前温度  $t$  为初始温度  $t_0$ ,  $k' \leftarrow 1$ , 初始解  $X$ .
- (2)  $j \leftarrow 1$  选中个体  $X$  中的第  $j$  个子变量.
- (3) 在温度  $t$  下重复执行如下步骤, 直到达到在该温度下内循环的停止条件.
  - (a) 若  $j$  大于个体  $X$  的变量维数  $D$  时, 则  $j \leftarrow 1$ .
  - (b) 对个体  $X$  中的子变量  $x_j$  进行 Metropolis 过程, 即调整子变量  $x_j$  大小. 做法为: 随机产生一个  $(0, 1)$  之间的随机数  $r$ , 如果  $r > 0.5$  则  $\Delta x_j \leftarrow \frac{1}{3k} \times r \times \text{Step}$  (朝增大方向调整); 否则  $\Delta x_j \leftarrow \frac{-1}{3k} \times r \times \text{Step}$  (朝减小方向调整). 然后计算子变量  $x_j \leftarrow x_j + \Delta x_j$ .
  - (c) 子变量  $x_j$  调整后产生新的个体为  $X'$ , 计算  $X'$  的目标函数  $f(X')$  与  $X$  的目标函数  $f(X)$  的差值  $\Delta y$ , 若  $\Delta y \leq 0$  则接受新状态  $X \leftarrow X'$ , 执行第 (4) 步; 否则若  $\exp(-\Delta y/t) - \Delta y/t > \text{Random}(0, 1)$ , 则接受新状态  $X \leftarrow X'$ ,  $j \leftarrow j + 1$  重复执行第 (3) 步, 否则不接受新状态,  $j \leftarrow j + 1$  重复执行第 (3) 步.
- (4) 退火修改温度值: 若进化次数小于预定最大进化次数  $K_{\max}$ , 则修改退火温度, 即令  $t \leftarrow c \times t$ ,  $k' \leftarrow k' + 1$  返回

执行第 (3) 步; 否则转到第 (5) 步执行.

(5) 退火过程结束, 输出最优解.

其中  $\text{Random}(0, 1)$  函数为产生  $0 \sim 1$  之间的随机数,  $\text{Step}$  为移动步长,  $c$  为温度冷却系数.

#### 3.2 基于变异算子与 SA 混合的 AFSA

基于以上思想, 利用带变异算子的 AFSA 能较快找到系统的全局极值的满意解域和 SA 在低温下的局部搜索能力强的优势, 可以有机合成基于变异算子与 SA 混合的 AFSA. 首先通过带变异算子的 AFSA 全局搜索, 在解空间搜索最优解; 再利用退火方法局部搜索, 对最优解状态的人工鱼个体进行“精细搜索”局部优化, 最终得到最佳的近似精确极值. 基于变异算子与 SA 混合的 AFSA 的基本流程图如图 1 所示, 算法整体步骤如下:

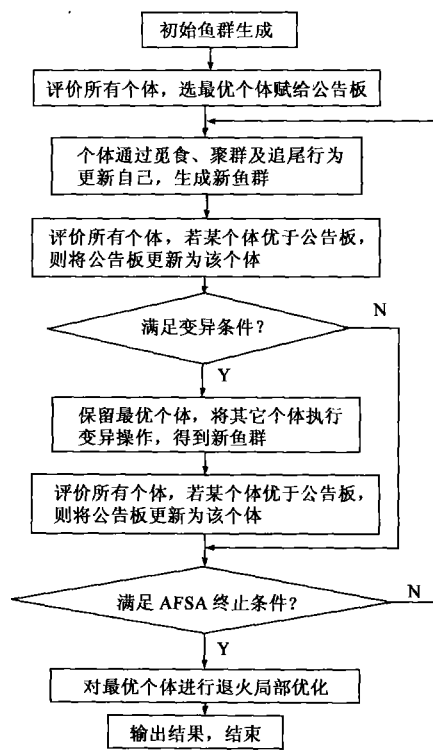


图 1 算法流程图

- (1) 初始化: 设定人工鱼群的群体规模  $n$ , 最大迭代次数  $\text{Maxnumber}$  人工鱼的维数  $D$ , 人工鱼的可视域  $\text{Visual}$  人工鱼的最大移动步长  $\text{Step}$  拥挤度因子  $\delta$  人工鱼每次移动时最大的试探次数  $\text{Try\_number}$  变异概率  $p_m$ , 公告板最优值连续不变化次数的最大阈值  $\text{Maxbest}$  退火初始温度  $t_0$ , 温度冷却系数  $c$ , 退火最大迭代次数  $K_{\max}$  等参数.
- (2) 全局搜索得到最优解: 调用 2.2 节所述的带变异算子的 AFSA 产生满意的最优解域或较优解域.
- (3) 对满意最优解域进行局部优化: 调用 3.1 节所述的退火局部优化算法, 对解进一步局部优化, 产生高精度最终解.

### 4 基于变异算子与 SA 混合的 AFSA 性能分析

#### 4.1 函数测试

为了检验算法的性能,下面选取了两个典型的基准测试函数进行仿真实验.

(1)  $f_1(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 10[\cos(2\pi x_1) + \cos(2\pi x_2)] + 20$ ,  $-5.12 \leq x_1, x_2 \leq 5.12$  其最优状态和最优值为:

$$\min(f_1(x_1, x_2)) = f_1(0, 0) = 0$$

(2)  $f_2(x_1, x_2) = \frac{1}{4000}(x_1^2 + x_2^2) - \cos(x_1) \cos(\frac{x_2}{\sqrt{2}}) + 1$ ,  $-600 \leq x_1, x_2 \leq 600$  其最优状态和最优值为:

$$\min(f_2(x_1, x_2)) = f_2(0, 0) = 0$$

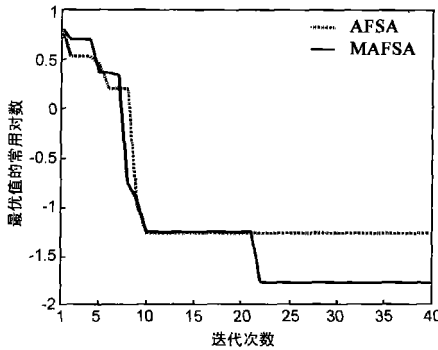


图2 函数  $f_1$  平均最小值的进化曲线

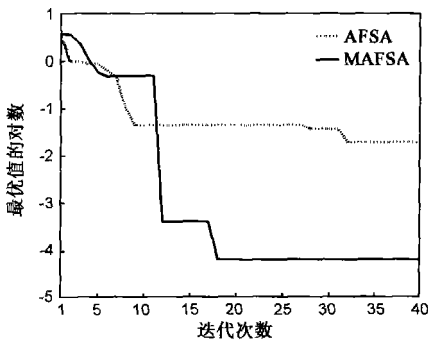


图3 函数  $f_2$  平均最小值的进化曲线

表 1 两种优化算法计算结果

测试函数	AFSA 算法		本文算法	
	全局最小值点的平均值	全局最小值的平均值	全局最小值点的平均值	全局最小值的平均值
$f_1$	(0.015747, -0.005149)	0.054412	(-0.0000019, 0.00000015)	0.000000007
$f_2$	(-6.3057, 0.1873)	0.018955	(-0.006455, -0.005177)	0.0000002756

该实验是用 Matlab 7.0 编写的仿真程序,在 P4 2.4 GHz CPU、256M B DDR 内存的计算机上运行,其中参数设置如下:人工鱼群体规模为 50,拥挤度因子  $\delta = 11.09$ ,变异概率  $p_m = 0.05$ ,温度冷却系数  $c = 0.85$ ,退火初始温度  $t_0 = 50$ ,退火最大迭代次数  $K_{max} = 15$  对于函数  $f_1$  的可视域  $V_{isual}$

$= 2.85$ 和步长  $Step = 1.25$  对于函数  $f_2$  的可视域  $V_{isual} = 300$ 和步长  $Step = 115$ . 为了评价算法的收敛性能,进化代数设为 40 连续运行 10 次所得函数全局最小值点的平均值和全局最小值的平均值作为算法的衡量指标. 图 2 和图 3 是上述两个函数采用两种算法求解运行 10 次后得到的平均最小值的进化曲线. 为了便于比较,每幅图中,纵坐标都采用最优值的常用对数表示,横坐标为迭代次数,AFSA 由点线组成的进化曲线表示,带变异算子的 AFSA 由实线组成的曲线表示. 从图中可以看出,带变异算子的 AFSA 收敛性能明显优异. 表 1 列出了 AFSA 和基于变异算子与 SA 混合的 AFSA 求解函数  $f_1$  和  $f_2$  运行 10 次后所得到的平均最优解. 由表 1 可以看出,对于两个测试函数,本文算法的优化结果明显好于 AFSA. 对其他一些含有多极值点的函数作者也做了计算机仿真,结果也都如此,限于篇幅,这里不再一一列出.

#### 4.2 实例测试

本文引用文献 [8] 中的最小推力滚珠导轨优化设计作为算例,进一步来检测算法的可靠性和有效性. 该实例设计要求在外载荷一定时,推力最小,即运动最灵敏. 优化数学模型描述如下:

$$\min T(\alpha, \beta, \epsilon, p_0) = \left[ \frac{2k(K\epsilon)^{1/2}}{\left[ \left( \frac{p_0 + p \cos\alpha}{\sin\beta} + \frac{p \sin\alpha}{2\cos\beta} \right) \frac{1}{z} \right]^{1/2} \sin\beta} \right] 2p_0 z + p \left( \frac{\cos\alpha}{\sin\beta} + \frac{\sin\alpha}{\cos\beta} \right)$$

$30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$   
 $30^\circ \leq \beta \leq 60^\circ$   
 $0.3 \leq \epsilon \leq 1$   
 $40 \leq p_0 \leq 80$

式中:  $\alpha$ ——负荷  $p$  与水平轴夹角;  $\beta$ ——导轨 V 形槽半角;  $\epsilon$ ——表面硬度系数;  $p_0$ ——初安装负荷;  $k$ ——滚动摩擦系数;  $K$ ——许用应力;  $p$ ——运动件上全部负荷;  $z$ ——滚珠个数.

采用文献 [8] 中选定参数值:  $p = 50N$ ,  $k = 0.01mm$ ,  $K = 0.5N/mm^2$ ,  $z = 4$  同时,基于变异算子与 SA 混合的 AFSA 的各参数选取如下:可视域  $V_{isual} = 9.85$ 和步长  $Step = 0.125$ ,其他参数设置同 4.1 节,计算所得结果为:优化参数  $\alpha = 30.0528^\circ$ ,  $\beta = 59.9984^\circ$ ,  $\epsilon = 0.3$ ,  $p_0 = 40.0005$  优化所得推力值  $T = 0.6825(N)$ . 文献 [8] 采用复合形法得到的最优推力值  $T = 0.68428(N)$ . 与复合形法比较,本文优化算法的运算量略微有所增加,但结果一致且更加精确. 实例测试表明,基于变异算子与 SA 混合的 AFSA 对指导工程设计是可行、有效的.

### 5 结论

针对 AFSA 在实际应用中出现的问题,提出了基于变异算子与 SA 混合的 AFSA,即在算法的初期阶段,当最优值连续无变化或变化不明显时采用变异操作,消除人工鱼

漫无目的随机游动或大量聚集在非全局极值点附近的局限;在后期阶段,利用 SA 在低温时较强的局部搜索性能优势进行局部优化,获得更佳的近似最优解.该算法不仅保持了 AFSA 简单、易实现的特点,而且提高了算法的运行效率和求解质量.计算机测试仿真结果表明,该算法改善了 AFSA,且有效可靠.由于 AFSA 理论在本世纪初才提出,其研究应用还处于起步阶段,因而存在许多问题有待于探索 and 解决.如何对 AFSA 算法进行理论分析,以及与进化算法、模糊系统、神经网络等有机融合,并用之求解实际问题,将是我们以后主要的研究工作.

#### 参考文献:

- [1] 王凌. 智能优化算法及其应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001. 1- 31.
- [2] Higashi N, Iba H. Particle Swarm Optimization with Gaussian Mutation [A]. Proceedings of the IEEE Swarm Intelligence Symposium [C]. Indianapolis IEEE, 2003. 72- 79.
- [3] Bulthainah Sabeeh Nom an A. Multiphase particle swarm optimization [D]. Syracuse Department of Computer Science, Syracuse University, 2002. 19- 21.
- [4] 李晓磊, 邵之江, 钱积新. 一种基于动物自治体的寻优模式: 鱼群算法 [J]. 系统工程理论与实践, 2002. 22(11): 32 - 38.
- Li X L, Shao Z J, Qian J X. An optimization method based on autonomous animals fish-swam algorithm [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2002. 22(11): 32- 38 (in Chinese)
- [5] 李晓磊, 钱积新. 基于分解协调的人工鱼群优化算法研究 [J]. 电路与系统学报, 2003. 8(1): 1- 6.
- [6] Xia W J, Wu Z M. An effective hybrid optimization approach for multiobjective flexible job-shop scheduling problem [J]. Computers & Industrial Engineering, 2005. 48(2): 409- 425.
- [7] Sahi S, Queen N M. A hybrid algorithm for identifying global and local minima when optimizing functions with many minima [J]. European Journal of Operational Research, 2004. 155(1): 51- 67.
- [8] 何献忠, 李萍, 黄航汗, 等. 优化技术及其应用 (第二版) [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1995. 27- 51.

#### 作者简介:

张梅凤 女, 1968 年生于河南郑州, 大连理工大学电子与信息工程学院博士研究生, 副教授, 主要从事群智能优化、进化计算、数据挖掘等方面的研究. E-mail: m\_fzhang@zzuli.edu.cn

邵 诚 男, 1958 年生于江苏靖江, 大连理工大学电子与信息工程学院教授, 博士生导师, 主要从事智能控制与优化、先进控制技术、进化计算等方面的研究工作.